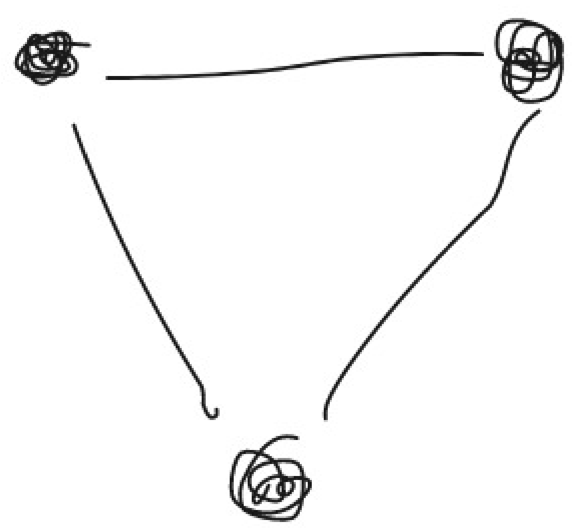
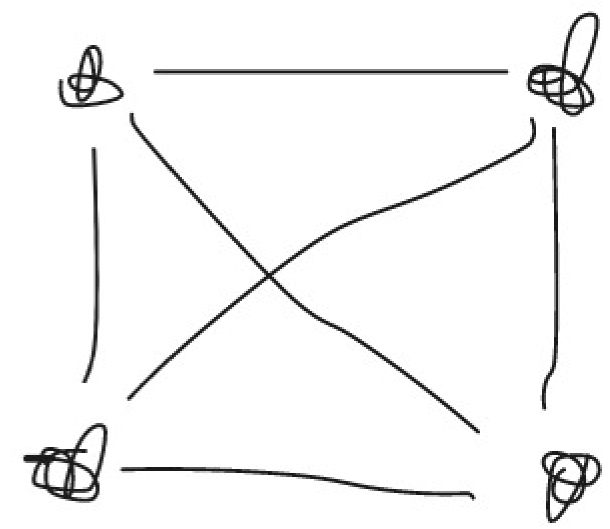
8.6 Řekneme, že neorientovaný graf G má *k-kliku*, pokud v něm existuje úplný podgraf s k vrcholy. Ukažte, že problém

$$\mathit{3KLIKA} = \{<G> \mid G \text{ je graf s 3-klikou}\}$$

P

$G = (V, E)$





```
for (x, y, z) in (V x V x V):
    if is_clique(x,y,z):
        accept
reject

is_clique(x,y,z):
    (x,y) \in E ∧ (y,z) \in E ∧ (x,z) \in E
```

8.3 Rozhodněte, zda je třída NP uzavřená na iteraci. Odpověď zdůvodněte. Následně totéž proveďte pro třídu P.

L - jazyk

$L^* = \{ w \mid w = w_1 w_2 \dots w_n \text{ t.ž. } w_i \in L \}$

$L \in NP \Rightarrow L^* \in NP$

Mám: NTS pro L

Chcem: NTS pro L^*

- "Uhádni" (nedeterministicky vyber) rozdelenie w = w_1, w_2, w_3... w_n
- Over že každé w_i \in L ⇒ Akceptuj
- Zamietni

8.4 Rozhodněte, ...

(a) $L_1, L_2 \in$ ...

(b) $L_1 \in$ NP ...

a) L ...

L ...

b) L ...

miro

```
ORACLE(Set) ⇒ x \in Set

is_iteration(w):
if w is empty ∨ w \in L:
    accept
split = ORACLE(1..|w|)
if w[:split] \in L:
    is_iteration(w[split+1:])
else:
    reject
```

is_iteration(w):

- w is empty ⇒ accept
- w \in L ⇒ accept
- for i in 1..|w-1|:
    - is_iteration(w[:i]) ∧ is_iteration(w[i+1:])
- else reject

NP

t_c

T[index, dĺžka] index   w = abcab

dĺžka podslova	1	2	3	4	...	|w|
1	a	b	c	a	b	
2	ab	bc	ca	cb	X	
3	abc	...	...	...		
4						
...						
|w|						

T[i, 0]

```
for i in 1..|w|:    // slovo dĺžky 1 sa nedá rozdeliť, teda stačí otestovať L
    T[i, 1] = w[i] \in L
for l in 2..|w|:
    for i in 1..(|w| - l + 1):
        is_iteration = w[i:i+l] \in L
        for split in 1..(l-1):
            is_iteration = is_iteration ∨ (T[i, split] ∧ T[i+split, l-split])
        T[i, l] = is_iteration
return T[1, |w|]
```

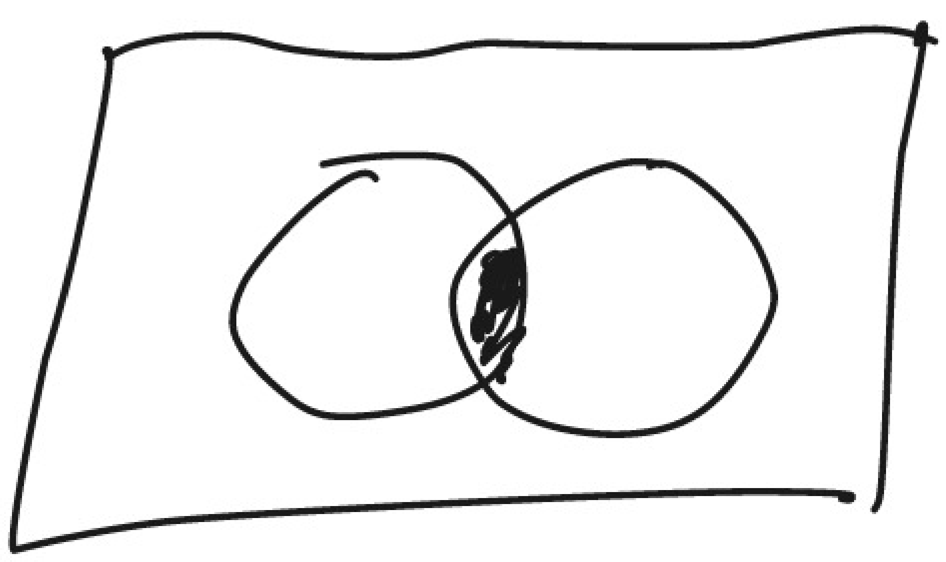
8.4 Rozhodněte, které z následujících tvrzení platí. Odpovědi zdůvodněte.

(a) $L_1, L_2 \in \mathsf{coNP} \implies L_1 \cap L_2 \in \mathsf{coNP}$

(b) $L_1 \in \mathsf{NP}, L_2 \subsetneq L_1, L_2 \in \mathsf{coNP} \implies L_1 \setminus L_2 \in \mathsf{NP}$

a) $L_1 \in coNP \quad \overline{L_1} \in NP \quad \overline{L_1} \cup \overline{L_2} \in NP$

$L_2 \in coNP \quad \overline{L_2} \in NP \quad \quad \|$



$L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}} \in coNP$

b) $L_1 \in NP \quad L_2 \subsetneq L_1 \quad L_2 \in coNP$

v_3... w_n

Chcem $L_1 \setminus L_2 \in NP$

$\|$

$L_1 \cap \overline{L_2}$

$\overline{L_2} \in NP$

$\in NP$

:

NP je uzavreté $\cap$,

teda $L_1 \cap \overline{L_2} \in NP$

[:i]) ∧ is_iteration(w[i+1:])

miro