

#### 4. procvičení z MB154, podzim 2023

**Příklad 1.** Určete poslední dvě cifry čísla  $11^{7^{2023}}$ . (Vyjde postupně:  $2023 \equiv 7 \pmod{16}$ ,  $7^{2023} \equiv 7^7 \equiv 23 \pmod{40}$ ,  $11^{7^{2023}} \equiv 11^{23} \equiv 31 \pmod{100}$ .)

**Příklad 2.** Určete, pro která  $n \in \mathbb{Z}$  platí

$$5^{3n+1} \equiv 3 \pmod{11}.$$

(Řád 5 mod 11 vyjde 5, řešení pak je  $n \equiv 2 \pmod{5}$ .) Určete, pro která  $n \in \mathbb{Z}$  platí

$$4^{5^{6n+1}} \equiv 10 \pmod{13}.$$

(Řád 4 mod 13 vyjde 6, řád 5 mod 6 vyjde 2, řešení pak je libovolné  $n$ .)

**Příklad 3.** Řešte kongruenci  $4x^2 - 5x - 4 \equiv 0 \pmod{11}$ . (Výsledek:  $x \equiv 6, -2 \pmod{11}$ .)

**Příklad 4.** Řešte kongruenci  $x^2 + 11x + 3 \equiv 0 \pmod{35}$ . (Výsledek:  $x \equiv 6, 11, 13, 18 \pmod{35}$ .)

**Příklad 5.** Rozhodněte, zda je 58 kvadratický zbytek modulo 151. Vyřešte kongruenci

$$x^2 \equiv 58 \pmod{151}.$$

(Výsledek:  $x \equiv \pm 80 \pmod{151}$ .)