

Úvod do umělé inteligence, řešení problémů

Aleš Horák

E-mail: hales@fi.muni.cz
<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

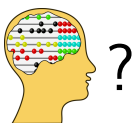
Obsah:


- Co je “umělá inteligence”
- Organizace předmětu PB016
- Řešení problémů

Co je “umělá inteligence”



Co je “umělá inteligence”



sli.do/uui 

Co je “umělá inteligence”

Communication on AI for Europe, COM 2018/237 final

Artificial intelligence (AI) refers to **systems** that display intelligent behaviour by **analysing** their environment and taking **actions** – with some degree of **autonomy** – to achieve specific **goals**. AI-based systems can be purely **software**-based, acting in the **virtual world** (e.g. voice assistants, image analysis software, search engines, speech and face recognition systems) or AI can be embedded in **hardware** devices (e.g. advanced robots, autonomous cars, drones or Internet of Things applications).

High Level Expert Group, A definition of AI, 2019

EU Artificial Intelligence Act, A definition of AI, COM/2021/206 final

Co je “umělá inteligence”

Communication on AI for Europe, COM 2018/237 final

High Level Expert Group, A definition of AI, 2019

Artificial intelligence (AI) systems are **software** (and possibly also **hardware**) **systems** designed by humans that, given a complex **goal**, act in the **physical** or **digital dimension** by perceiving their **environment** through **data** acquisition, interpreting the collected structured or unstructured data, **reasoning** on the knowledge, or processing the **information**, derived from this data and deciding the best **action(s)** to take to achieve the given goal. AI systems can either use symbolic rules or learn a numeric model, and they can also **adapt** their behaviour by analysing how the environment is affected by their previous actions.

EU Artificial Intelligence Act, A definition of AI, COM/2021/206 final

Co je “umělá inteligence”

Communication on AI for Europe, COM 2018/237 final

High Level Expert Group, A definition of AI, 2019

EU Artificial Intelligence Act, A definition of AI, COM/2021/206 final

‘Artificial intelligence system’ (AI system) means **software** that is developed with one or more of the techniques and approaches listed in Annex I and can, for a given set of **human-defined objectives**, generate **outputs** such as content, predictions, recommendations, or decisions **influencing the environments** they interact with.

- Annex I:
1. Machine learning approaches, including supervised, unsupervised and reinforcement learning, using a wide variety of methods including deep learning;
 2. Logic- and knowledge-based approaches, including knowledge representation, inductive (logic) programming, knowledge bases, inference and deductive engines, (symbolic) reasoning and expert systems;
 3. Statistical approaches, Bayesian estimation, search and optimization methods.

Co je “umělá inteligence”

- systém, který se chová jako člověk

Co je “umělá inteligence”

- systém, který se chová jako člověk

Turingův test (1950) zahrnuje:

- zpracování přirozeného jazyka (NLP)
- reprezentaci znalostí (KRepresentation)
- vyvozování znalostí (KReasoning)
- strojové učení
- (počítačové vidění)
- (robotiku)


1991–2019 – [Loebnerova cena](#) (*Loebner Prize*)

→ každý rok \$4.000 za “nejlidštější”


program, nabízí \$100.000 a zlatá

medaile za složení celého Turingova testu






Můj počítač udělal ten Turingův test.



To znamená, že je stejně inteligentní jako já.

Nebo ty.



No on to zas tak velkej úspěch není.

Turingův test 2023

Turingův test 2023

- ChatGPT/Bard **nebyly** testovány v nastavení podobném Loebnerově ceně
- předpokládá se ale, že by **mohly** být **úspěšné**

Turingův test 2023

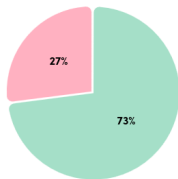
- ChatGPT/Bard **nebyly** testovány v nastavení podobném Loebnerově ceně
- předpokládá se ale, že by **mohly** být **úspěšné**
- květen 2023 – AI21 Labs z Tel Avivu uspořádala masívní on-line experiment **Human or Not?** s **1.5 mil.** účastníků

Turingův test 2023

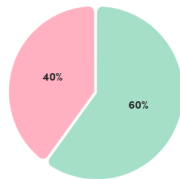
- ChatGPT/Bard **nebyly** testovány v nastavení podobném Loebnerově ceně
- předpokládá se ale, že by **mohly** být **úspěšné**
- květen 2023 – AI21 Labs z Tel Avivu uspořádala masívní on-line experiment **Human or Not?** s **1.5 mil.** účastníků

40 % chatbotů lidi **zmátlo**

Rozhovor s člověkem
 ■ správně ■ chybně



Rozhovor s chatbotem
 ■ správně ■ chybně

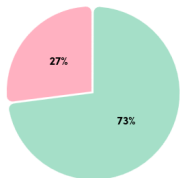


Turingův test 2023

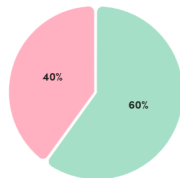
- ChatGPT/Bard **nebyly** testovány v nastavení podobném Loebnerově ceně
- předpokládá se ale, že by **mohly** být **úspěšné**
- květen 2023 – AI21 Labs z Tel Avivu uspořádala masívní on-line experiment **Human or Not?** s **1.5 mil.** účastníků

40 % chatbotů lidi **zmátlo**

Rozhovor s člověkem
 ■ správně ■ chybně



Rozhovor s chatbotem
 ■ správně ■ chybně



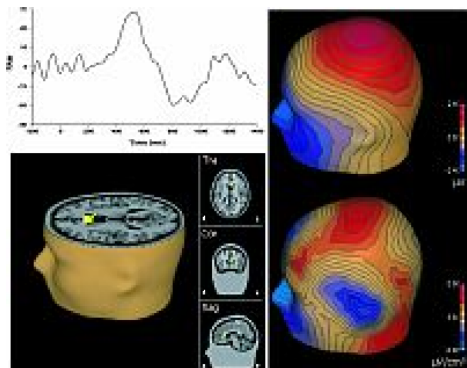
- hledá se **nový "Turingův test"** (ConceptARC, Turing test in Creative Arts, artificial capable intelligence, ...)

- systém, který myslí jako člověk
 - snaha porozumět postupům lidského myšlení – kognitivní (poznávací) věda
 - využívá poznatků neurologie, neurochirurgie, . . .

- systém, který myslí jako člověk
 - snaha porozumět postupům lidského myšlení – **kognitivní (poznávací) věda**
 - využívá poznatků neurologie, neurochirurgie, ... např.

*Angela Friederici:
Language Processing in
the Human Brain
Max Planck Institute of
Cognitive Neuroscience,
Leipzig*

měření "Event Related Potentials" (ERP) v mozku – jako potvrzení oddělení syntaxe a sémantiky při zpracování věty



- 2013–2023 **Human Brain Project**, Geneva, Švýcarsko

- systém, který myslí rozumně
 - od dob Aristotela (350 př.n.l.)
 - náplň studia **logiky**
 - problém – umět najít řešení teoreticky × prakticky (složitost a vyčíslitelnost)
 - problém – neúplnost a nejistota vstupních dat

- systém, který myslí rozumně
 - od dob Aristotela (350 př.n.l.)
 - náplň studia **logiky**
 - problém – umět najít řešení teoreticky × prakticky (složitost a vyčíslitelnost)
 - problém – neúplnost a nejistota vstupních dat
- systém, který se chová rozumně (intelligentně)
inteligentní **agent** – systém, který
 - jedná za nějakým účelem
 - jedná samostatně
 - jedná na základě vstupů ze svého prostředí
 - pracuje delší dobu
 - adaptuje se na změny

Čím se budeme zabývat?

- základní **struktury** a **algoritmy** běžně používané při technikách **programování pro inteligentní agenty**
- **strategie** řešení, **prohledávání** stavového prostoru, **heuristiky**, ...
- s příklady ve cvičení v jazyce **Python**

Náplň předmětu

- 1 úvod do UI, řešení problémů
- 2 prohledávání stavového prostoru
- 3 dekompozice problému, problémy s omezujícími podmínkami
- 4 hry a základní herní strategie
- 5 logický agent. výroková logika
- 6 důkazové metody a systémy, predikátová logika prvního řádu
- 7 rezoluční metoda, úvod do logického programování
průběžná písemka z 1–6
- 8 reprezentace a vyvozování znalostí
- 9 zpracování přirozeného jazyka
- 10 učení, rozhodovací stromy, neuronové sítě
- 11 hluboké učení
- 12 generativní modely

Obsah

- 1 Co je “umělá inteligence”
 - Čím se budeme zabývat?
- 2 Organizace předmětu PB016
 - Základní informace
 - Cvičení
- 3 Řešení problémů
 - Problém osmi dam I
 - Problém osmi dam II
 - Problém osmi dam III
 - Další příklad – posunovačka
 - Reálné problémy řešitelné prohledáváním

Organizace předmětu PB016

Hodnocení předmětu:

- dotazníky na cvičení ($12 \times 2 = \text{max } 24$ bodů)
nutná podmínka k závěrečné zkoušce ≥ 10 bodů
- průběžná písemka (max 20 bodů)
 - v 1/2 semestru – v týdnu po 7. přednášce, pro všechny jediný termín
- závěrečná písemka (max 60 bodů)
 - dva řádné a jeden opravný termín
- hodnocení – součet bodů (max 104 bodů)
- známka A za > 95 bodů známka E za > 63 bodů
- rozdílly zk, k, z – různé limity
- někteří mohou získat extra body ve cvičení (max 1/cvičení)
 - oprava chyby v materiálech
 - nadprůměrné elegantní řešení

Základní informace

- web stránka předmětu – nlp.fi.muni.cz/uui/
- slajdy i cvičení – průběžně doplňovány v [interaktivních osnovách](#)
- kontakt na přednášející – Aleš Horák <hales@fi.muni.cz>, Luboš Popelínský <popel@fi.muni.cz> (**Subject: PB016 ...**)
- literatura:
 - Russell, S. a Norvig, P.: [Artificial Intelligence: A Modern Approach](#), 4th ed., Prentice Hall, 2020. (prezenčně v knihovně)
 - slajdy a cvičení na webu předmětu

Cvičení

- materiály viz [interaktivní osnova](#) cvičení a sdílené disky seminárních skupin (nasdílí cvičící)
- formát cvičení je [prezenční](#) dle rozvrhu, pracuje se u počítače
- na začátku cvičení [odpovědník](#) na znalost tématu přednášky a vyznačených definic ve [sbírce](#) příkladů
- platforma pro řešení úkolů je [Google Colaboratory](#) na sdíleném Google disku
 - Jupyter notebooky (Python + Markdown/LaTeX)
- cvičení jsou [povinná](#) (možné max 3 neomluvené absence)

Obsah

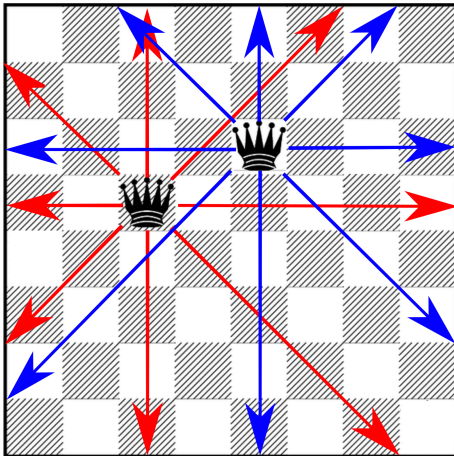
- 1 Co je “umělá inteligence”
 - Čím se budeme zabývat?
- 2 Organizace předmětu PB016
 - Základní informace
 - Cvičení
- 3 Řešení problémů
 - Problém osmi dam I
 - Problém osmi dam II
 - Problém osmi dam III
 - Další příklad – posunovačka
 - Reálné problémy řešitelné prohledáváním

Problém osmi dam

úkol: *Rozestavte po šachovnici 8 dam tak, aby se žádné dvě vzájemně neohrožovaly.*

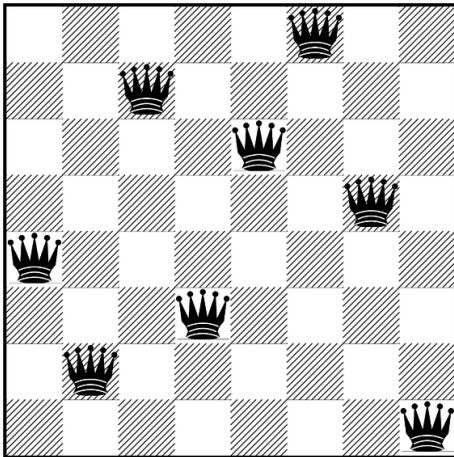
Problém osmi dam

úkol: Rozestavte po šachovnici 8 dam tak, aby se žádné dvě vzájemně neohrožovaly.



Problém osmi dam

úkol: Rozestavte po šachovnici 8 dam tak, aby se žádné dvě vzájemně neohrožovaly.



celkem pro 8 dam existuje 92 různých řešení

Problém osmi dam I

datová struktura – osmiprvková množina

$$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (x_5, y_5), (x_6, y_6), (x_7, y_7), (x_8, y_8)\}$$

Problém osmi dam I

datová struktura – osmiprvková množina

$$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (x_5, y_5), (x_6, y_6), (x_7, y_7), (x_8, y_8)\}$$

$$\text{solution} = \{(1,4), (2,2), (3,7), (4,3), (5,6), (6,8), (7,5), (8,1)\}$$

Problém osmi dam I

datová struktura – osmiprvková množina

$$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (x_5, y_5), (x_6, y_6), (x_7, y_7), (x_8, y_8)\}$$

`solution = {(1,4), (2,2), (3,7), (4,3), (5,6), (6,8), (7,5), (8,1)}`

```
function N-QUEENS( $n \leftarrow 8$ ,  $queens \leftarrow \{\}$ )  
  if length( $queens$ ) =  $n$  then  
    print  $queens$       # řešení  
  else  
    for  $q_x \leftarrow 1$  to  $n$  do  
      for  $q_y \leftarrow 1$  to  $n$  do  
        if NoAttack( $q_x$ ,  $q_y$ ,  $queens$ ) then  
          N-Queens( $n$ ,  $queens + \{(q_x, q_y)\}$ )
```

Problém osmi dam I

datová struktura – osmiprvková množina

$$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (x_5, y_5), (x_6, y_6), (x_7, y_7), (x_8, y_8)\}$$

solution = $\{(1,4), (2,2), (3,7), (4,3), (5,6), (6,8), (7,5), (8,1)\}$

```
function N-QUEENS( $n \leftarrow 8$ ,  $queens \leftarrow \{\}$ )  
  if length( $queens$ ) =  $n$  then  
    print  $queens$            # řešení  
  else  
    for  $q_x \leftarrow 1$  to  $n$  do  
      for  $q_y \leftarrow 1$  to  $n$  do  
        if NoAttack( $q_x$ ,  $q_y$ ,  $queens$ ) then  
          N-Queens( $n$ ,  $queens + \{(q_x, q_y)\}$ )  
function NOATTACK( $q_x$ ,  $q_y$ ,  $queens$ )  
  for  $q \in queens$  do  
    if  $q_x = q[1]$  or  $q_y = q[2]$  or  $abs(q[1]-q_x) = abs(q[2]-q_y)$  then  
      return False  
return True
```


Problém osmi dam I

datová struktura – osmiprvková množina

$$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (x_5, y_5), (x_6, y_6), (x_7, y_7), (x_8, y_8)\}$$

solution = $\{(1,4), (2,2), (3,7), (4,3), (5,6), (6,8), (7,5), (8,1)\}$

```
function N-QUEENS( $n \leftarrow 8$ ,  $queens \leftarrow \{\}$ )
  if length( $queens$ ) =  $n$  then
    print  $queens$            # řešení
  else
    for  $q_x \leftarrow 1$  to  $n$  do
      for  $q_y \leftarrow 1$  to  $n$  do
        if NoAttack( $q_x$ ,  $q_y$ ,  $queens$ ) then
          N-Queens( $n$ ,  $queens + \{(q_x, q_y)\}$ )
function NOATTACK( $q_x$ ,  $q_y$ ,  $queens$ )
  for  $q \in queens$  do
    if  $q_x = q[1]$  or  $q_y = q[2]$  or  $abs(q[1]-q_x) = abs(q[2]-q_y)$  then
      return False
  return True
N-Queens(8)
{(8,4), (7,2), (6,7), (5,3), (4,6), (3,8), (2,5), (1,1)}
{(7,2), (8,4), (6,7), (5,3), (4,6), (3,8), (2,5), (1,1)}
...
```

Problém osmi dam II

počet možností u řešení I = $64^8 = 281\,474\,976\,710\,656$

při neopakování pozic $64 \cdot 63 \cdot 62 \dots \cdot 57 = 178\,462\,987\,637\,760$

Problém osmi dam II

počet možností u řešení I = $64^8 \approx 2.8 \times 10^{14}$

při neopakování pozic $64 \cdot 63 \cdot 62 \dots \cdot 57 \approx 1.8 \times 10^{14}$

Problém osmi dam II

počet možností u řešení I = $64^8 \approx 2.8 \times 10^{14}$

při neopakování pozic $64 \cdot 63 \cdot 62 \dots \cdot 57 \approx 1.8 \times 10^{14}$

omezení **stavového prostoru** – každá dáma má svůj sloupec

$\{(1, y_1), (2, y_2), (3, y_3), (4, y_4), (5, y_5), (6, y_6), (7, y_7), (8, y_8)\}$

Problém osmi dam II

počet možností u řešení I = $64^8 \approx 2.8 \times 10^{14}$

při neopakování pozic $64 \cdot 63 \cdot 62 \dots \cdot 57 \approx 1.8 \times 10^{14}$

omezení **stavového prostoru** – každá dáma má svůj sloupec

$[y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8]$

Problém osmi dam II

počet možností u řešení I = $64^8 \approx 2.8 \times 10^{14}$

při neopakování pozic $64 \cdot 63 \cdot 62 \dots \cdot 57 \approx 1.8 \times 10^{14}$

omezení **stavového prostoru** – každá dáma má svůj sloupec

$[y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8]$

počet možností u řešení II = $8^8 = 16\,777\,216$

Problém osmi dam II

počet možností u řešení I = $64^8 \approx 2.8 \times 10^{14}$

při neopakování pozic $64 \cdot 63 \cdot 62 \dots \cdot 57 \approx 1.8 \times 10^{14}$

omezení **stavového prostoru** – každá dáma má svůj sloupec

$[y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8]$

počet možností u řešení II = $8 \cdot 7 \cdot 6 \dots \cdot 1 = \mathbf{40\ 320}$

Problém osmi dam II

počet možností u řešení I = $64^8 \approx 2.8 \times 10^{14}$

při neopakování pozic $64 \cdot 63 \cdot 62 \dots \cdot 57 \approx 1.8 \times 10^{14}$

omezení **stavového prostoru** – každá dáma má svůj sloupec

$[y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8]$

počet možností u řešení II = $8 \cdot 7 \cdot 6 \dots \cdot 1 = \mathbf{40\ 320}$

```

function N-QUEENS( $n \leftarrow 8$ ,  $queens_y \leftarrow []$ )
  if length( $queens_y$ ) =  $n$  then
    print  $queens_y$       # řešení
  else
    for  $q_y \leftarrow 1$  to  $n$  do
      if NoAttack( $q_y$ ,  $queens_y$ ) then
        N-Queens( $n$ ,  $queens_y + [q_y]$ )
function NOATTACK( $q_y$ ,  $queens_y$ )
   $q_x =$  length( $queens_y$ ) + 1
  for  $i \leftarrow 1$  to length( $queens_y$ ) do
    if  $q_y = queens_y[i]$  or  $abs(i - q_x) = abs(queens_y[i] - q_y)$  then
      return False
  return True

```


Problém osmi dam III

k souřadnicím x a y \longrightarrow přidáme i souřadnice diagonály u a v

$$u = x - y$$

$$v = x + y$$

$$D_x = [1..8] \quad \longrightarrow \quad D_u = [-7..7]$$

$$D_y = [1..8] \quad \quad \quad D_v = [2..16]$$

Problém osmi dam III

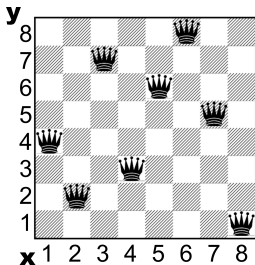
k souřadnicím x a y \longrightarrow přidáme i souřadnice diagonály u a v

$$u = x - y$$

$$v = x + y$$

$$D_x = [1..8] \quad \longrightarrow \quad D_u = [-7..7]$$

$$D_y = [1..8] \quad \longrightarrow \quad D_v = [2..16]$$



Problém osmi dam III

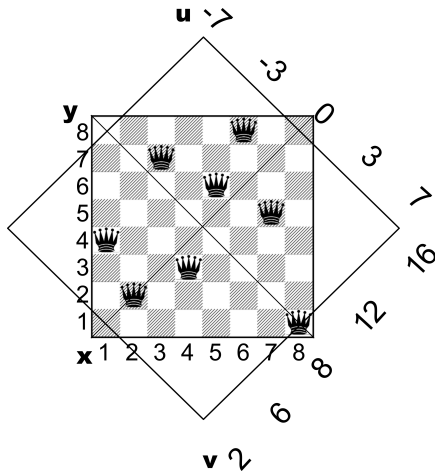
k souřadnicím x a y \longrightarrow přidáme i souřadnice diagonály u a v

$$u = x - y$$

$$v = x + y$$

$$D_x = [1..8] \quad \longrightarrow \quad D_u = [-7..7]$$

$$D_y = [1..8] \quad \longrightarrow \quad D_v = [2..16]$$



Problém osmi dam III

po každém umístění dámy aktualizujeme **seznamy volných pozic**

Problém osmi dam III

po každém umístění dámy aktualizujeme seznamy volných pozic
počet možností u řešení III = 2057

Problém osmi dam III

po každém umístění dámy aktualizujeme seznamy volných pozic
počet možností u řešení III = 2057

```

function N-QUEENS( $n \leftarrow 8$ ,  $queens_y \leftarrow []$ ,  $d_y \leftarrow []$ ,  $d_u \leftarrow \{\}$ ,  $d_v \leftarrow \{\}$ )
  if length( $queens_y$ ) = 0 and length( $d_y$ ) = 0 then
    return N-Queens( $n$ , [], [1.. $n$ ], {-( $n-1$ )..( $n-1$ )}, {2..(2* $n$ )})
  if length( $queens_y$ ) =  $n$  then
    print  $queens_y$       # řešení
  else
    for  $q_y \in d_y$  do
       $q_x \leftarrow$  length( $queens_y$ ) + 1
       $q_u \leftarrow q_x - q_y$ 
       $q_v \leftarrow q_x + q_y$ 
      if  $q_u \in d_u$  and  $q_v \in d_v$  then
        N-Queens( $n$ ,  $queens_y + [q_y]$ ,  $d_y$ .without( $q_y$ ),  $d_u - \{q_u\}$ ,  $d_v - \{q_v\}$ )

```

$d_y = [1..8]$, $d_u = \{-7..7\}$, $d_v = \{2..16\}$

Problém osmi dam III

po každém umístění dámy aktualizujeme seznamy volných pozic
počet možností u řešení III = 2057

```
function N-QUEENS( $n \leftarrow 8$ ,  $queens_y \leftarrow []$ ,  $d_y \leftarrow []$ ,  $d_u \leftarrow \{\}$ ,  $d_v \leftarrow \{\}$ )
  if length( $queens_y$ ) = 0 and length( $d_y$ ) = 0 then
    return N-Queens( $n$ , [], [1.. $n$ ], {-( $n-1$ )..( $n-1$ )}, {2..(2* $n$ )})
  if length( $queens_y$ ) =  $n$  then
    print  $queens_y$       # řešení
  else
    for  $q_y \in d_y$  do
       $q_x \leftarrow$  length( $queens_y$ ) + 1
       $q_u \leftarrow q_x - q_y$ 
       $q_v \leftarrow q_x + q_y$ 
      if  $q_u \in d_u$  and  $q_v \in d_v$  then
        N-Queens( $n$ ,  $queens_y + [q_y]$ ,  $d_y$ .without( $q_y$ ),  $d_u - \{q_u\}$ ,  $d_v - \{q_v\}$ )
```

$d_y = [1..8], d_u = \{-7..7\}, d_v = \{2..16\}$

Problém n dam pro $n = 100$:

Slido

Problém osmi dam III

po každém umístění dámy aktualizujeme seznamy volných pozic
počet možností u řešení III = 2057

```
function N-QUEENS( $n \leftarrow 8$ ,  $queens_y \leftarrow []$ ,  $d_y \leftarrow []$ ,  $d_u \leftarrow \{\}$ ,  $d_v \leftarrow \{\}$ )
  if length( $queens_y$ ) = 0 and length( $d_y$ ) = 0 then
    return N-Queens( $n$ , [], [1.. $n$ ], {-( $n-1$ )..( $n-1$ )}, {2..(2* $n$ )})
  if length( $queens_y$ ) =  $n$  then
    print  $queens_y$       # řešení
  else
    for  $q_y \in d_y$  do
       $q_x \leftarrow$  length( $queens_y$ ) + 1
       $q_u \leftarrow q_x - q_y$ 
       $q_v \leftarrow q_x + q_y$ 
      if  $q_u \in d_u$  and  $q_v \in d_v$  then
        N-Queens( $n$ ,  $queens_y + [q_y]$ ,  $d_y$ .without( $q_y$ ),  $d_u - \{q_u\}$ ,  $d_v - \{q_v\}$ )
```

$d_y = [1..8], d_u = \{-7..7\}, d_v = \{2..16\}$

Problém n dam pro $n = 100$:
řešení I ... 10^{400}

Problém osmi dam III

po každém umístění dámy aktualizujeme seznamy volných pozic
počet možností u řešení III = 2 057

```
function N-QUEENS( $n \leftarrow 8$ ,  $queens_y \leftarrow []$ ,  $d_y \leftarrow []$ ,  $d_u \leftarrow \{\}$ ,  $d_v \leftarrow \{\}$ )
  if length( $queens_y$ ) = 0 and length( $d_y$ ) = 0 then
    return N-Queens( $n$ , [], [1.. $n$ ], {-( $n-1$ )..( $n-1$ )}, {2..(2* $n$ )})
  if length( $queens_y$ ) =  $n$  then
    print  $queens_y$       # řešení
  else
    for  $q_y \in d_y$  do
       $q_x \leftarrow$  length( $queens_y$ ) + 1
       $q_u \leftarrow q_x - q_y$ 
       $q_v \leftarrow q_x + q_y$ 
      if  $q_u \in d_u$  and  $q_v \in d_v$  then
        N-Queens( $n$ ,  $queens_y + [q_y]$ ,  $d_y$ .without( $q_y$ ),  $d_u - \{q_u\}$ ,  $d_v - \{q_v\}$ )
```

$d_y = [1..8], d_u = \{-7..7\}, d_v = \{2..16\}$

Problém n dam pro $n = 100$:

řešení I ... 10^{400} řešení II ... 10^{158}

Problém osmi dam III

po každém umístění dámy aktualizujeme seznamy volných pozic
počet možností u řešení III = 2 057

```
function N-QUEENS( $n \leftarrow 8$ ,  $queens_y \leftarrow []$ ,  $d_y \leftarrow []$ ,  $d_u \leftarrow \{\}$ ,  $d_v \leftarrow \{\}$ )
  if length( $queens_y$ ) = 0 and length( $d_y$ ) = 0 then
    return N-Queens( $n$ , [], [1.. $n$ ], {-( $n-1$ )..( $n-1$ )}, {2..(2* $n$ )})
  if length( $queens_y$ ) =  $n$  then
    print  $queens_y$       # řešení
  else
    for  $q_y \in d_y$  do
       $q_x \leftarrow$  length( $queens_y$ ) + 1
       $q_u \leftarrow q_x - q_y$ 
       $q_v \leftarrow q_x + q_y$ 
      if  $q_u \in d_u$  and  $q_v \in d_v$  then
        N-Queens( $n$ ,  $queens_y + [q_y]$ ,  $d_y$ .without( $q_y$ ),  $d_u - \{q_u\}$ ,  $d_v - \{q_v\}$ )
```

$d_y = [1..8], d_u = \{-7..7\}, d_v = \{2..16\}$

Problém n dam pro $n = 100$:

řešení I ... 10^{400}

řešení II ... 10^{158}

řešení III ... 10^{52}

Další příklad – posunovačka

počáteční stav (např.)

7	2	4
5		6
8	3	1

→ ... →

cílový stav

	1	2
3	4	5
6	7	8

- hra na čtvercové šachovnici $m \times m$ s $n = m^2 - 1$ očíslovanými kameny
- příklad pro šachovnici 3×3 , posunování osmi kamenů (8-posunovačka)
- **stavy** – pozice všech kamenů
- **akce** – “pohyb” prázdného místa

Další příklad – posunovačka

počáteční stav (např.)

7	2	4
5		6
8	3	1

→ ... →

cílový stav

	1	2
3	4	5
6	7	8

- hra na čtvercové šachovnici $m \times m$ s $n = m^2 - 1$ očíslovanými kameny
- příklad pro šachovnici 3×3 , posunování osmi kamenů (8-posunovačka)
- **stavy** – pozice všech kamenů
- **akce** – “pohyb” prázdného místa

☞ **Optimální řešení** obecné n -posunovačky je **NP-úplné**

Počet stavů	u 8-posunovačky	...	$9!/2 = 181\,440$
	u 15-posunovačky	...	10^{13}
	u 24-posunovačky	...	10^{25}

Reálné problémy řešitelné prohledáváním

- hledání cesty z města A do města B
- hledání itineráře, problém obchodního cestujícího
- návrh VLSI čipu
- navigace auta, robota, . . .
- postup práce automatické výrobní linky
- návrh proteinů – 3D-sekvence aminokyselin
- Internetové vyhledávání informací