

7. a 8. cvičení z MB154, podzim 2021

Příklad 1. Projděte příklady z vnitrosestrálky.

Příklad 2. Množinu čtyř slov chceme přenášet binárním kódem (rozpoznávajícím, poté) opravujícím jednoduché chyby. Jakou nejmenší délku slov (chceme pro všechna slova stejnou) můžeme mít? Udejte příklad takových čtyřech slov.

U toho jsme se zasekli na dost dlouho, bavili jsme se o grafech, vzdálenosti v grafech, tj. vysvětloval jsem Hammingovu vzdálenost, atd.

Příklad 3. Pomocí lineárního kódu daného maticí

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

zakódujte zprávu 101.

Příklad 4. Určete všechna kódová slova $(3, 2)$ -kódu generovaného polynomem $x + 1$.

Příklad 5. Určete generující matici polynomiálního kódu z předchozího příkladu.

Příklad 6. Určete generující matici a matici kontroly parity $(7, 2)$ -kódu generovaného polynomem $x^5 + x^4 + x^2 + 1$. Dekódujte přijaté slovo 00101|11 za předpokladu, že při přenosu došlo k nejmenšímu možnému množství chyb.

Příklad 7. Určete generující matici a matici kontroly parity $(7, 4)$ -kódu generovaného polynomem $x^3 + x + 1$. Dekódujte přijaté slovo 100|1001 za předpokladu, že při přenosu došlo k nejmenšímu možnému množství chyb. Dekódujte přijaté slovo 101|0110 za předpokladu, že při přenosu došlo k nejmenšímu možnému množství chyb.

Příklad 8. Určete počet řešení rovnice

$$x + y + z = 2021$$

v \mathbb{N} (resp. v \mathbb{N}_0).

Příklad 9. Kolika způsoby můžeme číslo 22500000 napsat jako

- (a) součin dvou přirozených čísel,
- (b) součin tří přirozených čísel.

Příklad 10. Kamarádi Alice, Bob, Cecílie, David a Ema jdou spolu do kina. V kině si sednou do řady vedle sebe. Kolika způsoby si můžou posadat, pokud chtějí, aby

- (a) Bob seděl vedle Cecílie,
- (b) David neseděl vedle Alice,
- (c) nastaly obě možnosti (a) i (b) současně.

Příklad 11. Kolika způsoby se může rozesadit 5 osob v pětimístném autě, když jen dva lidé mají řidičský průkaz? Kolika způsoby se může rozesadit 20 cestujících a 2 řidiči v 25-místném minibusu?

Příklad 12. Výsledné pořadí týmů 1. ligy se ztratilo, našlo se pouze relativní pořadí všech 7 týmů z Čech a relativní pořadí všech 6 týmů z Moravy. Kolika způsoby lze z těchto částečných údajů sestavit pořadí 1. ligy?

Jedná se o shuffle a je to jen kombinační číslo, ale bylo by fajn, kdyby to studenti viděli.

Příklad 13. Na kolik oblastí může nejvýš rovinu rozdělit n kružnic?

$a_n = 1, 2, 4, 8, \dots$, přičemž další člen je 14, což je docela hezké. Indukcí: n -tá kružnice může protnout všechny předchozí v $2 \cdot (n - 1)$ bodech (nedokazujte; platí pro $n \geq 2$), které ji dělí na $2 \cdot (n - 1)$ oblouků, přičemž každý z nich dělí jednu z předchozích oblastí na dvě, takže $a_n = a_{n-1} + 2 \cdot (n - 1)$, dostaneme $a_n = n^2 - n + 2$ pro $n \geq 1$.

Příklad 14. V šatně si 4 návštěvníci odložili své kabáty a klobouky. Nešťastnou náhodou všechny klobouky spadly na zem. Šatnářka chce klobouky opět pověsit, ale protože si nepamatuje, který patří komu, pověsí je k jednotlivým kabátům zcela náhodně. Kolika způsoby může klobouky pověsit, tak aby alespoň jeden návštěvník dostal svůj klobouk.