

ZADÁNÍ 10. CVIČENÍ, PODZIM 2019
PRAVDĚPODOBNOST, NÁHODNÉ VELIČINY, DISTRIBUČNÍ FUNKCE

První dvě úlohy jsou na podmíněnou pravděpodobnost a geometrickou pravděpodobnost, zbývající úlohy na tyto základní pojmy: náhodná veličina, distribuční funkce, pravděpodobnostní funkce, hustota.

Příklad 1. V seminární skupině MB103 je 23 studentů. Studenti se dělí na

- 8 dobrých, kteří mají pravděpodobnost složení zkoušky 90%;
 - 12 průměrných, kteří mají pravděpodobnost složení zkoušky 60%;
 - ostatní slabé, kteří na matematiku navíc „kašlou“, a tak mají pravděpodobnost složení zkoušky jen 0,1.
- a) Určete pravděpodobnost, že náhodně zvolený student zkoušku složí.
b) Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraný student, úspěšně složivší zkoušku, byl z těch, kteří na matematiku „kašlali“.

Výsledek. a) 0,639; b) 0,0204;

Příklad 2. Tyč délky d je náhodně rozložená na tři části. Určete pravděpodobnost, že je možné z těchto částí sestavit trojúhelník.

Výsledek. 0,25.

Příklad 3. Střelec střelí do terče až do prvního zásahu. Má v zásobě 4 náboje. Pravděpodobnost zásahu je při každém výstřelu rovna 0,6. Nechť náhodná veličina X udává počet nespotrebovaných nábojů. Určete pravděpodobnostní a distribuční funkci X a nakreslete jejich grafy.

Příklad 4. Náhodná veličina X má pravděpodobnostní funkci

$$\pi(x) = P(X = x) = \begin{cases} \frac{3}{7} \cdot 0,7^x & \text{pro } i = 1, 2, 3, \dots \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete

- a) $P(X < 3)$,
b) $P(X > 4)$,
c) $P(1 < X < 4)$.

Příklad 5. Náhodná veličina má distribuční funkci

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 3 \\ \frac{1}{3}x - 1 & \text{pro } 3 < x \leq 6 \\ 1 & \text{pro } 6 < x. \end{cases}$$

- a) Zdůvodněte, že jde skutečně o distribuční funkci.
b) Určete hustotu pravděpodobnosti náhodné veličiny X .
c) Vypočtete $P(2 < X < 4)$.

Příklad 6. Náhodná veličina má distribuční funkci

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq -2 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{x}{2} & \text{pro } -2 < x \leq 2 \\ 1 & \text{pro } 2 < x. \end{cases}$$

- a) Určete hustotu pravděpodobnosti náhodné veličiny X .
b) Vypočtete $P(-1 < X < 1)$.

Výsledek. $\frac{1}{\pi\sqrt{4-x^2}}$ pro $-2 < x \leq 2$, jinak 0; $\frac{1}{3}$.

Příklad 7. *Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny X má tvar $f(x) = \frac{a}{1+x^2}$ pro $x \in \mathbb{R}$.
Určete*

- a) *koeficient a ,*
- b) *distribuční funkci,*
- c) *$P(-1 < X < 1)$.*

Výsledek. $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2}; \frac{1}{2}$.