

Sedmý dobrovolný domácí úkol

1. Dejte příklad polynomu $f \in \mathbb{R}[x]$ stupně 6, který nemá kořen v \mathbb{R} . Je tento polynom ireducibilní nad \mathbb{R} ? Napište rozklad polynomu f na ireducibilní faktory nad \mathbb{R} a nad \mathbb{C} .
2. Nalezněte normované polynomy $f, g \in \mathbb{Q}[x]$ stupně 3 takové, že každý z nich má alespoň jeden dvojnásobný kořen a jejich největším společným dělitelem je polynom $x^2 + x - 6$.
3. Rozhodněte, jakého stupně může nabývat součin dvou polynomů nad \mathbb{Z}_6 majících stupeň 3. Ke každé možnosti nalezněte nějaký příklad.
4. Nalezněte všechny kořeny polynomu $f = 2x^7 - 5x^6 + 2x^5 - 3x^4 - 10x^3 + 31x^2 - 4x + 12$ a rozložte jej na ireducibilní faktory postupně nad $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$.