7. Rozšiřující poznámky

Luboš Popelínský

E-mail: popel@fi.muni.cz
http://nlp.fi.muni.cz/uui/

Obsah:

- Další axiomatický systém
- Gentzenovský systém (kalkul sekventů)
- Jak se liší uvedené důkazové metody od znalostního agenta

Další axiomatické systémy

Для исчисления высказываний могут быть построены аксиоматизации и с одной единственной схемой аксиом. Так, например, если за примитивные связки принять $\neg$ и $\supset$, то при единственном правиле вывода — modus ponens — достаточной оказывается схема аксиом:

$$[(((\mathscr{A} \supset \mathscr{B}) \supset (\neg \mathscr{C} \supset \neg \mathscr{D})) \supset \mathscr{C}) \supset \mathscr{E}] \supset [(\mathscr{E} \supset \mathscr{A}) \supset (\mathscr{D} \supset \mathscr{A})]$$

(Мередит [1953]).

Другим примером такого рода может служить система Никода [1917], в которой употребляется единственная связка | (дизъюнкция отрицаний), имеется единственное правило вывода, по которому $\mathscr{C}$ следует из $\mathscr{A}$ и $\mathscr{A} \mid (\mathscr{B} \mid \mathscr{C})$, и единственная схема аксиом

$$(\mathscr{A} \mid (\mathscr{B} \mid \mathscr{C})) \mid \{[\mathscr{D} \mid (\mathscr{D} \mid \mathscr{D})] \mid [(\mathscr{E} \mid \mathscr{B}) \mid ((\mathscr{A} \mid \mathscr{E}) \mid (\mathscr{A} \mid \mathscr{E}))]\}.$$

Дальнейшие сведения из этой области, в том числе и исторический обзор, можно найти в книге Чёрча [1956].

Introduction to Mathematical Logic by Elliott Mendelson, 1964

Gentzenovský systém (kalkul sekventů)

- příklad pravidlového systému formální logiky: pouze nástin, nikoliv úplná definice
- další typ výrazů formálního jazyka: sekventy (sekvence)
  $A_1, A_2, \ldots, A_n \vdash B$,
  kde A_i, B jsou formule, $\vdash$ je symbol odvoditelnosti (dokazatelnosti).
  Posloupnost na levé straně chápeme jako konečnou množinu formulí (budeme ozn. Γ) – nezáleží na pořadí, lze vynechat duplicity, může být prázdná.
- jediný axiom: $\Gamma, A \vdash A$

Gentzenovský systém: pravidla

- obecné schéma pravidel: $\dfrac{\text{předpoklad}_1 \qquad \ldots \qquad \text{předpoklad}_n}{\text{závěr}}$
- pravidla zavedení a eliminace předpokladu:

$$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma, A \vdash A} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash B \qquad \Gamma, \neg A \vdash B}{\Gamma \vdash B}$$

- řada pravidel pro spojky (uvedeme pouze některá na ukázku)
  zavedení a eliminace $\vee$:

$$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash A \vee B} \qquad \frac{\Gamma, A \vdash C \qquad \Gamma, B \vdash C \qquad \Gamma \vdash A \vee B}{\Gamma \vdash C}$$

  zavedení a eliminace $\wedge$:

$$\frac{\Gamma \vdash A \qquad \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \wedge B} \qquad \frac{\Gamma \vdash A \wedge B}{\Gamma \vdash A} \frac{\Gamma \vdash A \wedge B}{\Gamma \vdash B}$$

Gentzenovský systém: důkazy

- důkaz sekventu: strom, v jehož kořeni je dokazovaný sekvent, v listech axiomy a každý uzel (závěr) se svými přímými následníky (předpoklady) představuje instanci některého z pravidel systému
- je-li dokázaný sekvent tvaru $\vdash A$, pak formuli A nazýváme teorém (odvoditelná resp. dokazatelná formule)
- systém je korektní a úplný (platí $\vdash A \Leftrightarrow \models A$)
- příklad: důkazu sekventu $\vdash p \vee \neg p$:

$$\dfrac{\dfrac{\neg p \vdash \neg p}{\neg p \vdash p \vee \neg p} \qquad \dfrac{p \vdash p}{p \vdash p \vee \neg p}}{\vdash p \vee \neg p}$$

(použito pravidlo eliminace předpokladu a dvakrát pravidlo zavedení $\vee$)

Logický agent

function KB-AGENT(*percept*) *# vrací akci*
 # globální: KB – báze znalostí; t – číslo, na začátku 0
  tell (*KB*, **make_percept_sentence**(*percept*, *t*))
  action ← **ask**(*KB*, **make_action_query**(*t*))
  tell (*KB*, **make_action_sentence**(*action*, *t*))
  $t \leftarrow t+1$
  return *action*

Jak se liší uvedené důkazové metody od znalostního agenta a v čem se podobají ?