

## 10. procvičení z MB154, podzim 2023

**Příklad 1.** Najděte vzorec pro součet  $1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + k \cdot 2^k$ .

(Výsledek: Vytvořující funkce  $a(x) = \frac{2x}{(1-x)(1-2x)^2} = \frac{2}{1-x} - \frac{4}{1-2x} + \frac{2}{(1-2x)^2}$ , vzorec pro  $k$ -tý člen  $a_k = (k-1) \cdot 2^{k+1} + 2$ .)

**Příklad 2.** Pomocí vytvořující funkce vyřešte následující rekurenci:

$$a_0 = 1; a_1 = 6,$$
$$a_k = 4a_{k-1} - 3a_{k-2} - 2, k \geq 2.$$

(Výsledek: Vytvořující funkce  $a(x) = \frac{-4x^2+x+1}{(1-3x)(1-x)^2} = \frac{2}{1-3x} - \frac{2}{1-x} + \frac{1}{(1-x)^2}$ , vzorec pro  $k$ -tý člen  $a_k = 2 \cdot 3^k + k - 1$ .)