1. vnitrosemestrální písemka – MB203 – podzim 2019 – 31. 10.

SKUPINA — A

Na řešení je 60 minut. Pište jen na přední strany listů. (Zadní strany nebudou opraveny ani skenovány.)

Veškeré odpovědi musí být zdůvodněny a výpočty musí být doprovozeny komentářem. (Řešení sestávající pouze z odpovědí budou považována za opsaná a hodnocena 0 body.)

1. (3.5 bodu) Najděte stacionární body $[x, y]$ funkce

$$h(x, y) = 4x + 3y$$

na elipse zadané rovnicí

$$F(x, y) = 4x^2 + (y - 1)^2 = 13.$$

O každém z těchto bodů rozhodněte, zda v něm nastává buď lokální/globální maximum nebo lokální/globální minimum nebo že v něm lokální extrém není.

2. (3 body) Uvažme funkci $z = f(x, y)$ zadanou implicitně vztahem

$$x^2 - 4z^2 + 2x - 8y + 8z = 0$$

na okolí bodu $(0, 0, 0)$.

a) Určete parciální derivace funkce $f(x, y)$ v bodě $(0, 0)$.

b) Platí $z_{xx}(0, 0) = \frac{3}{16}$ a $z_{yy}(0, 0) = -1$ (toto nedokazujte). Určete druhou parciální derivaci z_{xy} v bodě $(0, 0)$ a napište matici druhých parciálních derivací v tomto bodě.

c) Napište Taylorův polynom druhého stupně funkce $f(x, y)$ v bodě $(0, 0)$.

3. (3.5 bodu) Je dána množina $A \subseteq \mathbb{R}^2$ v polorovině $x \geq 0$ ohraničená křivkami $y = x^2 - 4$, $x = 0$ a $y = -x + 2$.

a) Načrtněte množinu A a určete ty průsečíky uvedených křivek, které leží v A. (Tyto body jsou „vrcholy“ množiny A.)

b) Spočtěte $\iint_A x\, dxdy$.

1. vnitrosemestrální písemka – MB203 – podzim 2019 – 31. 10.

SKUPINA — B

Na řešení je 60 minut. Pište jen na přední strany listů. (Zadní strany nebudou opraveny ani skenovány.)

Veškeré odpovědi musí být zdůvodněny a výpočty musí být doprovozeny komentářem. (Řešení sestávající pouze z odpovědí budou považována za opsaná a hodnocena 0 body.)

1. (3.5 body) Najděte stacionární body $[x, y]$ funkce

$$h(x, y) = 4x + 5y$$

na elipse zadané rovnicí

$$F(x, y) = x^2 + 5(y - 1)^2 = 21.$$

O každém z těchto bodů rozhodněte, zda v něm nastává buď lokální/globální maximum nebo lokální/globální minimum nebo že v něm lokální extrém není.

2. (3 body) Uvažme funkci $z = f(x, y)$ zadanou implicitně vztahem

$$2x^2 - z^2 - 4x + 2y + 8z = 0$$

na okolí bodu $(0, 0, 0)$.

a) Určete parciální derivace funkce $f(x, y)$ v bodě $(0, 0)$.

b) Platí $z_{xx}(0, 0) = -\frac{7}{16}$ a $z_{yy}(0, 0) = \frac{1}{64}$ (toto nedokazujte). Určete druhou parciální derivaci z_{xy} v bodě $(0, 0)$ a napište matici druhých parciálních derivací v tomto bodě.

c) Napište Taylorův polynom druhého stupně funkce $f(x, y)$ v bodě $(0, 0)$.

3. (3.5 body) Je dána množina $A \subseteq \mathbb{R}^2$ v polorovině $x \leq 0$ ohraničená křivkami $y = x^2 - 1$, $x = 0$ a $y = x + 5$.

a) Načrtněte množinu A a určete ty průsečíky uvedených křivek, které leží v A. (Tyto body jsou „vrcholy“ množiny A.)

b) Spočtěte $\iint_A x \, dxdy$.

1. vnitrosemestrální písemka – MB203 – podzim 2019 – 31. 10.

SKUPINA — X

Na řešení je 60 minut. Pište jen na přední strany listů. (Zadní strany nebudou opraveny ani skenovány.)

Veškeré odpovědi musí být zdůvodněny a výpočty musí být doprovozeny komentářem. (Řešení sestávající pouze z odpovědí budou považována za opsaná a hodnocena 0 body.)

1. (3.5 body) Najděte stacionární body $[x, y]$ funkce

$$h(x, y) = 3x - 4y$$

na elipse zadané rovnicí

$$F(x, y) = (x - 1)^2 + 4y^2 = 13.$$

O každém z těchto bodů rozhodněte, zda v něm nastává buď lokální/globální maximum nebo lokální/globální minimum nebo že v něm lokální extrém není.

2. (3 body) Uvažme funkci $z = f(x, y)$ zadanou implicitně vztahem

$$2x^2 - 4z^2 - 2x + y - 8z = 0$$

na okolí bodu $(0, 0, 0)$.

a) Určete parciální derivace funkce $f(x, y)$ v bodě $(0, 0)$.

b) Platí $z_{xx}(0, 0) = \frac{7}{16}$ a $z_{yy}(0, 0) = -\frac{1}{64}$ (toto nedokazujte). Určete druhou parciální derivaci z_{xy} v bodě $(0, 0)$ a napište matici druhých parciálních derivací v tomto bodě.

c) Napište Taylorův polynom druhého stupně funkce $f(x, y)$ v bodě $(0, 0)$.

3. (3.5 body) Je dána množina $A \subseteq \mathbb{R}^2$ v polorovině $x \geq 0$ ohraničená křivkami $y = x^2 + 1$, $x = 0$ a $y = -x + 7$.

a) Načrtněte množinu A a určete ty průsečíky uvedených křivek, které leží v A. (Tyto body jsou „vrcholy“ množiny A.)

b) Spočtěte $\iint_A x \, dxdy$.

1. vnitrosemestrální písemka – MB203 – podzim 2019 – 31. 10.

SKUPINA — Y

Na řešení je 60 minut. Pište jen na přední strany listů. (Zadní strany nebudou opraveny ani skenovány.)

Veškeré odpovědi musí být zdůvodněny a výpočty musí být doprovozeny komentářem. (Řešení sestávající pouze z odpovědí budou považována za opsaná a hodnocena 0 body.)

1. (3.5 body) Najděte stacionární body $[x, y]$ funkce

$$h(x, y) = 5x - 4y$$

na elipse zadané rovnicí

$$F(x, y) = 5(x-1)^2 + y^2 = 21.$$

O každém z těchto bodů rozhodněte, zda v něm nastává buď lokální/globální maximum nebo lokální/globální minimum nebo že v něm lokální extrém není.

2. (3 body) Uvažme funkci $z = f(x, y)$ zadanou implicitně vztahem

$$4x^2 - z^2 - 2x + y - 2z = 0$$

na okolí bodu $(0, 0, 0)$.

a) Určete parciální derivace funkce $f(x, y)$ v bodě $(0, 0)$.

b) Platí $z_{xx}(0, 0) = 3$ a $z_{yy}(0, 0) = -\frac{1}{4}$ (toto nedokazujte). Určete druhou parciální derivaci z_{xy} v bodě $(0, 0)$ a napište matici druhých parciálních derivací v tomto bodě.

c) Napište Taylorův polynom druhého stupně funkce $f(x, y)$ v bodě $(0, 0)$.

3. (3.5 body) Je dána množina $A \subseteq \mathbb{R}^2$ v polorovině $x \le 0$ ohraničená křivkami $y = x^2 - 3$, $x = 0$ a $y = x + 3$.

a) Načrtněte množinu A a určete ty průsečíky uvedených křivek, které leží v A. (Tyto body jsou „vrcholy“ množiny A.)

b) Spočtěte $\iint_A x \, dxdy$.

Řešení a bodování MB203

Popsané bodování používá i půlbody. Počet bodů, který vidíte v naskenovaném opraveném řešení, je desetinásobkem počtu skutečných bodů.

Skupina A:

1. **[3.5b]** Podmínky pro stacionární bod $[x, y]$ s Lagrangeovým multiplikátorem λ jsou

$$4 = h_x(x, y) = \lambda F_x(x, y) = 8\lambda x, \quad 3 = h_y(x, y) = \lambda F_y(x, y) = 2\lambda(y-1), \quad 4x^2 + (y-1)^2 = 13,$$

[0,5b]. Tato soustava rovnic má dvě řešení: $\lambda = \frac{1}{2}$, $[x, y] = [1, 4]$ a $\lambda = -\frac{1}{2}$, $[x, y] = [-1, -2]$. [1.5b za postup a obě správná řešení].

Hodnoty funkce h ve stacionárních bodech jsou

$$h(1, 4) = 16, \quad h(-1, -2) = -10.$$

Protože je funkce h spojitá a elipsa kompaktní (omezená, uzavřená), musí h nabývat na elipse svého maxima a minima. Proto v $[1, 4]$ nabývá svého globálního maxima a v bodě $[-1, -2]$ svého globálního minima. [1.5b za zdůvodnění a popis extrémů.]

2. a) **[1b]** Zderivujeme $x^2 - 4z^2 + 2x - 8y + 8z = 0$ parciálně podle x a y, přičemž chápeme z jako funkci proměnných x a y. Dostaneme

$$4z_x(z-1) - (x+1) = 0 \quad \text{a} \quad z_y(z-1) + 1 = 0,$$

což v bodě $[x, y, z] = [0, 0, 0]$ znamená $z_x = -\frac{1}{4}$ a $z_y = 1$, [0.5b za postup a 0.5b za správný výsledek].

b) **[1b]** Ukážeme výpočet všech druhých parciálních derivací. Další derivací $4z_x(z-1) - (x+1) = 0$ podle x a podle y a také derivací $z_y(z-1) + 1 = 0$ podle y postupně dostáváme

$$4z_{xx}(z-1) + 4(z_x)^2 - 1 = 0, \quad z_{xy}(z-1) + z_x z_y = 0 \quad \text{a} \quad z_{yy}(z-1) + (z_y)^2 = 0.$$

V bodě $[x, y, z] = [0, 0, 0]$ a pro $z_x = -\frac{1}{4}$ a $z_y = 1$ tedy dostáváme

$$\begin{pmatrix} z_{xx} & z_{xy} \\ z_{xy} & z_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{16} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix},$$

[0.5b za postup výpočtu z_{xy} a 0.5b za správný výsledek včetně matice druhých derivací].

Pozn.: V zadání se vyskytla chyba ve znaménku, $z_{xx} = -\frac{3}{16}$ a $z_{yy} = 1$ jsou správné hodnoty. Toto ovšem na hodnocení nemělo vliv.

c) **[1b]** Taylorův polynom funkce $z = f(x, y)$ se středem v počátku je

$$T_2(a, b) = f(0, 0) + (-\tfrac{1}{4}, 1) \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(a, b) \begin{pmatrix} -\frac{3}{16} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} =$$
$$= -\tfrac{1}{4}a + b - \tfrac{3}{32}a^2 - \tfrac{1}{4}ab + \tfrac{1}{2}b^2,$$

[0.5b za postup a 0.5b za správný výsledek].

3. a) **[1.5b]** Hledané body jsou $[0, -4]$, $[0, 2]$ a $[2, 0]$ + obrázek, [0.5b za náčrt, 0.5b za postup výpočtu bodů a 0.5b za správný úplný výsledek].

b) **[2b]** Množina A je plocha mezi křivkami $y = x^2 - 4$ a $y = -x + 2$ pro $0 \le x \le 2$, [0.5b za meze intergrálu]. Tedy

$$\iint_A x\,dxdy = \int_0^2 \int_{x^2-4}^{-x+2} x\,dydx = \int_0^2 x(-x^2 - x + 6)\,dx = [-\tfrac{1}{4}x^4 - \tfrac{1}{3}x^3 + 3x^2]_0^2 = \tfrac{16}{3}.$$

[0.5b za správné pořadí integrace, 0.5b za postup integrování a 0.5b za správný výsledek].

Řešení a bodování MB203

Popsané bodování používá i půlbody. Počet bodů, který vidíte v naskenovaném opraveném řešení, je desetinásobkem počtu skutečných bodů.

Skupina B:

1. [**3.5b**] Podmínky pro stacionární bod $[x, y]$ s Lagrangeovým multiplikátorem λ jsou

$$4 = h_x(x,y) = \lambda F_x(x,y) = 2\lambda x, \quad 5 = h_y(x,y) = \lambda F_y(x,y) = 10\lambda(y-1), \quad x^2 + 5(y-1)^2 = 21,$$

[0,5b]. Tato soustava rovnic má dvě řešení: $\lambda = \frac{1}{2}$, $[x,y] = [4,2]$ a $\lambda = -\frac{1}{2}$, $[x,y] = [-4,0]$. [1.5b za postup a obě správná řešení].

Hodnoty funkce h ve stacionárních bodech jsou

$$h(4,2) = 26, \quad h(-4,0) = -16.$$

Protože je funkce h spojitá a elipsa kompaktní (omezená, uzavřená), musí h nabývat na elipse svého maxima a minima. Proto v $[4,2]$ nabývá svého globálního maxima a v bodě $[-4,0]$ svého globálního minima. [1.5b za zdůvodnění a popis extrémů.]

2. a) [**1b**] Zderivujeme $2x^2 - z^2 - 4x + 2y + 8z = 0$ parciálně podle x a y, přičemž chápeme z jako funkci proměnných x a y. Dostaneme

$$z_x(z-4) - 2(x-1) = 0 \quad \text{a} \quad z_y(z-4) - 1 = 0,$$

což v bodě $[x,y,z] = [0,0,0]$ znamená $z_x = \frac{1}{2}$ a $z_y = -\frac{1}{4}$, [0.5b za postup a 0.5b za správný výsledek].

b) [**1b**] Ukážeme výpočet všech druhých parciálních derivací. Další derivací $z_x(z-4) - 2(x-1) = 0$ podle x a podle y a také derivací $z_y(z-4) - 1 = 0$ podle y postupně dostáváme

$$z_{xx}(z-4) + ((z_x)^2 - 2) = 0, \quad z_{xy}(z-4) + z_x z_y = 0 \quad \text{a} \quad z_{yy}(z-4) + (z_y)^2 = 0.$$

V bodě $[x,y,z] = [0,0,0]$ a pro $z_x = \frac{1}{2}$ a $z_y = -\frac{1}{4}$ tedy dostáváme

$$\begin{pmatrix} z_{xx} & z_{xy} \\ z_{xy} & z_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{16} & -\frac{1}{32} \\ -\frac{1}{32} & \frac{1}{64} \end{pmatrix},$$

[0.5b za postup výpočtu z_{xy} a 0.5b za správný výsledek včetně matice druhých derivací].

c) [**1b**] Taylorův polynom funkce $z = f(x,y)$ se středem v počátku je

$$T_2(a,b) = f(0,0) + (\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{4}) \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(a,b) \begin{pmatrix} -\frac{7}{16} & -\frac{1}{32} \\ -\frac{1}{32} & \frac{1}{64} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} =$$
$$= \tfrac{1}{2}a - \tfrac{1}{4}b - \tfrac{7}{32}a^2 - \tfrac{1}{32}ab + \tfrac{1}{128}b^2,$$

[0.5b za postup a 0.5b za správný výsledek].

3. a) [**1.5b**] Hledané body jsou $[0,-1]$, $[0,5]$ a $[-2,3]$ + obrázek, [0.5b za náčrt, 0.5b za postup výpočtu bodů a 0.5b za správný úplný výsledek].

b) [**2b**] Množina A je plocha mezi křivkami $y = x^2 - 1$ a $y = x + 5$ pro $-2 \le x \le 0$, [0.5b za meze intergrálu]. Tedy

$$\iint_A x\,dxdy = \int_{-2}^{0} \int_{x^2-1}^{x+5} x\,dydx = \int_{-2}^{0} x\big(-x^2 + x + 6\big)\,dx = [-\tfrac{1}{4}x^4 + \tfrac{1}{3}x^3 + 3x^2]_{-2}^{0} = -\tfrac{16}{3}.$$

[0.5b za správné pořadí integrace, 0.5b za postup integrování a 0.5b za správný výsledek].

Řešení a bodování MB203

Popsané bodování používá i půlbody. Počet bodů, který vidíte v naskenovaném opraveném řešení, je desetinásobkem počtu skutečných bodů.

Skupina X:

1. **[3.5b]** Podmínky pro stacionární bod $[x,y]$ s Lagrangeovým multiplikátorem λ jsou

$$3 = h_x(x,y) = \lambda F_x(x,y) = 2\lambda(x-1), \quad -4 = h_y(x,y) = \lambda F_y(x,y) = 8\lambda y, \quad (x-1)^2 + 4y^2 = 13,$$

[0,5b]. Tato soustava rovnic má dvě řešení: $\lambda = \frac{1}{2}$, $[x,y] = [4,-1]$ a $\lambda = -\frac{1}{2}$, $[x,y] = [-2,1]$. [1.5b za postup a obě správná řešení].

Hodnoty funkce h ve stacionárních bodech jsou

$$h(4,-1) = 16, \quad h(-2,1) = -10.$$

Protože je funkce h spojitá a elipsa kompaktní (omezená, uzavřená), musí h nabývat na elipse svého maxima a minima. Proto v $[4,-1]$ nabývá svého globálního maxima a v bodě $[-2,1]$ svého globálního minima. [1.5b za zdůvodnění a popis extrémů.]

2. a) **[1b]** Zderivujeme $2x^2 - 4z^2 - 2x + y - 8z = 0$ parciálně podle x a y, přičemž chápeme z jako funkci proměnných x a y. Dostaneme

$$4z_x(z+1) - (2x-1) = 0 \quad \text{a} \quad 8z_y(z+1) - 1 = 0,$$

což v bodě $[x,y,z] = [0,0,0]$ znamená $z_x = -\frac{1}{4}$ a $z_y = \frac{1}{8}$, [0.5b za postup a 0.5b za správný výsledek].

b) **[1b]** Ukážeme výpočet všech druhých parciálních derivací. Další derivací $4z_x(z+1) - (2x-1) = 0$ podle x a podle y a také derivací $8z_y(z+1) - 1 = 0$ podle y postupně dostáváme

$$2z_{xx}(z+1) + 2(z_x)^2 - 1 = 0, \quad z_{xy}(z+1) + z_x z_y = 0 \quad \text{a} \quad z_{yy}(z+1) + (z_y)^2 = 0.$$

V bodě $[x,y,z] = [0,0,0]$ a pro $z_x = -\frac{1}{4}$ a $z_y = \frac{1}{8}$ tedy dostáváme

$$\begin{pmatrix} z_{xx} & z_{xy} \\ z_{xy} & z_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{16} & \frac{1}{32} \\ \frac{1}{32} & -\frac{1}{64} \end{pmatrix},$$

[0.5b za postup výpočtu z_{xy} a 0.5b za správný výsledek včetně matice druhých derivací].

c) **[1b]** Taylorův polynom funkce $z = f(x,y)$ se středem v počátku je

$$T_2(a,b) = f(0,0) + (-\tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{8}) \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(a,b) \begin{pmatrix} \frac{7}{16} & \frac{1}{32} \\ \frac{1}{32} & -\frac{1}{64} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} =$$
$$= -\tfrac{1}{4}a + \tfrac{1}{8}b + \tfrac{7}{32}a^2 + \tfrac{1}{32}ab - \tfrac{1}{128}b^2,$$

[0.5b za postup a 0.5b za správný výsledek].

3. a) **[1.5b]** Hledané body jsou $[0,1]$, $[0,7]$ a $[2,5]$ + obrázek, [0.5b za náčrt, 0.5b za postup výpočtu bodů a 0.5b za správný úplný výsledek].

b) **[2b]** Množina A je plocha mezi křivkami $y = x^2 + 1$ a $y = -x + 7$ pro $0 \le x \le 2$, [0.5b za meze intergrálu]. Tedy

$$\iint_A x\,dxdy = \int_0^2 \int_{x^2+1}^{-x+7} x\,dydx = \int_0^2 x\big(-x^2 - x + 6\big)\,dx = [-\tfrac{1}{4}x^4 - \tfrac{1}{3}x^3 + 3x^2]_0^2 = \tfrac{16}{3}.$$

[0.5b za správné pořadí integrace, 0.5b za postup integrování a 0.5b za správný výsledek].

Řešení a bodování MB203

Popsané bodování používá i půlbody. Počet bodů, který vidíte v naskenovaném opraveném řešení, je desetinásobkem počtu skutečných bodů.

Skupina Y:

1. [**3.5b**] Podmínky pro stacionární bod $[x, y]$ s Lagrangeovým multiplikátorem λ jsou

$$5 = h_x(x, y) = \lambda F_x(x, y) = 10\lambda(x-1), \quad -4 = h_y(x, y) = \lambda F_y(x, y) = 2\lambda y, \quad 5(x-1)^2 + y^2 = 21,$$

[0,5b]. Tato soustava rovnic má dvě řešení: $\lambda = \frac{1}{2}$, $[x, y] = [2, -4]$ a $\lambda = -\frac{1}{2}$, $[x, y] = [0, 4]$. [1.5b za postup a obě správná řešení].

Hodnoty funkce h ve stacionárních bodech jsou

$$h(2, -4) = 26, \quad h(0, 4) = -16.$$

Protože je funkce h spojitá a elipsa kompaktní (omezená, uzavřená), musí h nabývat na elipse svého maxima a minima. Proto v $[2, -4]$ nabývá svého globálního maxima a v bodě $[0, 4]$ svého globálního minima. [1.5b za zdůvodnění a popis extrémů.]

2. a) [**1b**] Zderivujeme $4x^2 - z^2 - 2x + y - 2z = 0$ parciálně podle x a y, přičemž chápeme z jako funkci proměnných x a y. Dostaneme

$$z_x(z+1) - (4x-1) = 0 \quad \text{a} \quad 2z_y(z+1) - 1 = 0,$$

což v bodě $[x, y, z] = [0, 0, 0]$ znamená $z_x = -1$ a $z_y = \frac{1}{2}$, [0.5b za postup a 0.5b za správný výsledek].

b) [**1b**] Ukážeme výpočet všech druhých parciálních derivací. Další derivací $z_x(z+1) - (4x-1) = 0$ podle x a podle y a také derivací $2z_y(z+1) - 1 = 0$ podle y postupně dostáváme

$$z_{xx}(z+1) + (z_x)^2 - 4 = 0, \quad z_{xy}(z+1) + z_x z_y = 0 \quad \text{a} \quad z_{yy}(z+1) + (z_y)^2 = 0.$$

V bodě $[x, y, z] = [0, 0, 0]$ a pro $z_x = -1$ a $z_y = \frac{1}{2}$ tedy dostáváme

$$\begin{pmatrix} z_{xx} & z_{xy} \\ z_{xy} & z_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix},$$

[0.5b za postup výpočtu z_{xy} a 0.5b za správný výsledek včetně matice druhých derivací].

c) [**1b**] Taylorův polynom funkce $z = f(x, y)$ se středem v počátku je

$$T_2(a, b) = f(0, 0) + (-1, \tfrac{1}{2}) \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(a, b) \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} =$$
$$= -a + \tfrac{1}{2}b + \tfrac{3}{2}a^2 + \tfrac{1}{2}ab - \tfrac{1}{8}b^2,$$

[0.5b za postup a 0.5b za správný výsledek].

3. a) [**1.5b**] Hledané body jsou $[0, -3]$, $[0, 3]$ a $[-2, 1]$ + obrázek, [0.5b za náčrt, 0.5b za postup výpočtu bodů a 0.5b za správný úplný výsledek].

b) [**2b**] Množina A je plocha mezi křivkami $y = x^2 - 3$ a $y = x + 3$ pro $-2 \le x \le 0$, [0.5b za meze intergrálu]. Tedy

$$\iint_A x\,dxdy = \int_{-2}^{0} \int_{x^2-3}^{x+3} x\,dydx = \int_{-2}^{0} x(-x^2 + x + 6)\,dx = [-\tfrac{1}{4}x^4 + \tfrac{1}{3}x^3 + 3x^2]_{-2}^{0} = -\tfrac{16}{3}.$$

[0.5b za správné pořadí integrace, 0.5b za postup integrování a 0.5b za správný výsledek].