



# PB165 – Grafy a sítě

## Plánování v telekomunikačních sítích

12.12.2019



# Obsah přednášky

- Optimalizace
  - Lokální prohledávání
  - Evoluční prohledávání
- Stručný náhled na plánování mobilních sítí
  - Topologie pevné sítě
  - Alokace kanálů
  - Umístění základnových stanic
- Shrnutí

# Úvod

- Soustředíme se na *optimalizaci*
- Zpravidla kombinatorické problémy
  - Nejvhodnější topologie privátní datové sítě
  - Rozložení základnových stanic pro GSM sítě
  - Rozdělení frekvencí u bezdrátových sítí
  - Nejlepší topologie „poslední míle“
- Co mají společné
  - Diskrétní kombinatorické problémy
  - Patří mezi NP-těžké úlohy
  - Používáme *heuristická řešení*

# Heuristiky

- Přibližná řešení NP-těžkých problémů
- Prohledávání
  - Lokální prohledávání a jeho varianty
  - Evoluční prohledávání
- Standardní techniky
  - Lineární programování
  - Dynamické programování atd.
- Proč heuristiky
  - Použití snazší (intuitivnější)
  - Větší šance najít alespoň nějaké řešení

## Heuristiky vs. klasické metody

- Není možné rozhodnout, které techniky jsou lepší
- Empirické pozorování (Corne et al. Telecommunications Optimization., John Wiley, 2000):
  - Expertovi na heuristiky vychází lépe řešení pomocí heuristik
  - Expertovi na standardní techniky operačního výzkumu vychází lépe tyto techniky
- Závěr: Nejlepší je použít techniku, které dobře rozumíte
  - A tady je výhoda heuristik, protože jsou snáze pochopitelné

## Lokální prohledávání

- Řešíme problém, pro který existuje mnoho řešení
- Jednotlivá řešení neznáme, ale umíme je generovat
- Hledáme řešení splňující nějaké podmínky
  - Triviální (brute force) přístup: vygenerujeme všechna řešení a vybereme to „správné“
  - Velikost prostoru toto řešení neumožňuje
- Optimalizace
  - Hledáme řešení, které minimalizuje *cenu* (*cost function*)
- Lokální prohledávání: Začne s nějakým řešením a to „zlepšuje“ prohledáváním jeho okolí
  - Potřebuje definovat to „okolí“
  - Malá změna stavu
    - Přidání či ubrání vrcholu nebo hrany
    - Posun hrany
  - Příslušnou operaci nazýváme *mutace*

## Lokální prohledávání – základní algoritmus

1. Nalezni nějaké (počáteční) řešení  $c$  a spočti jeho cenu  $f(c)$
2. Proveď mutaci  $c \rightarrow c'$  a spočti cenu  $f(c')$
3. Pokud  $f(c') \leq f(c)$ , nahraď řešení  $c$  řešením  $c'$
4. Je-li splněno kritérium ukončení, skonči, jinak se vrať na bod 2

V podstatě se jedná o slézání z kopce

- V literatuře se často setkáte s pojmem *hillclimbing*, tedy „stoupání do kopce“. V takovém případě se snažíme  $f(c)$  maximalizovat.

Důležitý je výběr počátečního řešení

- Nelze očekávat, že ze špatného řešení se rychle najde dobré

## Uvážnutí

- Lokální prohledávání může „uvážnout“
  - Nalezeno *lokální minimum*
  - Z něj se nelze dostat bez porušení pravidla striktního ne-zhoršování ceny
- Dva často používané přístupy
  - Simulované žihání: s určitou pravděpodobností akceptujeme i horší řešení
  - Tabu prohledávání: Zohledňuje typ mutace, ne jen cenu



## Simulované žíhání (Simulated Annealing)

- Zavádí teplotu  $T$ 
  - Při vyšší teplotě je materiál „tvárný“
  - Vyšší teplota – vyšší pravděpodobnost akceptace horšího řešení
- Spočte funkci  $F(f(c), f(c'), T)$ , např.  $e^{(f(c)-f(c'))/T}$  ( $F > 1$  pro  $f(c') < f(c)$ )
- Vygeneruje náhodné číslo  $r \in (0, 1)$
- Pokud  $F > r$ , pak konfigurace  $c'$  je akceptována
- Dodatečný „trik“: teplota klesá s počtem iterací

## Simulované žíhání – algoritmus

1. Nalezni nějaké (počáteční) řešení  $c$  a spočti jeho cenu  $f(c)$ ; nastav teplotu  $T$  a parametr chlazení  $q$  ( $0 < q < 1$ )
2. Proveď mutaci  $c \rightarrow c'$  a spočti cenu  $f(c')$
3. Pokud  $\text{test}(f(c'), f(c), T)$  platí, nahraď řešení  $c$  řešením  $c'$  ( $\text{test}$  je funkce popsaná výše)
4. Uprav teplotu  $T = qT$
5. Je-li splněno kritérium ukončení, skonči, jinak se vrať na bod 2

Na počátku vyhledávání se akceptují i výrazně horší řešení

## Tabu prohledávání

- Pamatuje si předchozí změny
- Zavádí *tabu* (tedy zakázané) změny
  - Např. vrchol, jehož hrany se změnilly v posledních krocích, nesmí být už měněn
- Vybere nejlepší z povolených změn
  - Což nemusí být absolutně nejlepší konfigurace
- Podstatný výběr kritérií, podle nichž se zařazuje do zakázaných (tabu) seznamů
  - Otázka zkušenosti uživatele této heuristiky

## Společné vlastnosti

- Důležitá reprezentace a operátor mutace
  - Topologie sítě jako seznam dvoubodových spojení, alternativně jako bitový seznam existujících vs. možných spojení atd.
- Aplikace dodatečné znalosti
  - Např. v počítačové síti nechceme izolované vrcholy
    - Vyloučíme je tedy vždy z uvažování (mutace vedoucí k rozpadu sítě neakceptujeme)
  - Redundance – akceptujeme jen uzly se stupněm alespoň 2
  - Složitější – např. požadavek existence kostry (garantuje spojitost a může být použito přímo při aplikaci operátoru mutace)
  - Znalost *ceny* (resp. funkce jejího výpočtu) může rovněž přímo ovlivňovat operátor mutace
    - Aplikace algoritmů na nalezení kostry s minimální cenou a následně již jen přidáváme hrany k této kostře (i odpovídající reprezentace)

# Evoluční prohledávání

- Při hledání nové „mutace“ nepoužíváme jen jednoho předka, ale celou populaci
  - Prohledáváme paralelně několik okolí
  - Provádíme rekombinaci
- Rekombinace
  - Dva nebo více „rodičů“
  - Vhodnou operací se spojí jejich vlastnosti (např. každá část sítě je od jiného „rodiče“)
  - Výsledek se nazývá rekombinant (na rozdíl od mutanta)
  - Cílem rekombinace je opět překonat lokální optimum – rekombinace vybere vzdálenou konfiguraci, která dědí pro dvou „dobrých rodičích“
- Crossover
  - Máme stav popsán lineárním vektorem
  - Výsledná konfigurace náhodný výběr hodnot z „rodičovských“ konfigurací (vektorů)
  - Rekombinant („dítě“) se může i o 50 % lišit od kteréhokoliv „rodiče“

## Evoluční prohledávání – algoritmus

1. Inicializuj populaci vhodně zvolenými konfiguracemi.  
Spočti cenu každé konfigurace.
  2. Vyber rodiče (několik párů, resp.  $n$ -tic)
  3. Použij rekombinaci a mutaci a vytvoř „děti“
  4. Začleň „děti“ do populace
  5. Pokud je dosaženo kritéria ukončení, skonči, jinak přejdi na bod 2
- Algoritmus má velmi mnoho stupňů volnosti
    - Výběr rodičů je zpravidla dán jejich cenou (nicméně je vhodný i určitý náhodný prvek)
    - Je možné se omezit jen na rekombinace nebo rekombinace a mutace; mutují se „rodiče“, jen zřídka „děti“
    - Začlenění „děti“ do populace
      - Udržení „genové“ diverzity

## Mobilní sítě – přehled optimalizačních problémů

- Návrh topologie pevné sítě
- Přiřazení kanálů (frekvencí)
- Umístění základnových stanic
- Správa mobility
- Správa volání
- Detekce uživatelů v CDMA sítích
- TDMA alokace slotů
- Ekvalizace dat

Jen některé mají charakter grafových problémů

# Topologie pevné sítě pro mobilní operátory

- Hierarchie prvků mobilní sítě
  - Mobilní stanice (MS) komunikují bezdrátově se základnovými stanicemi (BTS). Ty jsou kontrolovány řídicími stanicemi (BSC), které jsou sdruženy pod přepínací stanice (MSC). Samotné přepínací stanice pak tvoří páteř mobilní sítě, protože odpovídají autentizaci, účetnictví, údržbu databází apod.
- Vidíme, že většina sítě je fixní (bezdrátové spojení je nezbytné jen pro kontakt MS s BTS)
- Návrh topologie s minimální cenou souvisí s nalezením minimální kostry
  - Příklad ceny:

$$f = \sum_{\forall n} C_n^{\text{NODE}} + \sum_{\forall p} C_p^{\text{POI}} + \sum_{\forall l \in \{L^{\text{BTS} \rightarrow \text{BSC}}, L^{\text{BSC} \rightarrow \text{MSC}}, L^{\text{MSC} \rightarrow \text{MSC}}\}} C_l^{\text{LINK}}$$

s okrajovými podmínkami  $F_l \leq C_l, \forall l, \theta \leq 0.001$  kde  $C_n^{\text{NODE}}$  je cena vrcholů typu  $n$ ,  $C_p^{\text{POI}}$  je cena přípojného místa do veřejné sítě (Point of Interconnect),  $C_l^{\text{LINK}}$  je cena spoje  $l$  typu  $L^{\text{BTS} \rightarrow \text{BSC}}, L^{\text{BSC} \rightarrow \text{MSC}}, L^{\text{MSC} \rightarrow \text{MSC}}$  a  $F_l, C_l$  reprezentují tok a kapacitu spoje  $l$  a  $\theta$  je pravděpodobnost nepřijetí volání.



## Příklad technických parametrů

- Počet frekvenčních kanálů které mohou být použity

$$N_k = \text{int}(\Delta F / F_k)$$

kde  $F_k$  je šířka jednoho pásma

- Počet frekvencí potřebných pro obsluhu uživatelů ( $M$ )  
v jednom sektoru každé buňky ( $C$  je počet sektorů)

$$n_s = \text{int}(N_k / C \times M)$$

## Příklad technických parametrů

- Akceptovatelná zátěž v jednom sektoru nebo v celé buňce (pokud jsou použity cirkulární antény)

$$A = n_0 \left[ 1 - \sqrt{1 - (P_{sl} \sqrt{\pi n_0 / 2})^{1/n_0}} \right] \quad \text{at} \quad P_{sl} \leq \sqrt{\frac{2}{\pi n_0}};$$

$$A = n_0 + \sqrt{\frac{\pi}{2} + 2n_0 \ln((P_{sl} \sqrt{\pi n_0 / 2}) - \sqrt{\frac{\pi}{2}})} - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad \text{at} \quad P_{sl} > \sqrt{\frac{2}{\pi n_0}}$$

kde  $n_0 = n_s \times n_a$ ;  $n_a$  je počet uživatelů, kteří mohou současně používat jeden kanál. Tento údaj definuje standard.

## Příklad technických parametrů

- Počet uživatelů jedné bazové stanice

$$N_{aBTS} = M \times \text{int}(A/\beta).$$

- Nezbytný minimální počet základnových stanic propokrytí dané geografické oblasti

$$N_{BTS} = \text{int}(N_a/N_{aBTS})$$

kde  $N_a$  je počet uživatelů, které má jedna základová stanice obsluhovat.

- Poloměr buňky je definován (za předpokladu rovnoměrného pokrytí)

$$R = \sqrt{\frac{1,21 \times S_0}{\pi N_{BTS}}}.$$

- Bezpečná vzdálenost mezi základnovými stanicemi používajícími stejnou frekvenci

$$D = R\sqrt{3C},$$

## Alokace kanálů (frekvencí)

- K dispozici je pouze velmi omezený počet kanálů/frekvencí
- Základní idea mobilní sítě: znovupoužití frekvencí v geograficky oddělených částech sítě
  - *Buňka* – část sítě s množinou přidělených frekvencí
  - Celé spektrum je přiděleno *clusteru* buněk
  - Buňky zpravidla hexagonální (pokrytí plochy)
    - Geometrie omezuje počet buněk v clusteru

$$N = i^2 + ij + j^2$$

kde  $i$  a  $j$  jsou celá čísla ( $N$  je tedy 1, 3, 4, 7, ...)

- Problémem je interference

## Alokace kanálů II

- Podmínky alokace
  1. Interference frekvencí mezi bučkami (buňky se stejným kanálem)
  2. Interference frekvencí na buňce (minimální spektrální vzdálenost kanálů)
  3. Požadavky buňky na počet kanálů
- Problém přidělení kanálů je ekvivalentní zobecněnému problému barvení grafů
- Podvarianty: *pevné* a *dynamické* přidělení kanálů

## Umístění základnových stanic

- Pokrytí terénu signálem při minimalizaci počtu základnových stanic
- Problém velmi podobný nalezení minimální dominující množiny grafu

### Definice

- *Dominující množina grafu je taková množina jeho vrcholů, že všechny ostatní vrcholy jsou spojeny s alespoň jedním vrcholem dominující množiny*

## Shrnutí

- Mnoho problémů návrhu sítě má charakter optimalizace grafově vyjádřeného problému
- Optimalizace je zpravidla NP-těžký problém, řešený heuristicky
- Populární heuristiky využívají *lokální* nebo *evoluční prohledávání*
  - Negarantují nalezení globálního optima
  - Na druhé straně mohou poskytnout cenné informace o stavovém prostoru možných řešení
  - A nalezená řešení zpravidla akceptovatelná
- Příklady problémů plánování mobilní sítě jako optimalizace grafově orientovaných problémů