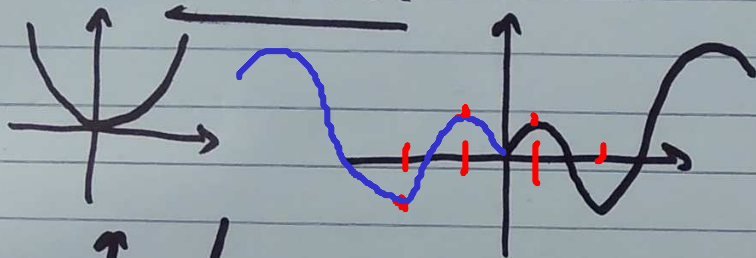
ke zkoušce: více než 5 bodů z 10-ti

písemky: 5 po 2 bodech

možnost jedné opravy na konci

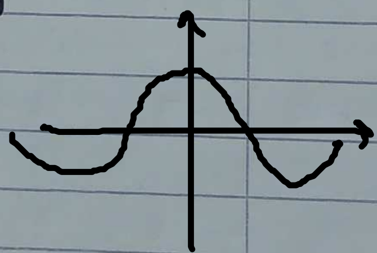
<u>účast na cvičeních: doporučená</u>

Funkce

sudá:  $f(x) = f(-x)$

lichá:  $-f(x) = f(-x)$

$\cos(x) = \cos(-x)$ ... sudá



$-\sin(x) = \sin(-x)$ ... lichá

$(\cos(x))^n = \cos^n(x)$ ... sudá

$$\sin^n(-x) = (\sin(-x))^n = (-\sin(x))^n = (-1)^n \cdot \sin^n(x)$$

$$= \begin{cases} \sin^n(x) & \text{pro } n \text{ sudé} \\ -\sin^n(x) & \text{pro } n \text{ liché} \end{cases}$$

rostoucí fce : $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$

(neklesající : $\leq$ $\leq$)

klesající fce : $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$

(nerostoucí : $\leq$ $\geq$)

monotónní fce s $D(f) = \mathbb{R}$ u nerovnic:

Př. $\operatorname{arctg}(x) \leq \operatorname{arctg}(x)^2$

$$\Leftrightarrow$$

$$x \leq x^2$$

Př. $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-1} \Leftrightarrow x \geq x^2 - 1$

Př. využijeme $f(x) = x^2$ je rostoucí na $\mathbb{R}^+$

$3\sqrt{x+2} - 3 \geq x \rightarrow$ podm. $x \geq -2$

$\sqrt{x+2} \geq \frac{x+3}{3}$ (≥ 0)

$x+2 \geq \frac{x^2+6x+9}{9}$

$\cancel{0 \geq x^2+x+7}$ $0 \geq x^2 - 3x - 9$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-4\cdot(-9)}}{2} = \frac{3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

$$x \in \left[\frac{3-3\sqrt{5}}{2}, \frac{3+3\sqrt{5}}{2}\right]$$

Parc. zlomky

$$\circledast \quad \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A_1}{(x-a)} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + \frac{B}{(x-b)} + \frac{C_1x+D_1}{(x^2+cx+d)} + \frac{C_2x+D_2}{(x^2+cx+d)^2}$$

postup: ① upravíme zlomek dělením polynomu polynomem, aby st $P <$ st Q (max. mocnina)

② rozložíme Q na součin lineárních a nerozložitelných kvadratických polynomů

např. $Q(x) = (x-a)^2 \cdot (x-b) \cdot \overbrace{(x^2+cx+d)}^{\text{diskr.} < 0}{}^2$

③ napíšeme rozklad podoby $\circledast$ (mocniny se napíší „vícekrát") (nalevo již máme upravené P)

④ vynásobíme obě strany $Q(x)$ (zbavíme se zlomků)

⑤ neznámé zjistíme porovnáváním koeficientů nebo dosazením za x

$\underline{\text{Pr.}}$ $$\frac{2x^5-5x^4+3x^3-8x^2+13x+12}{x^4-3x^3+x^2+4}$$

$$(2x^5-5x^4+3x^3-8x^2+13x+12):(x^4-3x^3+x^2+4) = 2x+1$$
$$-(2x^5-6x^4+2x^3 \qquad +8x \quad)$$
$$x^4+x^3-8x^2+5x+12$$
$$-(x^4-3x^3+x^2+ \qquad 4)$$
$$4x^3-9x^2+5x+8$$

korene $x^4-3x^3+x^2+4$ $\quad \frac{p}{q}$ $\quad p|4$, $q|1$ $\quad \{\pm1, \pm2, \pm4\}$

	1	-3	1	0	4
1	1	-2	-1	-1	3
-1	1	-4	5	-5	9
2	1	-1	-1	-2	0
2	1	1	1	0	

$$Q(x) = (x-2)^2\cdot(x^2+x+1)$$

$$\frac{4x^3-9x^2+5x+8}{(x-2)^2\cdot(x^2+x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+x+1} \quad /\cdot Q(x)$$

$$4x^3-9x^2+5x+8 = A(x-2)(x^2+x+1)+B(x^2+x+1)$$
$$+(Cx-D)(x-2)^2$$
$$=(A+C)x^3+(-A+B-4C+D)x^2$$
$$+(-A+B+4C-4D)x+(-2A+B+4D)$$

$x^3: \quad 4 = A + C \qquad (4)$

$x^2: \quad -9 = -A + B - 4C + D \rightarrow -11 = -A - 4C + D \qquad (1)$

$x: \quad 5 = -A + B + 4C - 4D \rightarrow 3 = -A + 4C - 4D \qquad (2)$

$x^0: \quad 8 = -2A + B + 4D \rightarrow 6 = -2A + 4D \qquad (3)$

$x = 2: \quad 4 \cdot 8 - 9 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 8 = 14 = 7B \rightarrow \boxed{B = 2}$

$(1) + (2): \quad \underbrace{+8 = +2A + 3D}_{+ (3)} \qquad (3): \quad 14 = 7D$

$D = 2 \rightarrow (3): \quad A = 1$

$A = 1 \rightarrow (4): \quad C = 3 \qquad \boxed{D = 2}$

$$\text{zadání} = 2x + 1 + \overset{A}{\frac{1}{x-2}} + \overset{B}{\frac{2}{(x-2)^2}} + \overset{Cx + D}{\frac{3x+2}{x^2+x+1}}$$

DÚ: 1) $\dfrac{4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + 22x + 9}{4x^3 + 2x^2 - 8x - 6}$

2) $\dfrac{1}{x^2 - 1}$