

Štatistika

Mgr. Martin Vaváček, PhD.

**je vedecký nástroj pre poznávanie
objektívnej reality.**

**je náuka ako získať informácie z
numerických dát. je veda...**

- je veda, ktorej predmetom sú výsledky hromadných pozorovaní s cieľom:

získať dáta o skúmanom jave

analyzovať dáta použitím grafov a charakteristík štatistiky

odvodiť závery pre rozhodovanie, plánovanie respektíve prognózy,

ŠTATISTICKA analýza dát –nutné zlo..???

1. Deskriptívna štatistika

2. Vzťahy - Závislosti

3. Rozdiely

1. Deskriptívna štatistika

Základné pojmy, vzťahy a číselné charakteristiky

- Aritmetický priemer

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- Medián

$$\text{med}(x) = x_{\frac{n+1}{2}} \quad \text{ak } n \text{ je nepárne}$$

$$\text{med}(x) = \frac{1}{2} \left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1} \right) \quad \text{ak } n \text{ je párne}$$

- Vážený aritmetický priemer

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i n_i}{\sum_{i=1}^m n_i}$$

MODUS a Smer.OD.

hromadný jav = jav, ktorý sa vyskytuje u veľkého množstva prvkov.
tzv., štatistických jednotiek;

štatistická jednotka = základný prvok - objekt pozorovania, na ktorom
skúmame konkrétny prejav – vlastnosť určitého hromadného javu;

štatistický súbor = množina všetkých štatistických jednotiek, na
ktorých sledujeme daný hromadný jav;

rozsah (veľkosť) súboru = je daný počtom jednotiek (prvkov), ktoré do neho
patria; označenie n

znak (premenná) = vonkajšia merateľná vlastnosť štatistických
jednotiek, ktoré tvoria súbor, označ. x, y, \dots ;
sú variabilné - nadobúdajú rôzne hodnoty
(údaje znaku) x_1, x_2, \dots, x_n , preto sa nazývajú aj premenné;

Softvéry:

- Statgraphic
- Unistat
- Excel-rozšířený
- Statistica

- Príklady
 - 1) Je daný súbor s diskretným znakom: 29 žiakov III. ročníka gymnázia s ich bodovým hodnotením písomnej práce z matematiky.
- **Počet bodov: x_i**
- 8,12,15,18
- **Počet študentov: n_i**
- 8,14, 5, 2

- $\text{mod}(x) = 12$, pretože hodnotenie 12 bodov sa vyskytuje najčastejšie.
- $\text{med}(x)$ je hodnotenie 15-eho žiaka v nasledujúcom usporiadaní
 8,8,8,8,8,8,8,12,12,12,12,12,12,**12**,12,12,12,12,12,12,12,15,15,15,15,15,18,18
 $\text{med}(x) = 12$
- aritmetický priemer je 11,8 , pretože
 $(8 \times 8 + 14 \times 12 + 5 \times 15 + 2 \times 18) / (8 + 14 + 5 + 2) = 343 / 29 = 11,8\dots$
- variačné rozpätie je 10, pretože $18 - 8 = 10$.
-

Relatívna početnosť

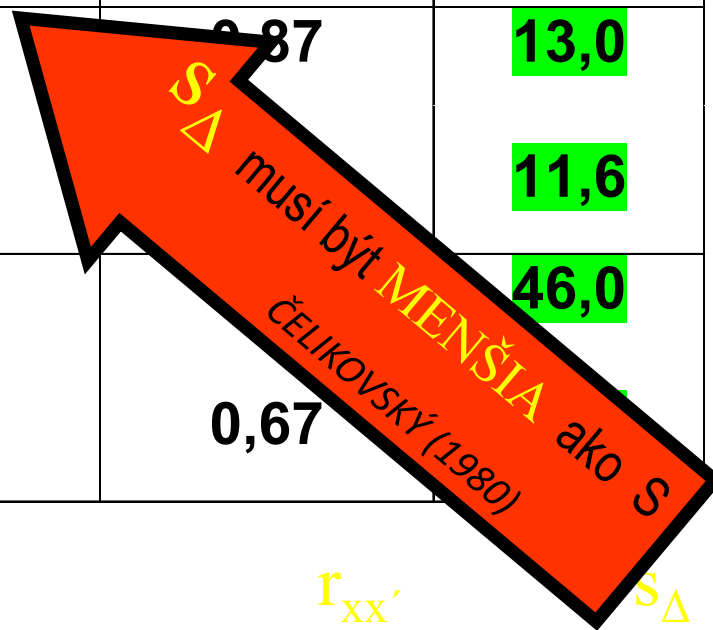
- rub.-lic mince

Standardizácia

STREDNÁ CHYBA TESTU

Standard error of measurement

Motorický test	Aritmetický priemer	Smerodajná odchylka	Koeficient reliability	Stredná chyba
SKOK z miesta [cm]	157	15,0	0,87	5,5
	164	15,5	0,84	5,6
HOD plným míčem [cm]	259	36,1	0,87	13,0
	262	35,2	0,87	11,6
BEH na 5 min. [m]	970	86,9	0,87	46,0
	1049	84,4	0,67	46,0



Štatistické symboly:

\bar{x}

S

$r_{xx'}$

S_{Δ}

Desaťročný výskum 1975 -1984 motorických schopností 11- až 14-ročných detí (n 1553)

Poznámka: KOHOUTEK, MĚKOTA a KOVÁŘ (1990) střední chyba skoku z místa 5,3 cm

KOMEŠTÍK aj. (1991)

normy

- X, s
- 3,5,7stupňove

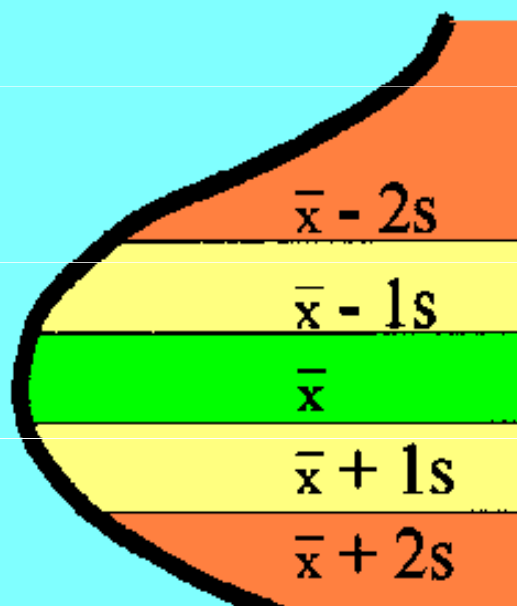
Standardizácia

STANDARD

"U nás nesprávne - jen normy."

BIČKOVSKÝ (1984)

Statistické údaje (n , \bar{x} , s , R , rozložení A , E , parametry populace, normy)



	Pětistupňová norma			Hodnocení
	%	body	skóre[cm]	kvalitativní
$\bar{x} - 2s$	7	1	-195	Vysoce podpr.
$\bar{x} - 1s$	24	2	-215	podprůměrný
\bar{x}	38	3	-235	průměrný
$\bar{x} + 1s$	24	4	-255	nadprůměrný
$\bar{x} + 2s$	7	5	256 -	vysoce nadpr.

\bar{x} 225 cm
 s 20 cm
 R 120 cm
 n 16 000

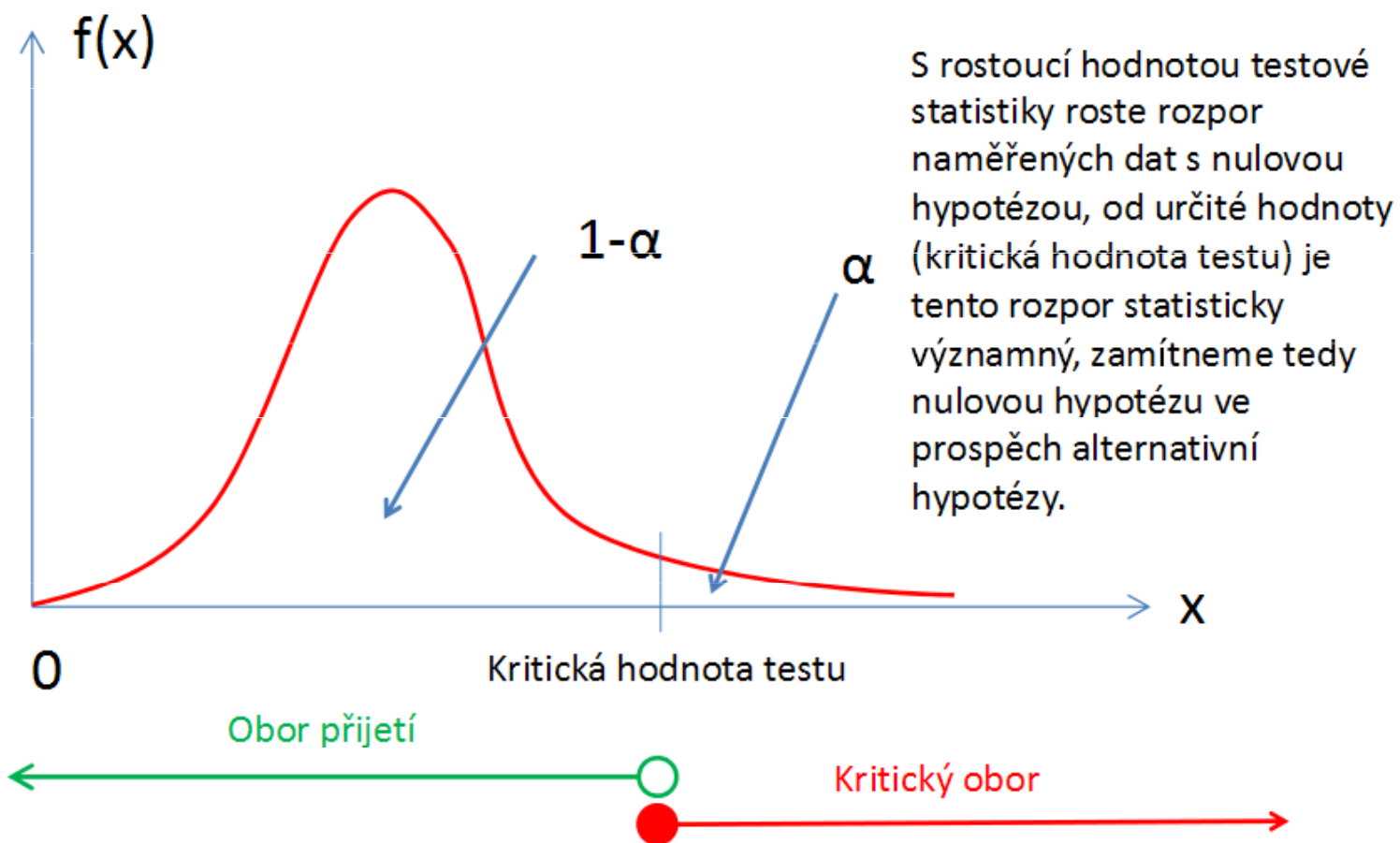
minimum 150 cm ideal 245 cm
majority 225 cm special 280 cm

NORMY dle ISRAEL (1988)

Normalita súboru

- Histogram, \bar{x} , modus, median,
- Shapiro-Wilk
- Pearsonův test dobré shody
- Tento test slouží k testování nulové hypotézy v obecném tvaru:
 - Náhodný výběr pochází z konkrétního rozdělení
 - pravděpodobnosti s konkrétními parametry.

Pearsonův χ^2 test dobré shody



2. Analýza dát- ROZDIELY

Úvodní poznámky



Alternativní hypotéza H_1

(resp. H_A) stojí proti nulové hypotéze a představuje porušení rovnovážného stavu. Rozlišujeme 3 typy alternativních hypotéz:

alternativních hypotéz:

–

Levostranná
alternativní hypotéza.

–

Pravostranná
alternativní hypotéza.

–

Oboustranná
alternativní hypotéza

Příslušná alternativní hypotéza se volí na základě pozorování chování výběrového souboru.

T test-(rozdiel priemerov)

- Podľa toho, aká data (soubory) máme k dispozíci, rozlišujeme niekoľko variant t-testu
- Parametrické vs. Neparametrické(nad 10?)

Otázka normality rozloženia súboru?

- Závislé vs. Nezávislé
- Párový vs. Nepárový

Vyber, stav, čas

p- pravdepodobnosť: nevýznamné

významné p 0,05

veľmi významné p 0,01

nezávisle premenná	→	závisle premenná
nový liek	→	vyliečenie
športový tréning	→	rekord
zvýšenie motivácie žiaka učiť sa	→	lepšie učebné výsledky

Príklad

Test hypotézy o střední hodnotě

- Stanovme si obě hypotézy:
 - H_0 – Střední hodnota populace je rovna 30.
 - H_1 – Střední hodnota populace je vyšší než 30 (vypovídá o tom provedený náhodný výběr).
- Dosazením do předpisu pro testovou statistiku získáme pozorovanou hodnotu testu:

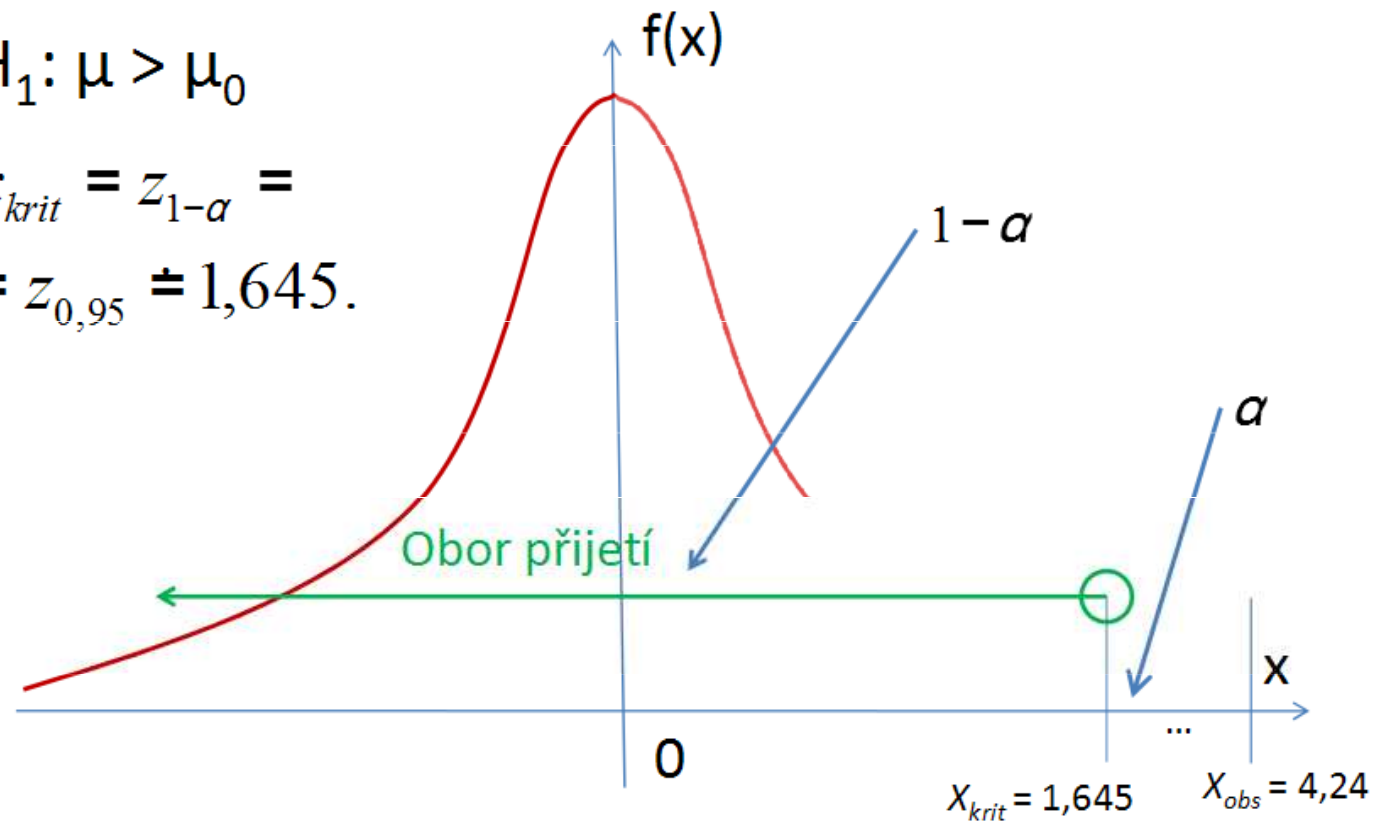
$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s} \cdot \sqrt{n} = \frac{36,7 - 30}{10} \cdot \sqrt{40} \approx 4,24.$$

Test hypotézy o střední hodnotě

$$H_1: \mu > \mu_0$$

$$x_{krit} = z_{1-\alpha} =$$

$$= z_{0,95} \approx 1,645.$$



Kritický obor ● →

- **Pojem,** . t-test pre nezávislé výbery je všeobecne používaná metóda na vyhodnotenie rozdielu v priemeroch dvoch skupín. Nap., t-test môže byť použitý na vyhodnotenie rozdielu v testovanej veličine medzi experimentálnou skupinou pacientov užívajúcich liek, a kontrolnou skupinou, ktorá obdržala iba placebo. Teoreticky je t-test možné použiť aj vo veľmi malých vzorkách ($n=10$, niektorí výskumníci tvrdia, že dokonca aj v menších), ak však je dodržaný predpoklad normálneho rozloženia v oboch skupinách, a rozptyly týchto skupín sa významne nelíšia. Normalita môže byť odhadnutá z histogramu, alebo vykonaním testu normality. Predpoklad zhodnosti rozptylu verifikujeme F testom, alebo použijeme robustnejšiu techniku, Levenov test. Ak tieto predpoklady nie sú splnené, použijeme neparametrickú alternatívu t-testu [Mann-Whitneyov U test](#) alebo Kolmogorov-Smirnov test.

Hypotéza výskumu znela: Dievčatá 7. ročníka budú v subjektívnom odhade pohody pri komunikácii vykazovať vyššie skóre ako chlapci. Subjektívny odhad pohody sa zisťoval na 6- bodovej škále. Výsledné výpočty ukazuje tabuľka:

	N	AP	SD	t	df	p
dievčatá	119	4,38	1,315	-1,586	214	0,114
chlapci	97	4,09	1,316			
spolu	216	4,25	1,319			

Legenda:

N = počet subjektov

AP = aritmetický priemer

SD = smerodajná odchýlka

t = vypočítaná hodnota Studentovho t-testu

df = stupeň voľnosti

p = vypočítaná hodnota štatistickej významnosti

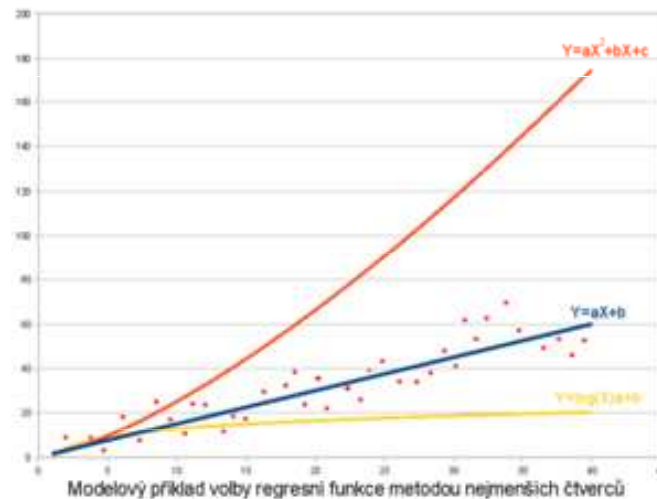
Tab. Kvantily $t_{1-\alpha/2} (v)$ Studentova t rozdělení

St. volnost $i v$	0,80	0,90	0,95	0,975	0,9875	0,995
1	1,376	3,078	6,314	12,706	25,452	63,657
2	1,061	1,886	2,920	4,303	6,205	9,925
3	0,978	1,638	2,353	3,182	4,176	5,841
4	,941	1,533	2,132	2,776	3,495	4,604
5	,920	1,476	2,015	2,571	3,163	4,032

3. Analýza dat VZŤAHY

Vztahy-korelacie-závislost

- Test –retest .
- Výška -hmotnosť



Pro měření síly závislosti se používá **Pearsonův korelační koeficient ρ** :

dle obecných platností nabývá hodnot -1 až $+1$ je-li typ závislosti lineární, pak:

nulová hodnota ρ – většinou vyjadřuje **nezávislost** veličin (může být roven 0 i když jsou veličiny funkčně závislé, ale tato závislost potom není lineární!)

ρ větší než 0 – s rostoucími hodnotami jedné veličiny se zvyšují i hodnoty druhé (nebo obě klesají)

ρ menší než 0 – s rostoucími hodnotami jedné veličiny klesají hodnoty druhé a naopak

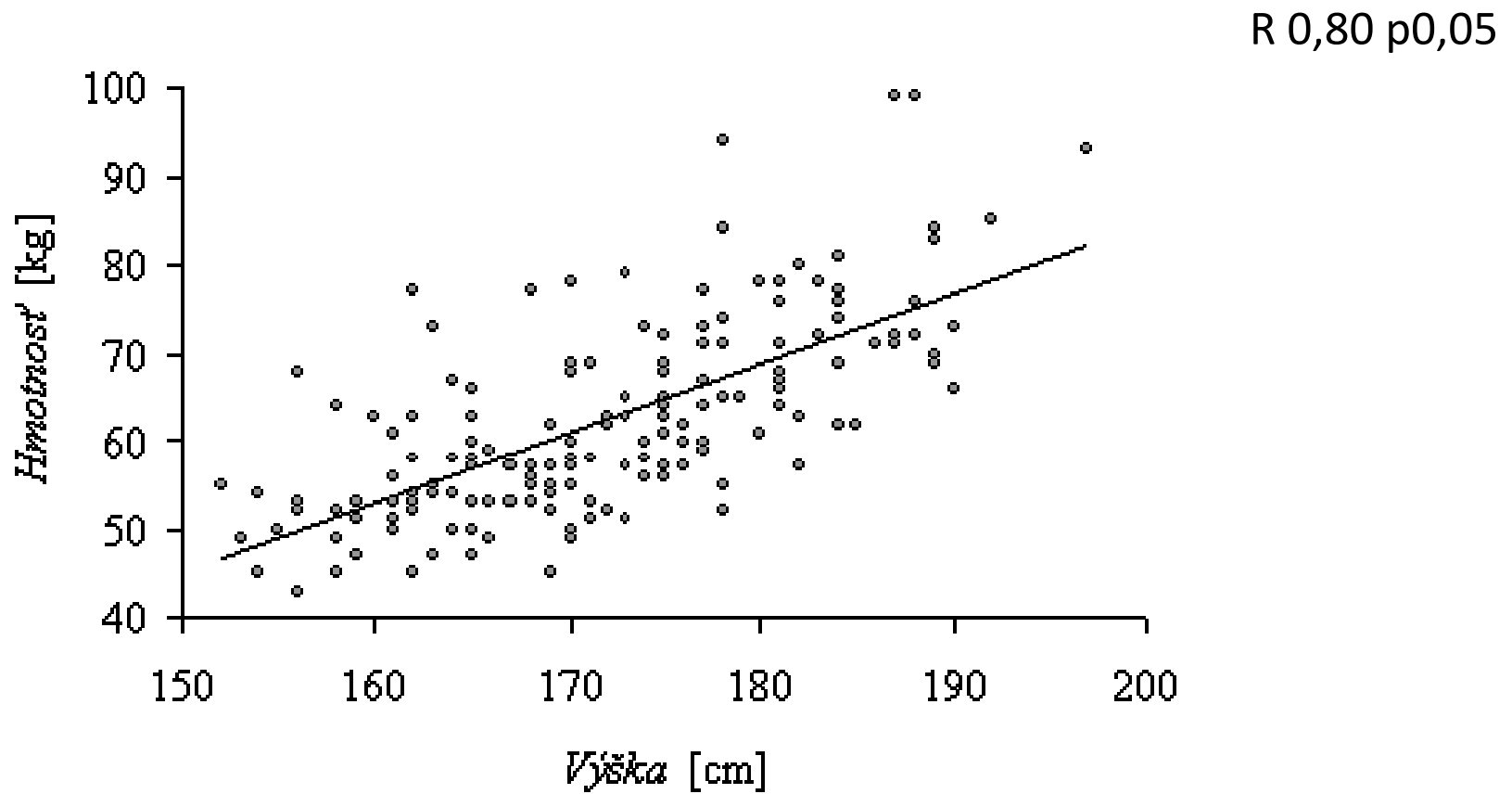
krajní hodnoty $+1$ a -1 ukazují na **funkční závislost** obou veličin

**Statistická závislost však
nemusí znamenat
kauzalitu!**

Neparametrické

- **Dvojrozmerná indukčná štatistika - intervalové premenné**
- **Jednoduchá lineárna regresia, Pearsonov, korelačný koeficient**
- Párová regresná analýza skúma lineárnu závislosť medzi dvoma kvantitatívnymi premennými (napr. hmotnosťou a výškou človeka) a je špecifickým prípadom viacnásobnej regresie. Jednoduchá regresia odhaduje regresné koeficienty β_0 a β_1 v rovnici:
- Spearmanova

Výška vs. Hmotnost



- **Interpretácia korelačného koeficientu** závisí od kontextu. Hodnota 0,8 pri overení fyzikálneho zákona použitím presných meracích prístrojov je veľmi nízka, v sociálnych vedách je však veľmi vysoká. Cohen (1988) vytvoril jednoduchú pomôcku pre interpretáciu korelačných koeficientov v psychologickom výskume: Korelácia (v absolútnej hodnote) pod 0,1 je triviálna, 0,1–0,3 malá, 0,3–0,5 stredná a nad 0,5 veľká.

Nedostatečný rozsah výběru

Nejjednodušší je v tomto případě provést dodatečná měření. Platí, že čím jsou data méně rozptýlená, tím menší počet jich stačí k zajištění dostatečné přesnosti odhadu. Pokud nelze provést dodatečné experimenty, je možné použít techniky vhodné pro malé výběry.

Tento postup je vhodný zejména pro analýzu rutinních měření, kde jsou o chování dat předběžné informace. Když se analyzují výsledky nových měření nebo neznámé výběry, je vždy třeba začít průzkumovou analýzou dat a stanovit statistické zvláštnosti výběru.

ATLANTA / 1996

(po 3 pokusech)

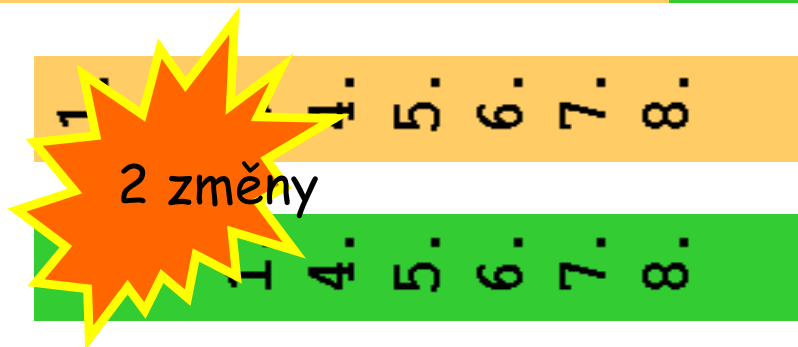
Trojskok (ženy)

(po 6 pokusech)

1.	KAŠPÁRKOVÁ / CZE	14.98 m	----->	3.
2.	LASOVSKAJA / RUS	14.98	----->	2.
3.	KRAVETSOVÁ / UKR	14.84	----->	1.
4.	PRANDZEJEVA / BUL	14.84	----->	4.
5.	HANSEN / GBR	14.49	----->	5.
6.	VASDEKI / GRE	14.44	----->	6.
7.	RUIPING / CHN	14.30	----->	7.
8.	MATESKO / ROM	14.21	----->	8.

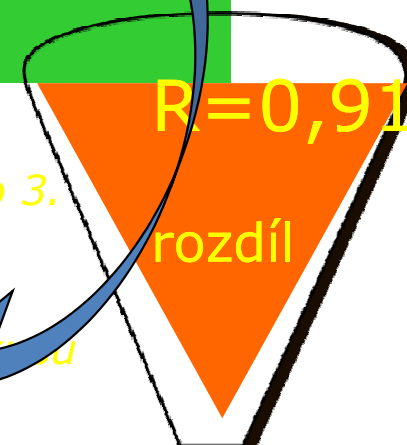
OTÁZKA:

Liší sa výrazne
tyto 2 množiny



pořadí po 3.

po 6. pokusech



$o < 12\%$

Príklad výpočtu stability testu

1) Jak proměnná "vypadá" ?

2) Souvisí jedno s druhým ?

3) Liší se jedno od druhého ?

1) Deskriptivní statistika

		C ₁		C ₂
Count - Mean	17	7,529412	17	16,88235
95% C. L. of Mean	4,370226	10,6886	12,23466	21,53004
Std. Dev - Std. Error	6,145229	1,490454	9,040757	2,192706

Correlation Coefficient

2) Korelace

Pearson's	r	0,5389
Spearman's	rho	0,539474
Kendall's	tau	0,397059

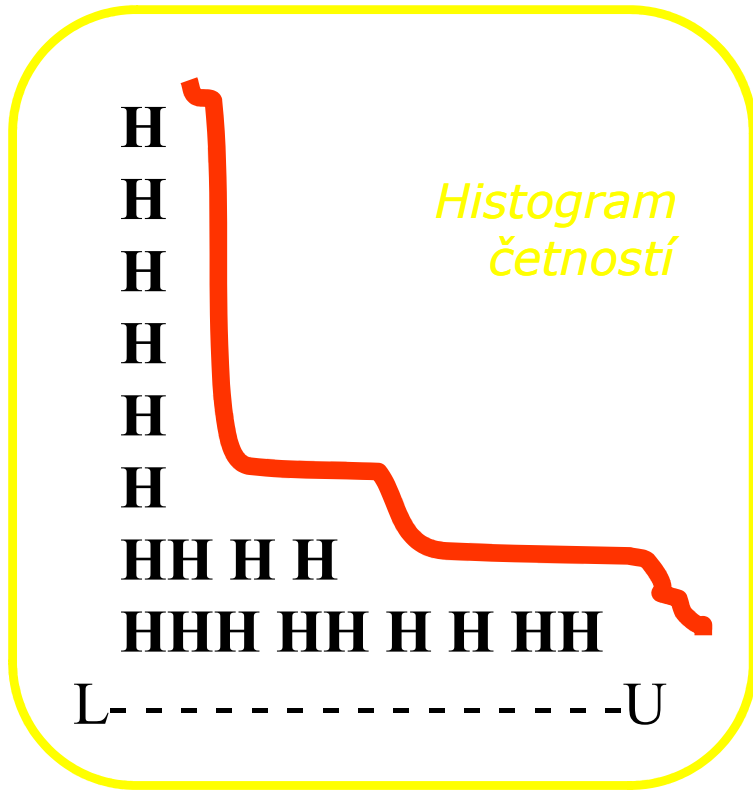
T - tests

(Paired T - test Results)

3) Statistická významnost

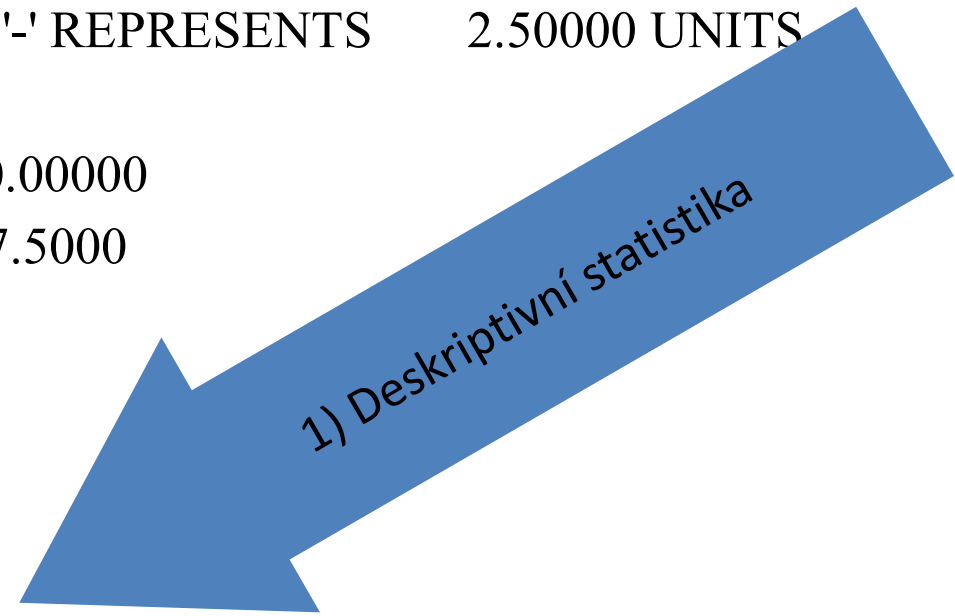
Hypothesized mean difference	0
Lower Bound of Confidence Interval	-9,352942
Upper Bound of Confidence Interval	1,872677
95% C. L. of Difference	-13,32229 -5,38359
T value	-4,994422
Probability Level	0,0001

1) Jak proměnná "vypadá" ?



EACH 'H' REPRESENTS 2 COUNTS
 EACH '-' REPRESENTS 2.50000 UNITS

L = 0.00000
 U = 37.50000



ESTIMATE	ST.ERROR	
MEAN	11.2058800	1.7483270
MEDIAN	5.0000000	2.5980780
MODE	3.0000000	

míry střední hodnoty

ESTIMATE			
ST.DEV.	10.1944100	Q1	3.0000000
VARIANCE	103.9260000	Q3	20.0000000
RANGE	30.0000000	S-	1.0114710
(Q3-Q1)/2	8.5000000	S+	21.4002900

míry rozptýlení

3) Liší se jedno od druhého ?

Date/Time 11-28-1999 16:33:51
 Data Base Name C:\solo\dat\fit98\98zs-olz
 Description Data base created at 13:44:19 on 10-14-1998

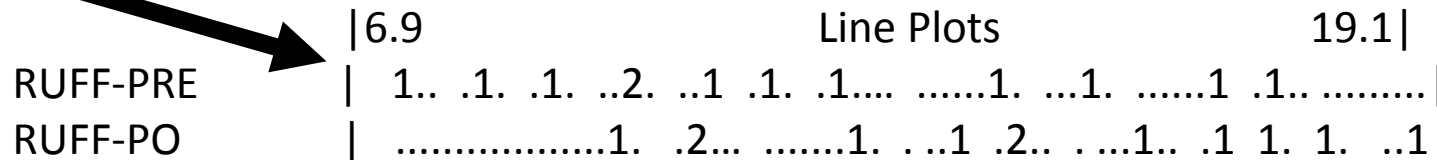
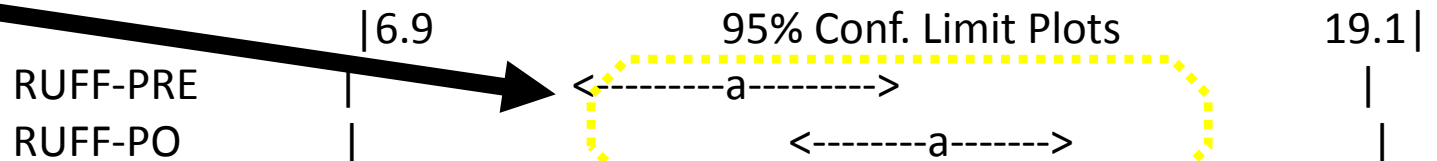
- Počty - Průměry
- Směrodatné odchyly - chyby
- Hodnoty t-testu
- Hladina alfa
- Stupně volnosti
- Hodnota F-test
- Hladina alfa
- Rozpětí veličin
- Rozložení hodnot veličin

Two Sample T-Test Results

	RUFF-PRE	RUFF-PO
Count - Mean	12 11.2	12 15.19167
95% C.L. of Mean	9.080987 13.31901	13.37835 17.00499
Std.Dev - Std.Error	3.337936 .9635792	2.856399 .8245714
Ho:Diff=0	Equal Variances	Unequal Variances
T Value-Prob(Lower)	-3.147436 0.0023	-3.147436 0.0023
Degrees of Freedom	22	23.39351
Diff. - Std. Error	-3.991667 1.268228	-3.991667 1.268228
95% C.L. of Diff.	-6.621705 -1.361629	-6.61263 -1.370703

3) Statistická významnost

F-ratio testing group variances 1.365584 Prob. Level 0.6142





Rovnováhové schopnosti

Statické RSCH



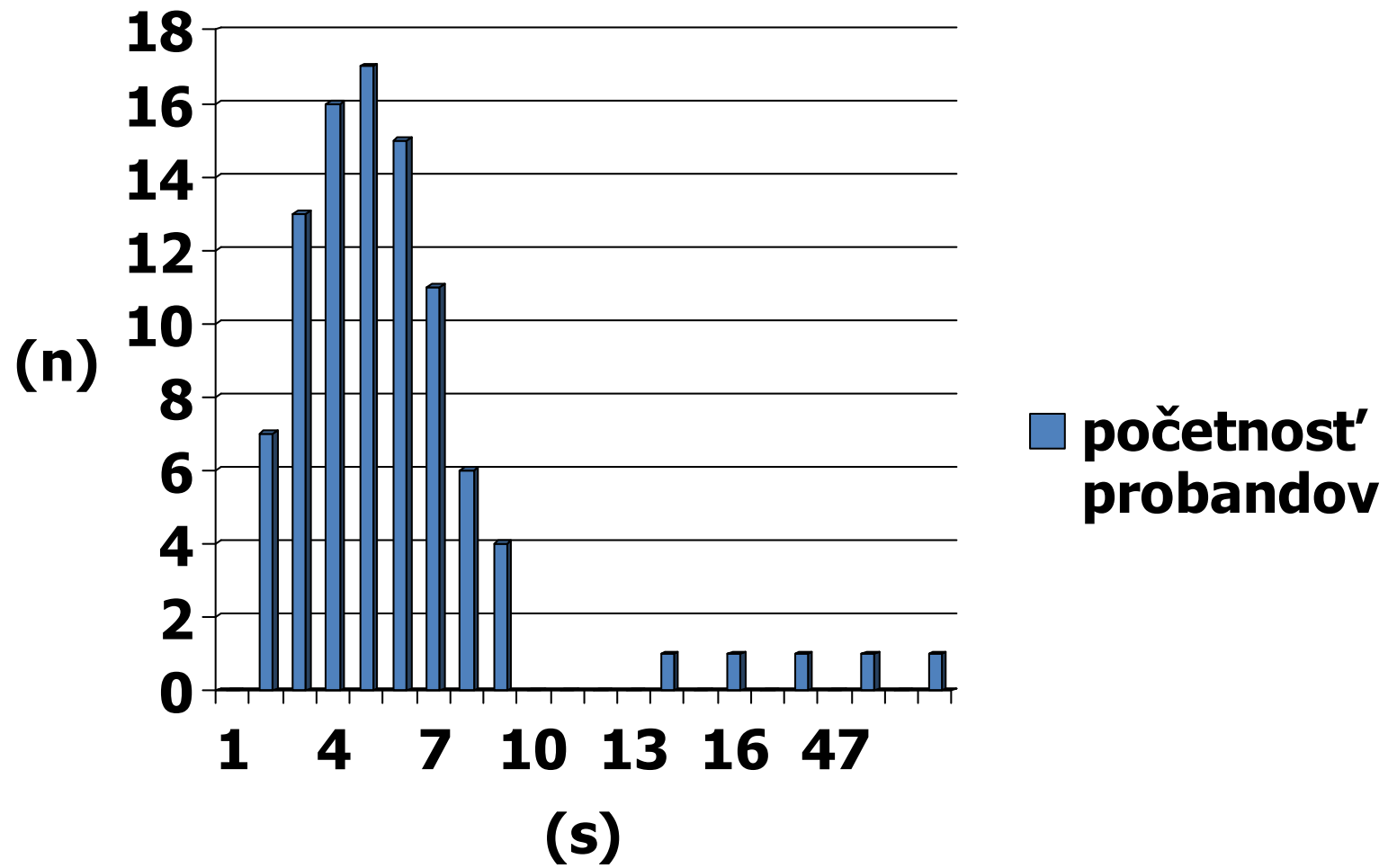
Dinamické RSCH



Balansovanie s predmetom RSCH



NORMALITA výsledkov –faktor času

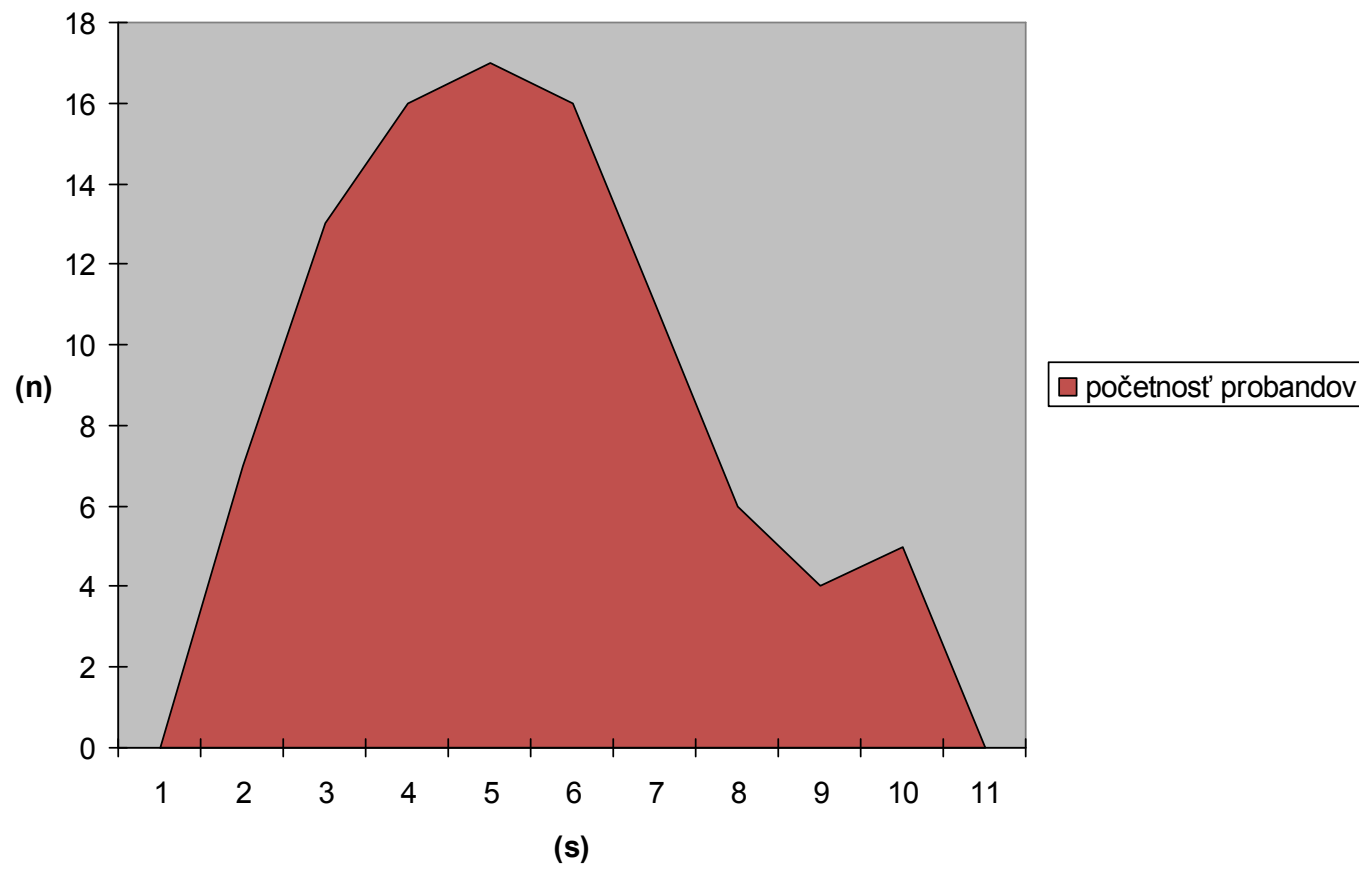


teste na doske Balance Master Board- (s)

n=91 počet chýb	výška (cm)	hmotnosť (kg)	test (chyby)	retest (chyby)
arit. priem.	169,72	78,21	5,67	6,01
smer. od.	5,160	7,295	4,17	4,19
median	168	75,00	3,89	4,12
min.	163	65,00	1,39	1,26
max.	198	92,00	85,30	93,28
var.rozp.	35	27,00	15	16
		t - test		1,091
závislosti	výška	hmotnosť	test	retest
výška	1			
hmotnosť	0,58**	1		
test			1	
retest			0,69**	1

** p<0,01; * p < 0,05

NORMALITA výsledkov –faktor času do 10s.



*Reliabilita v teste RSCH na doske Balance
Master Board- faktor času*

vek (roky)	10	11	12	13	14	15
dievčatá $r_{(stab)}$	0,77	0,69	0,65	0,68	0,61	0,62
chlapci $r_{(stab)}$	0,68	0,64	0,52	0,74	0,68	0,61



Zmena Paradigmy

*Príklad zmeny reliability pri teste na doske Balance Master Board-
počet chýb za 1 min. life time.*

n=91	výška (cm)	hmotnosť	test	retest
počet chýb		(kg)	(chyby)	(chyby)
arit. priem.	169,72	78,21	5	6
smer. od.	5,160	7,295	1,87	2,17
median	168	75,00	6	7
min.	163	65,00	0	0
max.	198	92,00	15	16
var.rozp.	35	27,00	15	16
		t - test		1,091
závislosti	výška	hmotnosť	test	retest
výška	1			
hmotnosť	0,58**	1		
test	0,14	0,09	1	
retest	0,03	0,14	0,89**	1

** p<0,01; * p < 0,05

Kritéria klasifikácie:

- spojitost'-nespojitosť,
- lateralita-sferickosť,
- material(drevo,plast,kov),
- pre začiatočníkov - pre pokročilých,
- využitie pc- bez pc,

Tab. 34 KLASIFIKACIA BALANČNÝCH DOSIEK A NESTABILNÝCH PLOŠÍN

spojitosť	Bipolárne (laterálne) začiatočníci	360 stupňové (sférické)pokročilí	Podľa úlohy	Využitie Pc
spojité začiatočníci	1. Balance master Roch... be... h... Basic balance board	2. Wobble balance board... Krú... r 0,80	statická RSCH	s PC Libra
nespojité pokročilí	3. Rocker-roller board kývavé s valcom Bongo balance Indo board	4. Sphere-and-ring board s guľou r 0,50	dynamická RSCH	Bez PC Ostatné Balančné dosky

Nespojité = nestabilné, sférické 50%, spojité, bipolárne = najviac spoľahlivé

ZÁVER

Hypotéza

?

Domněnka, předpoklad

?

Nejčastěji o rozdělení, středních hodnotách, závislostech,...

Hypotézy ve vědeckém výzkumu



pracovní, věcné hypotézy



výzkumné otázky v kvalitativních šetřeních)



statistické hypotézy



nulové hypotézy



alternativní hypotézy

Postup při ověřování hypotéz

?

Formulace nulové a statistické hypotézy

?

Volba hladiny významnosti

?

Volba vhodného testového kritéria

?

Výpočet testového kritéria

?

Nalezení příslušné kritické hodnoty

?

Porovnání výsledek testu s kritickou hodnotou

-

závěr

1. Vytvoření hypotéz

H_0

: Neexistuje vztah mezi dobou nemoci
bráním léků.

H_A

: Rozdíly nejsou způsobeny náhodou a
existuje závislost mezi dobu nemoci a
bráním léků.

?

2. Stanovení hladiny významnosti

?

3. Volba vhodného testového kritéria (n –podľa tabulky)

?

4. Výpočet testového kritéria

Obecné schéma dílčích stadií výzkumného projektu

