1.6 Napište **while**-programy pro následující makro-příkazy:

(a) $Z := X + Y$

(b) $Z := X * Y$

(c) $Z := X \textbf{ div } Y$

(d) $Z := X \textbf{ mod } Y$

(e) $Z := 2^X$

b)

```
begin
    u := 0;
    z := 0;
    while u != y do
        begin
            z := z + x;
            u := u + 1
        end
end
```

a)

```
begin
    c := 0;
    r := x;
    while r ≥ y do begin
        r := r - y;
        c := c + 1
    end;
    z := c
end
```

1.7 Napište makro definice pro konstrukce **if-then-else** a **repeat-until**.

if T then δ_1 else δ_2

```
begin
    x := 0;
    if T then begin
        δ1;
        x := 1
    end;
    if (x=0) then δ2
end
```

repeat δ until T

```
begin
    δ;
    while ¬T do δ
end
```

1.9 Dokažte, že náhradou příkazu **while** $x_i \neq x_j$ **do** δ příkazem **while** $x_i \neq 0$ **do** δ získáme ekvivalentní třídu **while**-programů.

$\boxed{\text{while } x \neq y \text{ do } \delta}$

```
begin
    c := x - y;
    d := y - x;
    z := c + d;
    while z ≠ 0 do begin
        δ;
        c := x - y;
        d := y - x;
        z := c + d
    end
end
```

$\boxed{x := y}$

```
begin
    x := y+1;
    x := x - 1
end
```

$\boxed{x := y \pm z}$

```
begin
    x := y;
    c := z;
    while c ≠ 0 do
        begin
            c := c - 1;
            x := x ± 1
        end
end
```

1.10 Ukažte, že neexistuje **while**-program s *jednou* proměnnou, který počítá funkci $f(x) = 2 * x$. Nepoužívejte makro-příkazy!

Nechť P je while-program s proměnnou x_1 počítající $f(x) = 2x$. Pak existuje přímý program P' s proměnnou x_1 počítající $f(x) = 2 \cdot x$

```
begin
    ~~x1 := 0;~~
    x1 := x1 + 1;
    x1 := x1 - 1;
    ~~while x1 ≠ x1 do δ~~
    ⋮
```

```
begin
    x1 := m
    ⋮   n
end
```

$n+1$

$x_1 \leq m + n$

$\leq (n+1) + n = 2n + 1 \neq 2n + 2$

1.2 Uvažujte následující funkci:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{jestliže existuje posloupnost } \textit{alespoň } x \text{ sousedních 5 v desetinném rozvoji čísla } \pi; \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

je TVF.

Například $f(0) = f(1) = 1$, protože $\pi = 3.1415926535\underline{8}979\ldots$. Je funkce f vyčíslitelná? Změní se odpověď, jestliže v definici funkce f nahradíme *alespoň* x výrazem *přesně* x?

$$\boxed{f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq n \\ 0 & x > n \end{cases}}$$

$\boxed{f(x) = 1}$

jinak

pokud v π existuje nejvýš $\underline{n}$ pětek vedle sebe

1.5 Napište **while**-program, který počítá "$x_i := x_j - 1$" a používá z přiřazovacích příkazů jen $x := 0$ a $x_i := x_j + 1$.

$x_i := x_j - 1$

```
begin
    x := 0;
    p := 0;
    while x ≠ xj do begin
        while x ≠ p do p := p + 1;
        x := x + 1
    end
    xi := 0;
    while xi ≠ p do xi := xi + 1
end
```

x_i

$x_i := p$

```
begin
    u := 0;
    u := u + 1;
    xi := 0;
    while u ≠ xj do xi := xi + 1; u := u + 1
end
```

$x_i := 0$