

11. procvičení z MB154, podzim 2023

Příklad 1. Najděte explicitní vyjádření pro n -tý člen posloupností $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=0}^{\infty}$, které jsou definované vztahem

$$\begin{aligned}a_0 &= 0, b_0 = 2, \\a_n &= 3a_{n-1} + b_{n-1} \text{ pro } n \geq 1, \\b_n &= a_{n-1} + 3b_{n-1} \text{ pro } n \geq 1.\end{aligned}$$

(Výsledek: $a_n = 4^n - 2^n$, $b_n = 4^n + 2^n$.)

Příklad 2. Najděte explicitní vyjádření pro n -tý člen posloupností $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=0}^{\infty}$, které jsou definované vztahem

$$\begin{aligned}a_0 &= 1, a_1 = -2, b_0 = -17/4, b_1 = 4, \\a_n &= 3a_{n-1} + 4b_{n-1} - 4a_{n-2} \text{ pro } n \geq 2, \\b_n &= 2a_{n-1} - 4b_{n-1} - 4b_{n-2} \text{ pro } n \geq 2.\end{aligned}$$

přičemž doporučuji počítat celou dobu s neurčitými koeficienty a určit je teprve na konci.

(Výsledek: rozklad jmenovatele vytvářejících funkcí je $(1+x)(1-2x)^2(1+4x)$, načež vyjde $a_n = (n-1)2^n + 2(-1)^n$, $b_n = 1/4(n-1)2^n - 4(-1)^n$.)