

Rozklad na parciální zlomky



Jiří Bubela
2014

Rozklad na parciální zlomky

Rozklad mnohočlenu (připomenutí)

Ukázka 1

Ukázka 2

Rozklad na parciální zlomky

Příklad 1

- Rozložte danou racionální lomenou funkci na parciální zlomky

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+x-2}$$

- Rozložte danou racionální lomenou funkci na parciální zlomky

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+x-2} = \frac{x+3}{(x+2)(x-1)}$$

- Rozložte danou racionální lomenou funkci na parciální zlomky

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+x-2} = \frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)}$$

A a B jsou zatím neznámé konstanty

- Rozložte danou racionální lomenou funkci na parciální zlomky

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+x-2} = \frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)}$$

$$\frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)} \quad / \cdot (x+2)(x-1)$$

Vynásobíme společným jmenovatelem

- Rozložte danou racionální lomenou funkci na parciální zlomky

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+x-2} = \frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)}$$

$$\frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)} \quad / \cdot (x+2)(x-1)$$

$$x+3 = A(x-1) + B(x+2)$$

- Rozložte danou racionální lomenou funkci na parciální zlomky

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+x-2} = \frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)}$$

$$\frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)} \quad / \cdot (x+2)(x-1)$$

$$x+3 = A(x-1) + B(x+2)$$

 Upravíme na vhodnější tvar

$$x+3 = Ax - A + Bx + 2B$$

$$1x + 3 = (A+B)x - A + 2B$$

- Rozložte danou racionální lomenou funkci na parciální zlomky

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+x-2} = \frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)}$$

$$\frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)} \quad / \cdot (x+2)(x-1)$$

$$x+3 = A(x-1) + B(x+2)$$



$$x+3 = Ax - A + Bx + 2B$$

$$1x + 3 = (A+B)x - A + 2B$$

$$x^1: \quad 1 = A + B$$

$$x^0: \quad 3 = -A + 2B$$

- Rozložte danou racionální lomenou funkci na parciální zlomky

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+x-2} = \frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)}$$

$$\frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)} \quad / \cdot (x+2)(x-1)$$

$$x+3 = A(x-1) + B(x+2)$$



$$x+3 = Ax - A + Bx + 2B$$

$$1x + 3 = (A+B)x - A + 2B$$

$$x^1: 1 = A + B$$

$$x^0: 3 = -A + 2B$$



Přepíšeme do matice

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{array} \right)$$

- Rozložte danou racionální lomenou funkci na parciální zlomky
 - Vyřešíme matici pomocí Gaussovy eliminační metody

$$+1x \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{/3} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{-1x} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 4/3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -1/3 \\ 0 & 1 & 4/3 \end{array} \right)$$

- Rozložte danou racionální lomenou funkci na parciální zlomky

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+x-2} = \frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)}$$

$$\frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)} \quad / \cdot (x+2)(x-1)$$

$$x+3 = A(x-1) + B(x+2)$$



$$x+3 = Ax - A + Bx + 2B$$

$$1x + 3 = (A+B)x - A + 2B$$

$$x^1: 1 = A + B$$

$$x^0: 3 = -A + 2B$$



$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -1/3 \\ 0 & 1 & 4/3 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{array}{l} A = -1/3 \\ B = 4/3 \end{array}$$

- Rozložte danou racionální lomenou funkci na parciální zlomky

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+x-2} = \frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)}$$

$$\frac{x+3}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)} \quad / \cdot (x+2)(x-1)$$

$$x+3 = A(x-1) + B(x+2)$$



$$x+3 = Ax - A + Bx + 2B$$

$$1x + 3 = (A+B)x - A + 2B$$

$$x^1: 1 = A + B$$

$$x^0: 3 = -A + 2B$$



$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -1/3 \\ 0 & 1 & 4/3 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{array}{l} A = -1/3 \\ B = 4/3 \end{array} \quad \text{Dosadíme}$$

$$= \frac{-1/3}{(x+2)} + \frac{4/3}{(x-1)} = \underline{\underline{-\frac{1}{3(x+2)} + \frac{4}{3(x-1)}}}$$