

## 1. procvičení z MB154, podzim 2023

**Příklad 1.** Dokažte, že pro všechna celá čísla  $n$  platí:  $n^3$  dává zbytek 0, 1 nebo 8 po dělení 9. (Bud' je  $n = 3k$  nebo  $n = 3k + 1$  nebo  $n = 3k + 2$ .)

**Příklad 2.** Spočítejte Bezoutovy koeficienty pro největší společné dělitele (85, 49) a (109, 46). (Výsledky:  $15 \cdot 85 - 26 \cdot 49 = 1$  a  $19 \cdot 109 - 45 \cdot 46 = 1$ .)

**Příklad 3.** Zjistěte, pro která přirozená čísla  $n$  je číslo  $n^3 + 4n^2 - n + 5$  dělitelné číslem  $n + 2$ . (Výsledek:  $n = 1, 3, 11$ .)

**Příklad 4.** Zjistěte, pro která přirozená čísla  $n$  je číslo  $n^3 - n^2 + n - 8$  dělitelné číslem  $n^2 - 2n + 3$ . (Výsledek:  $n = 4$ .)

**Příklad 5.** Posloupnost  $a_n$  je zadána rekurentně  $a_n = 3a_{n-1} + 2a_{n-2}$ ,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1$ . Dokažte prvně, že  $a_n$  je liché (snadné) a pak spočítejte rekurentně  $(a_n, a_{n-1})$ . (Výsledek: 1.)