

## Domácí úkoly Algebra I – podzim 2023 – 2. týden

1. Na množině  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  uvažujme relaci ekvivalence  $\sim$  definovanou předpisem

$$(a, b) \sim (\bar{a}, \bar{b}) \iff (a - \bar{a}) - (b - \bar{b}) \in \mathbb{Z}.$$

Pro každý z následujících předpisů rozhodněte, zda korektně definuje na množině  $S = (\mathbb{R} \times \mathbb{R})/\sim$  operaci takovou, že  $(S, \star)$  je pologrupa.

(a)  $[(a, b)]_{\sim} \star [(c, d)]_{\sim} = [(c - b, d - a)]_{\sim}$ , pro  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

(b)  $[(a, b)]_{\sim} \star [(c, d)]_{\sim} = [(a \cdot c, b \cdot d)]_{\sim}$ , pro  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

2. Rozhodněte, pro které množiny  $Q$  tvoří množina všech zobrazení  $f: Q \rightarrow Q$  takových, že  $f \circ f$  je konstantní zobrazení, podpologrupu/podmonoid monoidu  $\mathcal{T}(Q)$ .