

Nedostatečná expresivita predikátové logiky. Příklady

1. Červená barva je krásnější než modrá. Kostka je červená.
individuum(červená barva) vs. vlastnost (je červená)
nelze vyjádřit např. jejich rovnost
2. Varšava je hlavní město Polska.
Varšava - jméno individua
hlavní město Polska - individuová role
- závisí na světě a čase
- význam "býti hlavním městem" na světě a čase nezávisí
3. Číslo X je větší než číslo Y. vs. Otec je větší než syn.
matematické "větší než", relace, pevně dané. vs.
empirické : vztah dvou individuí, který se může měnit v čase
4. ano vs. V Brně prší.
ano = pravdivostní hodnota true vs. propozice označuje pravdivostní hodnotu, která se mění v čase.
I když pravdivostní hodnota někdy závisí na světě a čase, samotný význam na nich nezávisí

Problém substituce

Problém substituce : $a = b; C(x/a) \vdash C(x/b)$

Prezident ČR je manžel Livie.

Prezident ČR je ekonom.

⊢

Manžel Livie je ekonom.

Ale:

Prezident ČR je manžel Livie.

Miloš Zeman chce být prezident ČR.

⊢

Miloš Zeman chce být manželem Livie.

Richard Montague vs. Pavel Tichý

Montague : přirozený jazyk nesplňuje princip kompozicionality (Frege) , protože se skládá z mnoha tzv. nepoddajných vyrazů.

nepoddajný = význam vyrazu daného jazyka často závisí na něčem, co nebylo pojmenováno. Viz

Karel myslí na prezidenta České republiky.

Karel myslí na manžela Livie Klausové. ³

Cvičení: zkusme vyhodnotit: (i) v roce (světě) 2020 (ii) v roce 2009: ?

Montague : denotátem (nebo referencí) vyrazu prezident ČR jeho extenze, (hodnota v aktuálním světě a čase,) osoba Václava Klause, stejně tak : Václav Klaus denotátem vyrazu manžel Livie Klausové. **Nicméně reference obou vět již shodné nejsou**, Karel může myslet na prezidenta ČR, aniž by myslel na manžela Livie Klausové. Tuto neshodu Montague vidí a připisuje ji tím, že dané vyrazy jsou nepoddajné a dále neřeší.

³Daniel Balík, Montaguova logika ve srovnání s Transparentní intenzionální logikou, DP FF MU2009

Transparentní intezionální logika

Karel myslí na prezidenta České republiky.

Karel myslí na manžela Livie Klausové.

(Podle TIL) příklad neříká nic o tom, že Karel myslí na Václava Klause, denotátem vyrazu prezident ČR není Václav Klaus.

Denotátem tohoto vyrazu je individuová role, intenze. Václav Klaus je nahodily držitel této role v aktuálním světě a čase, je referencí

Jednoduchý ? příklad

viz příklad na str.16

[Introduction to Pavel Tichy and Transparent Intensional Logic](#)

v interaktivní osnově

Extenze a intenze

Definujeme

- **intenze** – objekty typu funkcí, jejichž hodnoty závisí na světě a čase
- **extenze** – ostatní objekty (na světě a čase nezávislé)

časté extenze a intenze:

extenze	intenze
individua	individuové role
třídy	vlastnosti
relace	vztahy
pravdivostní hodnoty	propozice
funkce	empirické funkce
čísla	veliřiny

Logická analýza přirozeného jazyka

logická analýza PJ – analýza **významu** výrazů (vět) PJ
přirozený **jazyk** (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

pojem – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

Logická analýza přirozeného jazyka

logická analýza PJ – analýza významu výrazů (vět) PJ
přirozený jazyk (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

pojem – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

– **pojem** \neq **výraz** – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem (**pojem**(“prvočíslo”) \equiv **pojem**(“prime number”))

Logická analýza přirozeného jazyka

logická analýza PJ – analýza významu výrazů (vět) PJ
přirozený jazyk (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

pojem – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

- **pojem** \neq **výraz** – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem (**pojem**(“prvočíslo”) \equiv **pojem**(“prime number”))
- **pojem** \neq **představa** – představa je *subjektivní*, pojem je **objektivní**

Logická analýza přirozeného jazyka

logická analýza PJ – analýza významu výrazů (vět) PJ
přirozený jazyk (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

pojem – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

– **pojem** \neq **výraz** – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem (**pojem**(“prvočíslo”) \equiv **pojem**(“prime number”))

– **pojem** \neq **představa** – představa je *subjektivní*, pojem je **objektivní**

– pojmy mohou identifikovat různé objekty:

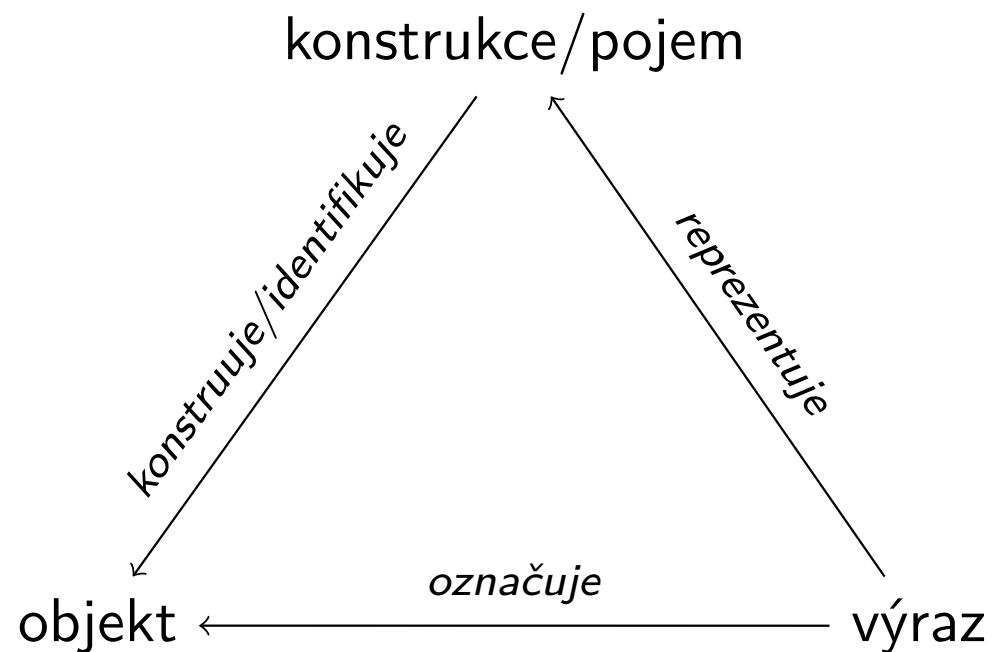
- jedno individuum – **individuální pojmy** (např. **Petr**, **Pegas**, **prezident ČR**)
- třídu objektů – **vlastnost** (např. **červený**, **šelma**, **hora**)
- n -člennou relaci – **vztah** (např. **otec (někoho)**, **křivdit (někdo někomu)**)
- pravdivostní hodnotu – **propozice** (např. **v Brně prší**)
- funkcionální přiřazení – **empirické funkce** (např. **rychlost**)
- číslo – (fyzikální) **veličiny** (např. **rychlost světla**)

Vztah pojmu a výrazu

ve zjednodušené podobě: **pojmem** odpovídá logické **konstrukci**

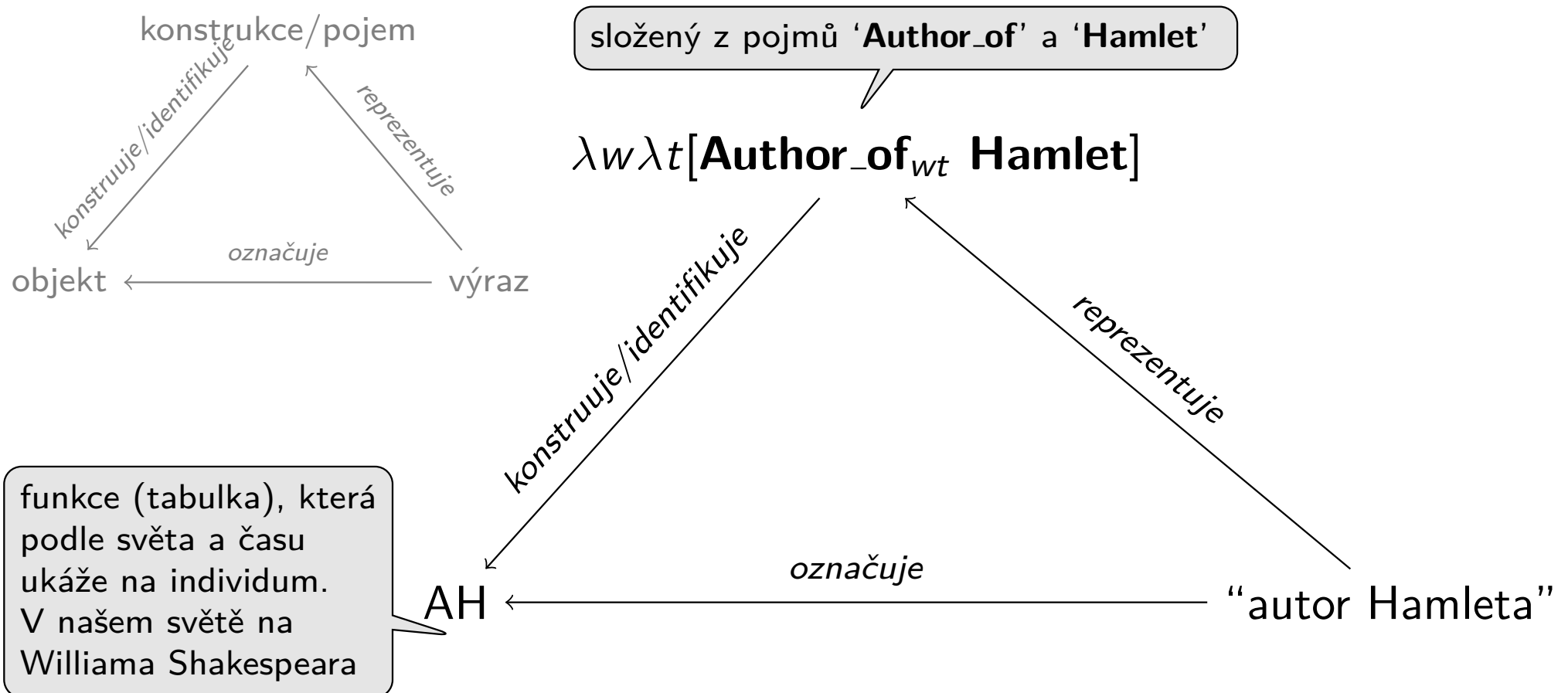
Vztah pojmu a výrazu

ve zjednodušené podobě: **pojem** odpovídá logické **konstrukci**



Vztah pojmu a výrazu

ve zjednodušené podobě: **pojem** odpovídá logické **konstrukci**



Pavel Tichý

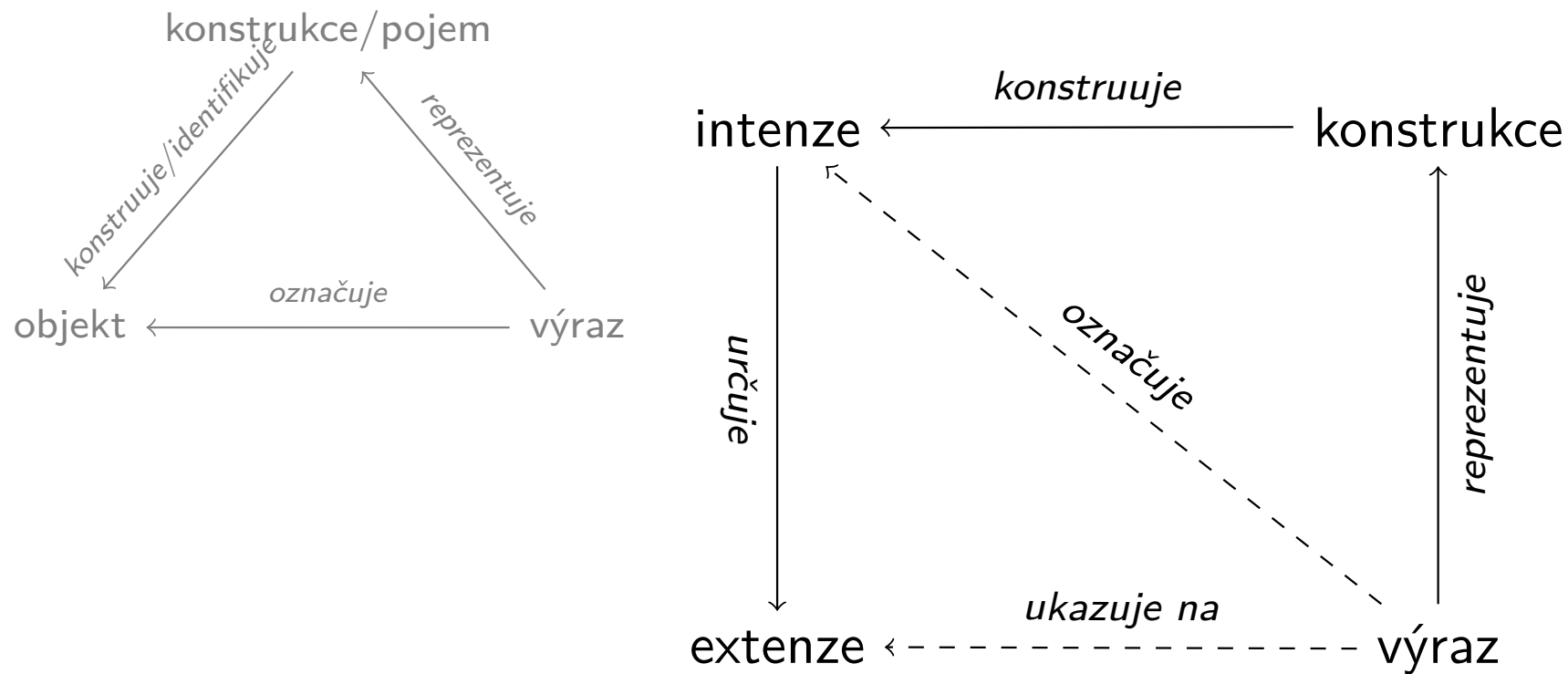
- a) logickou analýzou nemůže být překlad výrazu NL (NLE), měl by spíše **pojmenovat** vše, co je vyjádřeno výrazem
- b) logická analýza nemůže najít více skutečností než těch, která jsou skutečně uvedené ve větě / výrazu NL jsou přiřazené **a priori**.

Pavel Tichý, The Foundations of Frege's Logic, de Gruyter, Berlin, New York, 1988.

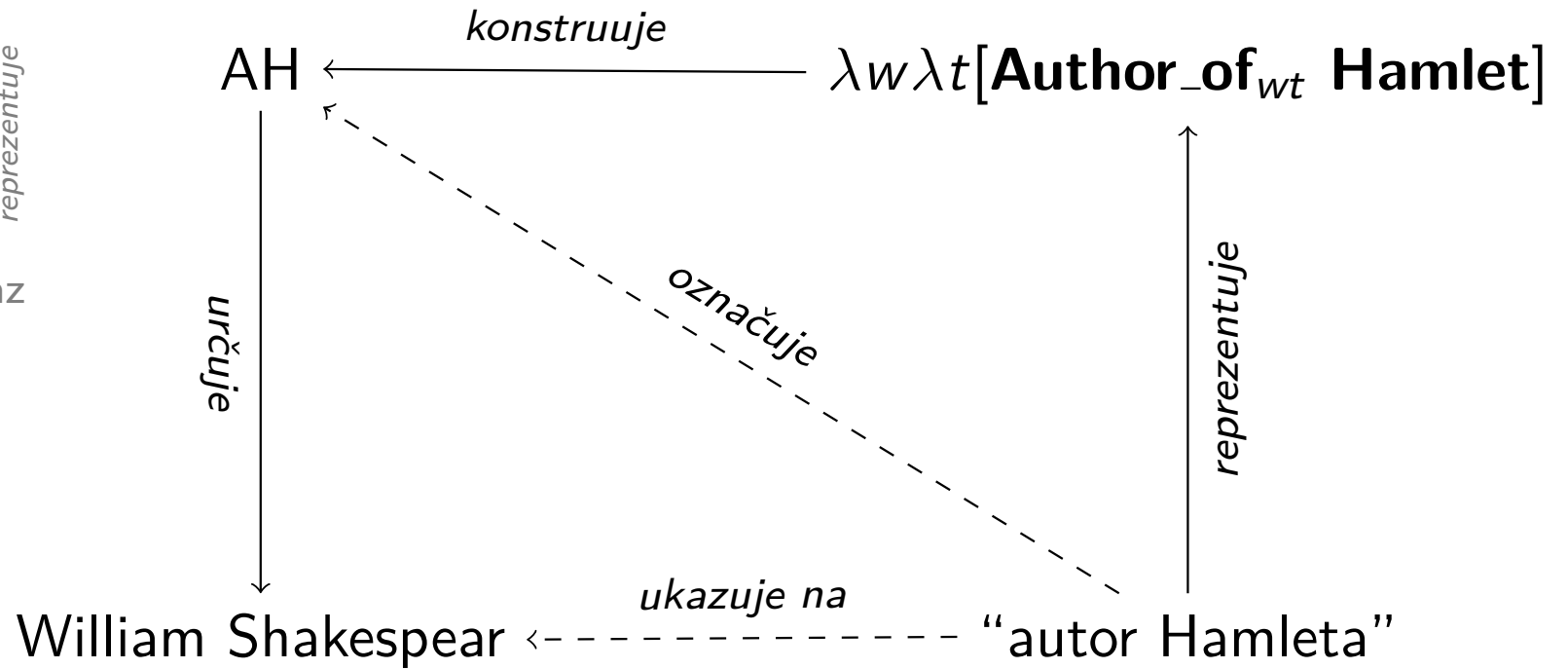
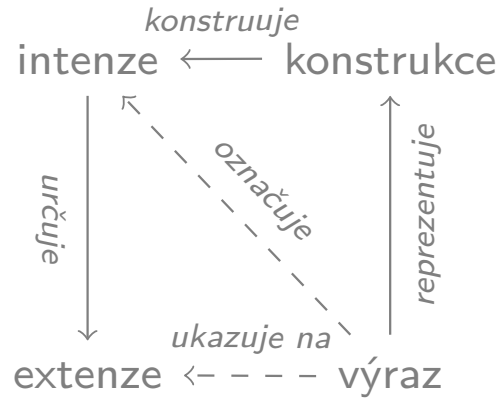
Transparentní intenzionální logika

- **Transparent Intensional Logic, TIL**
- **logický systém** speciálně navržený pro zachycení **významu výrazů PJ**, autor **Pavel Tichý**
- Tichý vychází z myšlenek – *Gottlob Frege* (1848 – 1925, logik) a *Alonzo Church* (1903 – 1995, teorie typů)
- obdobná teorie – *Montagueho intenzionální logika* – Tichý ukazuje její nedostatky
- vlastnosti:
 - rozvětvená **typová hierarchie** (s typy **vyšších řádů**)
 - **temporální**
 - **intenzionální** (intenze \times extenze)
- **transparentost**:
 1. nositel významu (**konstrukce**) není prvek formálního aparátu, tento aparát pouze *studuje* konstrukce
 2. zachycení intenzionality je přesně popsáno z matematického hlediska

Rozšířený vztah výrazu a významu u intenzí



Rozšířený vztah výrazu a významu u intenzí



Základní typy TILu

umožňují přiřadit typ objektům z **intenzionální báze** jazyka – třída **základních vlastností** (barvy, rozměry, postoje, ...) popisujících stav světa

- **o** (omikron, o) ... **pravdivostní hodnoty** Pravda (*true*, T) a Nepravda (*false*, F)
přesně odpovídají běžným logikám, typy **logických operátorů** –
(oo), (ooo)
- **ι** (jota) ... třída **individuí**
individua ovšem ne jako kompletní objekty, ale jako **numerická identifikace** nestrukturované entity
- **τ** (tau) ... třída **časových okamžiků** (jako časového kontinua)
zachycení závislosti na čase; současně třída **reálných čísel**
- **ω** (omega) ... třída **možných světů**
zachycení empirické závislosti na stavu světa

Typy v TILu

typ objektu:

- základní typy – **typová báze** = $\{o, \iota, \tau, \omega\}$
- funcionální typy – **funkce** nad typovou bází
např. $\iota, ((\iota\tau)\omega), (o\iota), (((o\iota)\tau)\omega), ((o\tau)\omega), \dots$
 $((\alpha\tau)\omega) \dots$ závislost na světě a čase, vyjadřuje **intenze** – zápis $\alpha_{\tau\omega}$
- typy **vyšších řádů** – obsahují i třídy konstrukcí řádu n – $*_n$

Možné světy

termín **možný svět** – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646–1716, filozof a matematik)

\forall možný svět je:

- soubor **myslitelných faktů**
- je **konzistentní** a **maximální** ze všech takových souborů
- je **objektivní** (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy \exists právě jeden **aktuální svět** – jeho znalost \equiv vševědoucnost

Možné světy

termín **možný svět** – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646–1716, filozof a matematik)

\forall možný svět je:

- soubor **myslitelných faktů**
- je **konzistentní** a **maximální** ze všech takových souborů
- je **objektivní** (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy \exists právě jeden **aktuální svět** – jeho znalost \equiv vševědoucnost

možný svět v TILu = **rozhodovací systém**, pro \forall prvek intenzionální báze obsahuje **konzistentní přiřazení** hodnot

Možné světy

termín **možný svět** – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646–1716, filozof a matematik)

- \forall možný svět je:
- soubor **myslitelných faktů**
 - je **konzistentní** a **maximální** ze všech takových souborů
 - je **objektivní** (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy \exists právě jeden **aktuální svět** – jeho znalost \equiv vševědoucnost

možný svět v TILu = **rozhodovací systém**, pro \forall prvek intenzionální báze obsahuje **konzistentní přiřazení** hodnot

příklad – realita s **2 objekty** a **2 vlastnostmi** (9 možných světů w_1, \dots, w_9):

být hubený	být tlustý				
	{Laurel, Hardy}	{Laurel}	{Hardy}	\emptyset	
{Laurel, Hardy}	×	×	×		w_1
{Laurel}	×	×	w_2		w_3
{Hardy}	×	w_4	×		w_5
\emptyset	w_6	w_7	w_8		w_9

Princip intenzí v TILu

být hubený	... objekt typu $(ol)_{\tau\omega}$, funkce z možných světů a času do tříd individuí
w	... proměnná typu ω , možný svět
t	... proměnná typu τ , časový okamžik
[být hubený $w t$]	... konstruuje (ol) -objekt, třídu individuí, kteří mají ve světě w a čase t vlastnost být hubený (značíme být hubený_{wt})

Princip intenzí v TILu

být hubený ... objekt typu $(ol)_{\tau\omega}$, funkce z možných světů a času do tříd individuí

w ... proměnná typu ω , možný svět

t ... proměnná typu τ , časový okamžik

[být hubený $w t$] ... konstruuje (ol) -objekt, třídu individuí, kteří mají ve světě w a čase t vlastnost **být hubený** (značíme **být hubený** _{wt})

pokud aplikujeme jen w – získáme **chronologii**

Americký prezident _{w_{act}} (zkr. **P** _{w_{act}}) ... l_{τ} **P** _{$w_{act} t_0 \dots l$} :

$t_0 \dots \tau:$	1789	1797	1801
..... <i>nedef</i>	G.Washington	J.Adams	T.Jefferson

Nejčastější typy

<i>extenze</i>			<i>intenze</i>		
individua	...	ι	individuové role	...	$\iota_{\tau\omega}$
třídy	...	$(o\iota)$	vlastnosti	...	$(o\iota)_{\tau\omega}$
relace	...	$(o\alpha\beta)$	vztahy	...	$(o\alpha\beta)_{\tau\omega}$
pravdivostní hodnoty	...	o	propozice	...	$o_{\tau\omega}, \pi$
funkce	...	$(\alpha\beta)$	empirické funkce	...	$(\alpha\beta)_{\tau\omega}$
čísla	...	τ	veliřiny	...	$\tau_{\tau\omega}$

Příklady přínosu TILu

- propoziční postoje

Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.

$$\lambda_w \lambda_t \left[\text{ř}íká_{wt} Petr^0 \left[\lambda_w \lambda_t \left[\text{v}ěří_{wt} Tom^0 \left[\lambda_w \lambda_t \left[\text{k}ulatá_{wt} Země \right] \right] \right] \right] \right]$$

Příklady přínosu TILu

- propoziční postoje

Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.

$$\lambda w \lambda t \left[\text{ř}íká_{wt} Petr^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\text{v}ěří_{wt} Tom^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\text{k}ulatá_{wt} Země \right] \right] \right] \right] \right]$$

- existence neexistujícího

Pes existuje. Jednorožec neexistuje.

v PL1: $\exists x(x = \text{pes})$ $\neg \exists x(x = \text{jednorožec})$

Příklady přínosu TILu

- propoziční postoje

Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.

$$\lambda w \lambda t \left[\text{ř}íká_{wt} Petr^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\text{v}ěří_{wt} Tom^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\text{k}ulatá_{wt} Země \right] \right] \right] \right] \right]$$

- existence neexistujícího

Pes existuje. Jednorožec neexistuje.

v PL1: $\exists x(x = \text{pes})$ $\neg \exists x(x = \text{jednorožec})$
 $(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x(x = \text{jednorožec}))$

Příklady přínosu TILu

- propoziční postoje

Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.

$$\lambda w \lambda t \left[\text{řeká}_{wt} \text{Petr}^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\text{věří}_{wt} \text{Tom}^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\text{kulatá}_{wt} \text{Země} \right] \right] \right] \right] \right]$$

- existence neexistujícího

Pes existuje. Jednorožec neexistuje.

v PL1: ~~$\exists x(x = \text{pes})$~~ ~~$\neg \exists x(x = \text{jednorožec})$~~

$(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x(x = \text{jednorožec}))$

Příklady přínosu TILu

- propoziční postoje

Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.

$$\lambda w \lambda t \left[\text{řeká}_{wt} \text{Petr}^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\text{věří}_{wt} \text{Tom}^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\text{kulatá}_{wt} \text{Země} \right] \right] \right] \right] \right]$$

- existence neexistujícího

Pes existuje. Jednorožec neexistuje.

v PL1: ~~$\exists x (x = \text{pes})$~~ ~~$\neg \exists x (x = \text{jednorožec})$~~
 $(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x (x = \text{jednorožec}))$

v TILu: (*) $\lambda w \lambda t \left[{}^0 \neg [E_{x_{wt}} \text{jednorožec}] \right]$
 $E_x \stackrel{df}{=} \lambda w \lambda t \lambda p \left[{}^0 \sum_{\iota} [\lambda x [p_{wt} x]] \right], \quad E_x \dots (o(o\iota)_{\tau\omega})_{\tau\omega}$

(*) ... “třída všech individuí s vlastností ‘být jednorožcem’ je v daném světě a čase prázdná.”

Příklady přínosu TILu

- propoziční postoje

Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.

$$\lambda w \lambda t \left[\text{řeká}_{wt} \text{Petr}^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\text{věří}_{wt} \text{Tom}^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\text{kulatá}_{wt} \text{Země} \right] \right] \right] \right] \right]$$

- existence neexistujícího

Pes existuje. Jednorožec neexistuje.

v PL1: ~~$\exists x (x = \text{pes})$~~ ~~$\neg \exists x (x = \text{jednorožec})$~~
 $(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x (x = \text{jednorožec}))$

v TILu: (*) $\lambda w \lambda t \left[{}^0 \neg [E_{x_{wt}} \text{jednorožec}] \right]$
 $E_x \stackrel{df}{=} \lambda w \lambda t \lambda p \left[{}^0 \sum_{\iota} [\lambda x [p_{wt} x]] \right], \quad E_x \dots (o(o\iota)_{\tau\omega})_{\tau\omega}$

(*) ... “třída všech individuí s vlastností ‘být jednorožcem’ je v daném světě a čase prázdná.”

- intenzionalita, vlastnosti vlastností, analýza epizod, analýza gramatického času, ...