Měření rizika

Obsah

1. Pravděpodobnost a statistika
    - Rozdělení pravděpodobnosti
    - Význam
    - Standardní odchylka
2. Zákon velkých čísel
    - Teorém centrálního limitu
3. Předpovídání ztrát
    - Analýza pravděpodobnosti
    - Regresní analýza
    - Prognózy založené na rozdělení ztrát

- Pro stanovení očekávaných ztrát pojistní matematici aplikují pravděpodobnost a statistickou analýzu na dané ztrátové situace.
- Pravděpodobnost události je jednoduše dlouhodobá relativní frekvence události, vzhledem k nekonečnému počtu pokusů beze změn v základních podmínkách.
- Pravděpodobnost některých událostí lze určit bez experimentování - např .: Pokud se ve vzduchu převrátí „spravedlivá“ mince, pravděpodobnost, že se mince objeví „na hlavě“, je 50% a pravděpodobnost, že se objeví „na ocasu“, je také 50%.
- Další pravděpodobnosti, jako je pravděpodobnost úmrtí během určitého roku nebo pravděpodobnost účasti na automobilové nehodě, lze odhadnout z údajů o minulých ztrátách.

- Pohodlný způsob shrnutí událostí a pravděpodobností je prostřednictvím rozdělení pravděpodobnosti.
- Distribuce pravděpodobnosti uvádí události, které by mohly nastat, a odpovídající pravděpodobnost výskytu každé události.
- Distribuce pravděpodobnosti mohou být diskrétní, což znamená, že jsou možné pouze odlišné výsledky, nebo kontinuální, což znamená, že by mohlo dojít k jakémukoli výsledku v rozsahu výsledků.
- např .: Počet běhů skórovaných v baseballové hře je diskrétní měřítkem, protože nelze zaznamenat částečné běhy. Rychlost a teplota jsou nepřetržitá opatření, protože mohou nastat všechny hodnoty v rozsahu hodnot.

- Distribuce pravděpodobnosti se vyznačují dvěma důležitými měřítky: centrální tendencí a disperzí.
- Přestože existuje několik měr centrální tendence, nejčastěji používaným měřítkem je střední (μ) nebo očekávaná hodnota (EV) distribuce.
- (Další měřítka centrální tendence jsou medián, což je střední pozorování v rozdělení pravděpodobnosti, a režim, který je pozorováním, které se vyskytuje nejčastěji.)
- Střední nebo očekávaná hodnota se zjistí vynásobením každého výsledku pravděpodobností výskytu a následným součtem výsledných produktů::

$$\mu \text{ or } EV = \sum X_i P_i$$

např .: Předpokládejme, že pojistný matematik odhaduje následující pravděpodobnosti různých ztrát pro určité riziko :

Výše ztráty (X_i)		Pravděpodobnost ztráty(P_i)		X_iP_i
\$0	X	0.30	=	\$0
\$360	X	0.50	=	\$180
\$600	X	0.20	=	\$120
		$\sum X_iP_i$	=	\$300

Dalo by se tedy říci, že průměrná nebo očekávaná ztráta při rozdělení pravděpodobnosti je 300 $.

Přestože střední hodnota naznačuje centrální tendenci, neříká nám nic o rizikovosti nebo rozptylu distribuce. Zvažte druhé rozdělení pravděpodobnosti ztráty :

Výše ztráty (X_i)		Pravděpodobnost ztráty(P_i)		X_iP_i
$225	X	0.40	=	$90
$350	X	0.60	=	$210
		$\sum X_iP_i$	=	$300

Tato distribuce má také průměrnou hodnotu ztráty 300 $. První distribuce je však riskantnější, protože rozsah možných výsledků je od 0 do 600 USD. U druhé distribuce je rozsah možných výsledků pouze 125 $ (350 - 225 $), takže jsme si jistější ohledně výsledku s 2. distribucí.

- 2 standardní míry disperze k charakterizaci variability nebo disperze kolem střední hodnoty: rozptyl (σ 2) a směrodatná odchylka (σ)
- Rozptyl rozdělení pravděpodobnosti je součtem čtvercových rozdílů mezi možnými výsledky a očekávanou hodnotou váženou pravděpodobností výsledku.:

$$\sigma^2 = \sum P_i(X_i - EV)^2$$

- je průměrná kvadratická odchylka mezi možnými výsledky a průměrem

Protože je rozptyl v „čtvercových jednotkách", je nutné vzít druhou odmocninu rozptylu tak, aby centrální tendence a míry rozptylu byly ve stejných jednotkách. Druhá odmocnina rozptylu je směrodatná odchylka. Rozptyl a směrodatná odchylka prvního rozdělení :

$$\sigma^2 = 0.30(0 - 300)2 + 0.50(360 - 300)2 + 0.20(600 - 300)2$$

$$= 27,000 + 1,800 + 18,000$$

$$= 46,800$$

$$\sigma = \sqrt{46,800} = 261.33$$

Pro druhé rozdělení rozptyl a směrodatná odchylka :

$$\sigma^2 = 0.40(225 - 300)2 + 0.60(350 - 300)2$$

$$= 2, 250 + 1, 500$$

$$= 3, 750$$

$$\sigma = \sqrt{3, 750} = 61.24$$

Zatímco tedy prostředky obou distribucí jsou stejné, standardní odchylky se výrazně liší.

- Vyšší standardní odchylky, relativně k průměru, jsou spojeny s větší nejistotou ztráty; proto je riziko vyšší.
- Nižší standardní odchylky ve srovnání s průměrem jsou spojeny s menší nejistotou ztráty; proto je riziko nižší.

- Dvě rozdělení pravděpodobnosti použitá v diskusi o centrální tendenci a disperzi jsou „zvláštní“ v tom, že mohou nastat pouze tři a dva možné výsledky.
- Kromě toho jsou přiřazeny specifické pravděpodobnosti odpovídající úrovním ztráty. V praxi je odhad frekvence a závažnosti ztráty obtížný.
- Pojistitelé mohou při odhadu ztrát použít, jak údaje o skutečné ztrátě, tak teoretické rozdělení ztrát (např. Binomické, Poissonovo a normální rozdělení).

- I když byly charakteristiky populace známy s jistotou, pojišťovny nepojišťují populace.
- Spíše vyberou vzorek z populace a vzorek pojistí.
- Je zřejmé, že vztah mezi populačními parametry a charakteristikami vzorku (střední a standardní odchylka) je pro pojišťovny důležitý, protože skutečné zkušenosti se mohou od populačních parametrů podstatně lišit.
- Charakteristiky rozdělení vzorkování pomáhají ilustrovat zákon velkého počtu, matematický základ pojištění.

- Je možné ukázat, že průměrné ztráty náhodného vzorku n expozičních jednotek budou následovat normální rozdělení z důvodu věty o centrálním limitu, která uvádí:

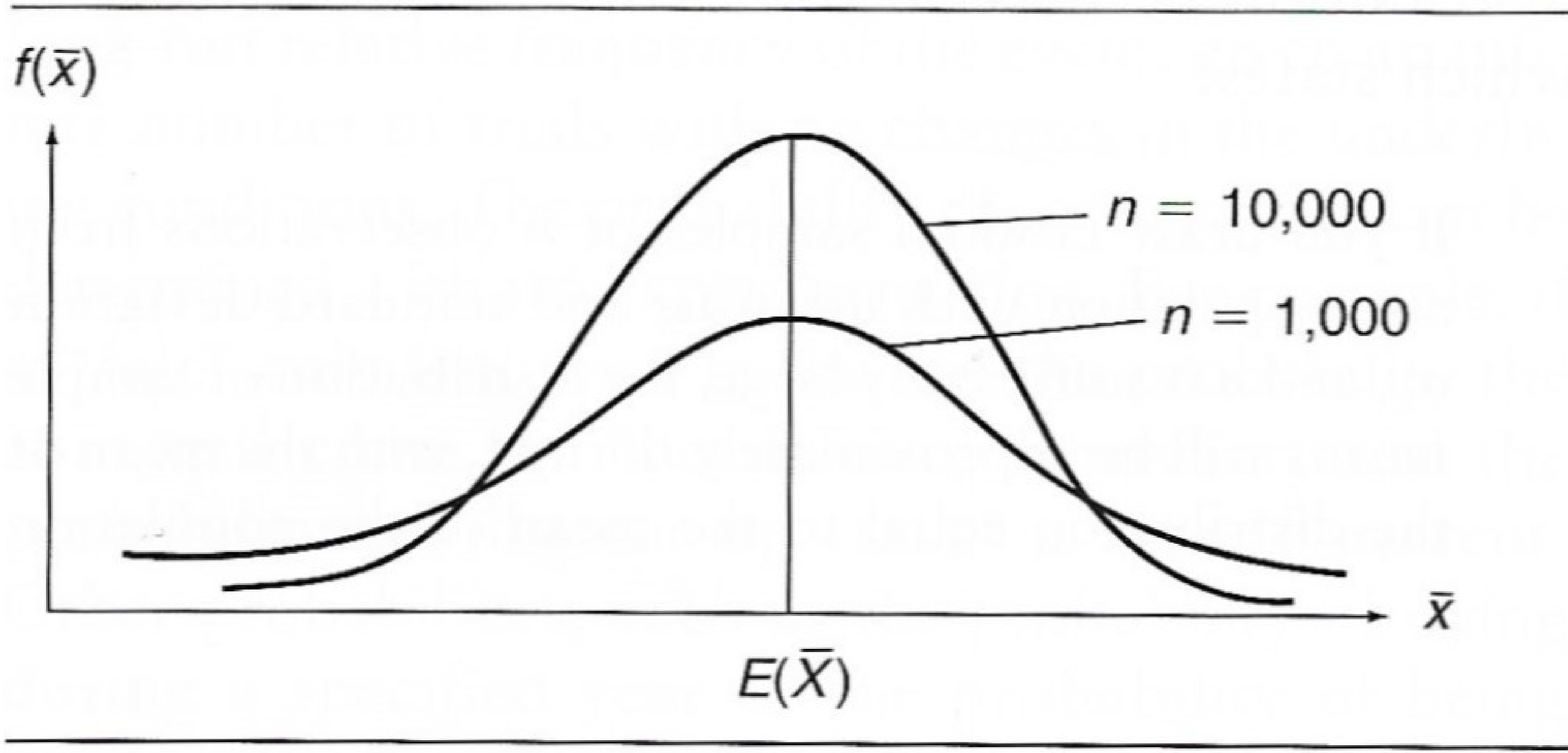
- Pokud odebíráte náhodné vzorky *n* pozorování z jakékoli populace se střední hodnotou μ_x a směrodatnou odchylkouσ_x, a *n* je dostatečně velká, distribuce průměrů vzorku bude přibližně normální, přičemž průměr distribuce se bude rovnat průměru populace $\mu_x = \mu_x$ a směrodatná chyba výběrového průměru σ_x ovnající se směrodatné odchylce populace (σ_x) dělená druhou odmocninou *n*($\sigma_x = \sigma_x / \sqrt{n}$).

- Tato aproximace se stává čím dál přesnější, jak se zvětšuje velikost vzorku, *n*.

Centrální limitní věta - důsledky pro pojistitele :

1. Rozdělení vzorků prostředků nezávisí na rozdělení populace za předpokladu, že *n* je dostatečně velké. Bez ohledu na distribuci populace (bimodální, unimodální, symetrická, zkosená vpravo, zkosená vlevo atd.), Distribuce průměrů vzorku se přiblíží normálnímu rozdělení, jak se zvětší velikost vzorku.

1. Distribuce vzorkování versus velikost vzorku



- Normální rozdělení je symetrická křivka ve tvaru zvonu.
- Je definována střední hodnotou a směrodatnou odchylkou distribuce.
- Asi 68% distribuce leží v jedné standardní odchylce průměru a asi 95% distribuce leží ve dvou standardních odchylkách průměru.
- TNormální křivka má mnoho statistických aplikací (testování hypotéz, intervaly spolehlivosti atd.) A je snadno použitelná.

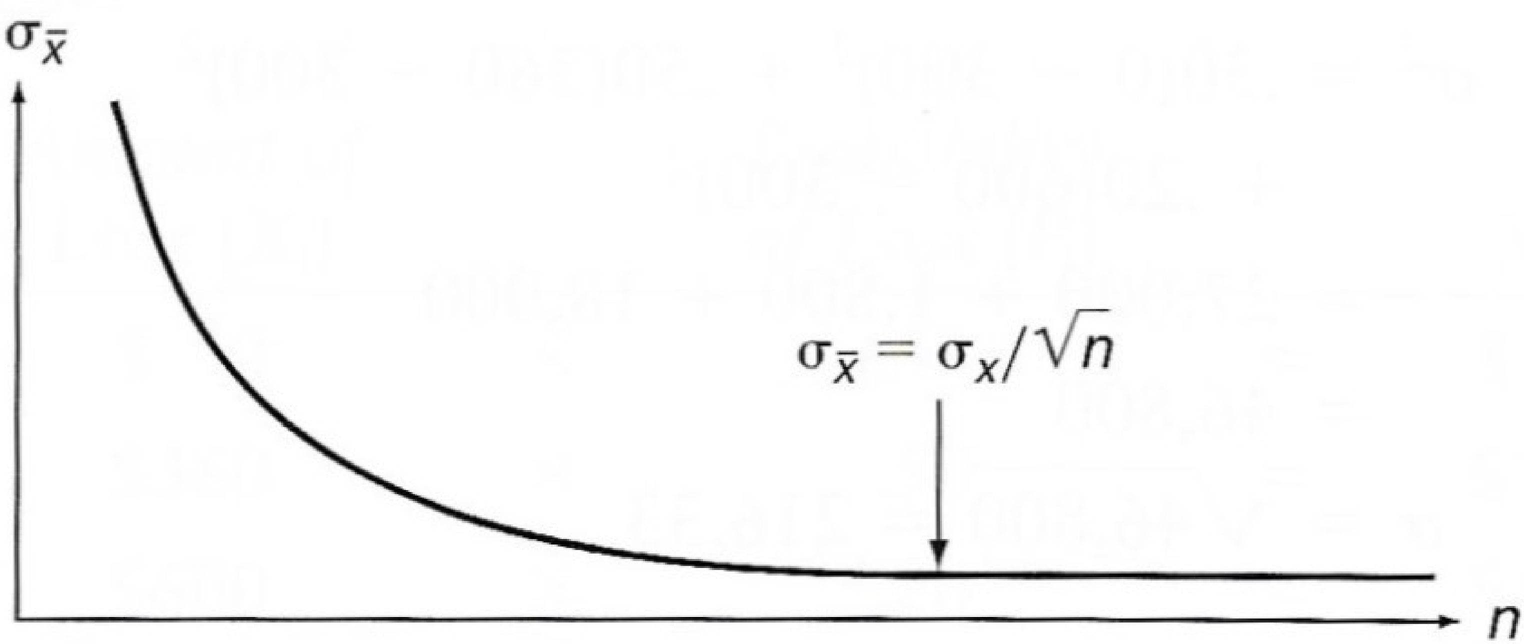
2. Standardní chyba vzorku znamená, že distribuce klesá s rostoucí velikostí vzorku.
   Připomeňme, že standardní chyba je definována jako $\sigma_x = \sigma_x / \sqrt{n}$ standardní chyba rozdělení průměrné ztráty vzorku se rovná standardní odchylce populace dělené druhou odmocninou velikosti vzorku.
   Protože směrodatná odchylka populace je nezávislá na velikosti vzorku, lze standardní chybu distribuce vzorkování, σ_x snížit jednoduchým zvětšením velikosti vzorku.

např.: Předpokládejme, že by pojišťovna chtěla vybrat vzorek k pojištění z populace, kde je průměrná ztráta 500 \$ a standardní odchylka 350 \$. Jak pojistitel zvyšuje počet pojištěných jednotek (n), standardní chyba rozdělení vzorků σ_x poklesne. Standardní chyba pro různé velikosti vzorků je shrnuta níže :

n	σ_x
10	110.68
100	35.00
1,000	11.07
10,000	3.50
100,000	1.11

Jak se tedy velikost vzorku zvětšuje, rozdíl mezi skutečnými a očekávanými výsledky se zmenšuje. Ve skutečnosti se blíží nule, protože n je velmi velké.

2. Standardní chyba distribuce vzorkování versus velikost vzorku



2. Standardní chyba distribuce vzorkování versus velikost vzorku

- Je zřejmé, že když pojistitel zvětší velikost pojištěného vzorku, zvýší se upisovací riziko (maximální pojistné ztráty), protože více pojištěných jednotek může utrpět ztrátu.
- Upisovací riziko pro pojistitele se rovná počtu pojištěných jednotek vynásobenému standardní chybou průměrné distribuce ztrát, σ_x.
- Připomínáme, že σ_x se rovná to $\sigma_x / \sqrt{n}$, ýraz pro upisovací riziko : $n \times \sigma_x = n \times \sigma_x / \sqrt{n} = \sqrt{n} \times \sigma_x$
- Zatímco se tedy upisovací riziko zvyšuje s nárůstem velikosti vzorku, nezvyšuje se proporcionálně.
- Pojišťovací společnosti se zabývají ztrátami - očekávají, že dojde ke ztrátám. Hlavním problémem je odchylka mezi skutečnými ztrátami a očekávanými ztrátami. Pojištěním velkých vzorků pojišťovny snižují svá objektivní rizika. Pojistitelé skutečně mají „bezpečnost v číslech“.

- Manažer rizik musí také identifikovat rizika, kterým organizace čelí, a poté analyzovat potenciální frekvenci a závažnost těchto ztrátových vystavení.
- Ačkoli historie ztrát poskytuje cenné informace, neexistuje žádná záruka, že budoucí ztráty budou sledovat minulé trendy ztrát.
- Manažeři rizik mohou při předpovídání úrovní ztrát využívat řadu technik :
    1. Analýza pravděpodobnosti
    2. Regresní analýza
    3. Prognózy založené na rozdělení ztrát

- Šance na ztrátu je možnost, že dojde k nežádoucí události.
- Pravděpodobnost (P) takové události se rovná počtu pravděpodobných událostí (X) děleno počtem jednotek vystavení (N).
- Pokud tedy vozový park má 500 vozidel a průměrně každý rok utrpí fyzické poškození 100 vozidel, pravděpodobnost poškození vozového parku v daném roce je:
  P (fyzické poškození) = 100/500 = 0.20 or 20%

Druhy událostí :

1. Nezávislé události

- výskyt neovlivní výskyt jiné události
- apř .: Předpokládejme, že podnik má výrobní závody v Praze a Brně a že pravděpodobnost požáru v pražském závodě je 5% a že pravděpodobnost požáru v závodě v Brně je 4%. Je zřejmé, že výskyt jedné z těchto událostí nemá vliv na výskyt druhé události. Pokud jsou události nezávislé, je pravděpodobnost, že k nim dojde společně, výsledkem jednotlivých pravděpodobností. Pravděpodobnost, že obě výrobní zařízení budou požárem poškozena, je :

  P (požár v závodě v Praze) × P (požár v závodě v Brně) = P (požár v obou závodech) = 0,04 × 0,05 = 0,002 nebo 0,2%

2. Závislé události

- výskyt jedné události ovlivňuje výskyt druhé
- Pokud jsou 2 budovy umístěny blízko sebe a jedna budova hoří, zvyšuje se pravděpodobnost, že druhá budova shoří.
- např .: Předpokládejme, že individuální pravděpodobnost ztráty z důvodu požáru v každé budově je 3%. Pravděpodobnost, že ve 2. budově bude oheň, vzhledem k tomu, že v 1. budově došlo k požáru, však může být 40%. Jaká je pravděpodobnost dvou požárů? Tato pravděpodobnost je podmíněná pravděpodobnost, která se rovná pravděpodobnosti 1. události vynásobené pravděpodobností 2. události vzhledem k tomu, že došlo k 1. události:

  P (oheň v jedné budově) × P (oheň v druhém závodě s požárem v první budově) = P (oba hoří) = 0,03 × 0,40 = 0,012 nebo 1,20%

3. Vzájemně se vylučující události

- pokud výskyt jedné události vylučuje výskyt druhé události
- např .: Je-li budova zničena požárem, nemůže být zničena také povodněmi.
- pravděpodobnosti jsou aditivní - např .: Pokud je pravděpodobnost, že budova bude zničena požárem 2% a pravděpodobnost, že bude budova zničena povodněmi je 1%, pak je pravděpodobnost, že budova bude zničena požárem nebo povodněmi, je:

  P (oheň ničí budovy) + P (povodeň ničí budovy) = P (oheň nebo povodeň ničí budovy) = 0,02 + 0,01 = 0,03 nebo 3%

4. Pokud se nezávislé události vzájemně nevylučují, může dojít k více než jedné události.
   - Při určování pravděpodobnosti, že dojde alespoň k jedné události, je třeba dbát na to, aby nedošlo k „dvojímu započítání“.
   - např .: Je-li pravděpodobnost menšího požárního poškození 4% a pravděpodobnost menšího povodňového poškození 3%, pak je pravděpodobnost výskytu alespoň 1 z těchto událostí:

     P (menší požár) + P (menší povodeň) - P (menší požár a povodeň) = P (alespoň jedna událost) 0,04 + 0,03 - (0,04 × 0,03) = 0,0688 neboli 6.88%

     Přiřazení pravděpodobností jednotlivým a společným událostem a analýza pravděpodobností mohou manažerovi rizik pomoci při formulování plánu léčby rizik.

- charakterizuje vztah mezi 2 nebo více proměnnými a poté pomocí této charakterizace předpovídá hodnoty proměnné
- Předpokládá se, že 1 (závislá) proměnná je funkcí 1 nebo více nezávislých proměnných.
- Není těžké si představit vztahy, které by byly zajímavé pro manažery rizik, ve kterých je 1 proměnná závislá na jiné proměnné.
- např .: Zvažte žádosti o odškodnění pracovníků. Je logické předpokládat, že počet žádostí o odškodnění pracovníků by měl pozitivně souviset s nějakou proměnnou představující zaměstnanost (jako je počet zaměstnanců, mzdy nebo odpracované hodiny).
- např.: Očekávali bychom, že počet žádostí o fyzické poškození flotily vozidel se bude zvyšovat s rostoucí velikostí flotily nebo s nárůstem počtu kilometrů najetých každý rok vozidly.

- Počet pohledávek je vynesen proti mezd.
- Regresní analýza poskytuje souřadnice čáry, která nejlépe odpovídá bodům v grafu.
- Tato čára minimalizuje součet čtverců odchylek bodů od čáry. Náš předpokládaný vztah: Počet žádostí pracovníků o odškodnění = B_0 + (B_1 × mzdy [v tisících]), kde B_0 je konstanta a B_1 je koeficient nezávislé proměnné. Koeficient determinace, R-square, se pohybuje od 0 do 1 a měří přizpůsobení modelu. Hodnota R-square blízká 1 naznačuje, že model dělá roční mzdu dobré společnosti v tisících dolarů a předpovídá hodnoty Y. Nahrazením odhadovaných mezd pro příští rok (v tisících) odhaduje manažer rizik, že v příštím roce dojde k 509 žádostem o odškodnění pracovníků.

- Distribuce ztrát je rozdělení pravděpodobnosti ztrát, ke kterým může dojít..
- Prognózy pomocí distribuce ztrát fungují dobře, pokud ztráty mají tendenci sledovat specifickou distribuci a velikost vzorku je velká.
- Znalost parametrů, které určují rozdělení ztrát (například průměr, směrodatná odchylka a frekvence výskytu), umožňuje manažerovi rizik odhadnout počet událostí, závažnost a intervaly spolehlivosti.

Prognóza ztráty na základě normálního rozdělení

- Předpokládejme, že počet ztrát na majetku souvisejících s počasím je obvykle rozdělen s průměrem (m) rovným 16 a směrodatnou odchylkou (s) rovnou 3. Jaká je pravděpodobnost, že počet ztrát na majetku souvisejících s počasím bude mezi 16 a 22?
- Předpokládejme, že počet ztrát fyzického poškození u velkého vozového parku je obvykle rozdělen s průměrem 400 a směrodatnou odchylkou 80. Jaká je pravděpodobnost, že: a. Dojde k více než 440 ztrátám? b. Dojde mezi 320 a 480 ztrátami? C. Dojde ke ztrátám mezi 460 a 520?

Děkuji za pozornost!