

Písemná práce MB103/MB203, FI MUNI, 10. ledna 2019

Příklad 1. Objem krychle o velikosti hrany a má rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti na intervalu $[0, 100]$. Spočítejte střední hodnotu pro velikost hrany a určete s jakou pravděpodobností má její hrana velikost $3 \leq a \leq 4$. Spočítejte pro velikost hrany a kvantily s $\alpha = 0.25, 0.5, 0.75$.

Poznámka. Za 5 bodů celkem. 1 bod za správné určení rozdělení pravděpodobnosti pro a , dva za zvládnutý výpočet pravděpodobnosti a střední hodnoty, dva za správné spočtení kvantilů.

Příklad 2. Najděte maximální definiční obor D funkce

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy - 9 \ln(xy)$$

a najděte všechny lokální extrémy na D .

Poznámka. Za 5 bodů celkem, jeden za správně určené D , 1.5 za správně určené kritické body, 2.5 za jejich úplnou analýzu.

Příklad 3. Najděte obecné řešení $y(t)$ diferenciální rovnice

$$y'' + y' - 2y = 2t$$

a její řešení určené počátečními podmínkami $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

Poznámka. 5 bodů celkem, 1 za správný postup, 2 za výpočet obecného řešení homogenní úlohy, 1 za nalezení obecného řešení, 1 za nalezení správného řešení splňujícího předepsané podmínky.

Příklad 4. Nakreslete oblast

$$M = \{(x, y); \sqrt{2} \leq x \leq 2 \cos y, -\pi/2 < y < \pi/2\}$$

v rovině \mathbb{R}^2 , spočítejte obsah M a těžiště M (předpokládejte, že hmota je rozložena rovnoměrně).

Poznámka. 5 bodů celkem, 1 za správný náčrtek, 1 za správně zvolený postup, 1 za objem, 2 za těžiště.