Řešené příklady

biomechanika

rovnoměrný přímočarý pohyb

V házené, po vážnějším provinění se proti pravidlům následují penalty z čáry vzdálené 7 m od branky. Po přestupku se na branku hází z 9 m vzdálenosti. Brankářova reakční doba na zrakový vjem je asi 0,2 s. Jakou má šanci chytit míč z jedné a z druhé vzdálenosti, jestliže házenkář hodí míč rychlostí 100 km.h^{-1}?

$s_1 = 7$ m

$s_2 = 9$ m

$t_r = 0{,}2$ s

$v = 100$ km.h^{-1}

$t_1 = ?$

$t_2 = ?$

Převedeme:

v = 100 km.h^{-1} = 27,8 m·s^{-1}

Předpokládejme, že míč letí rovnoměrně přímočaře. Platí tedy:

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$t_1 = \frac{7\,\mathrm{m}}{27{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}} = 0{,}25\,\mathrm{s}$$

$$t_2 = \frac{9\,\mathrm{m}}{27{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}} = 0{,}32\,\mathrm{s}$$

Oba časy jsou delší než brankářova reakční doba, v obou případech je tedy určitá šance na chycení míče. První čas se však od této doby odchyluje jen o 0,05s, proto úspěch brankaře z velké části bude záviset také na složitosti zákroku, který daná penalta vyžaduje.

průměrná rychlost, frekvence

Závodníci na čtyřkajaku jedou trať dlouhou 1000 m průměrnou rychlostí 18 $km.h^{-1}$. Průměrné tempo pádlování je 102 záběrů za minutu. Kolik záběrů musí udělat, než dorazí do cíle?

$s = 1000$ m

$v_p = 18\ km.h^{-1}$

f = 102 záběrů za min.

N = ?

Převedeme:

$v_p = \ldots \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = \ldots \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

$f = \ldots 0 \text{ min}^{-1} = \ldots 7 \text{ s}^{-1}$

Abychom mohli určit počet záběrů, musíme vědět, jak dlouho závodníci celou trať jedou:

$$v_p = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v_p} = \frac{\ldots 000 \text{ m}}{\ldots \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} = \ldots 0 \text{ s}$$

Počet záběrů je tedy

$N = tf = \ldots 00 \text{ s} \cdot \ldots,\!17 \text{ s}^{-1} = \ldots 4\ldots$

Závodníci musí během závodu provést 340 záběrů.

rovnoměrný přímočarý pohyb

Sprinteři na 100 m zvyšují frekvenci kroků přibližně do 60. metru. Poté špičkoví závodníci udělají za 1 s až 5 kroků. Jeden takovýto krok může být dlouhý i 2,4 m. Jakou rychlostí a za jak dlouho uběhne sprinter těchto posledních 40 m?

s = 60 m

d = 2,4 m

f = 5 kroků za 1 s

v = ?

t = ?

Z počtu kroků za sekundu a jejich délky zjistíme dráhu *l*, kterou sprinter uběhne za 1 s:

$$l = d = 2{,}4\,\mathrm{m} = 12\,\mathrm{m}$$

Sprinter posledních 40 m tedy běží průměrnou rychlostí 12,0 m·s^{-1}.

Sprinter běží rovnoměrně přímočaře, odtud doba *t*:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{40\,\mathrm{m}}{12\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}} = 3{,}3\,\mathrm{s}$$

Posledních 40 m, které sprinter běží průměrnou rychlostí 12,0 m·s^{-1}, urazí za 3,3 s.

zrychlený pohyb

John Force vytvořil 11. března 1999 rekord v dragsteru Ford Mustang 99. Z klidového stratu dosáhl na 402 m dlouhém úseku rychlosti 521,507 km.h^{-1}. S jak velkým zrychlením se John rozjížděl?

s = 402 m

v = 521,507 km.h^{-1}

a = ?

Převedeme:

v = 521,507 km.h^{-1} = 144,86 m·s^{-1}

Pro zrychlení platí:

$$a = \frac{v}{t}$$

Čas vyjádříme ze vztahu pro dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu:

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

$$a = \frac{v}{\sqrt{\frac{2s}{a}}}$$

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{(144,86\ \mathrm{m \cdot s^{-1}})^2}{2 \cdot 40\ \mathrm{m}} = 6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = 96\ g$$

John se rozjížděl se zrychlením 2,96 *g*.

svislý vrh vzhůru

Krasobruslař potřebuje pro obrat o 360^{o} ve výskoku 0,22 s. Jak vysoko musí vyskočit, aby zvládl 1,5 otočky, a jaká je přitom úhlová rychlost jeho rotace?

$T= 0{,}22$ s

$h_3 = ?$

$\omega = ?$

Při výskoku se těžiště těla pohybuje po křivce svislého vrhu vzhůru. Během stoupání musí krasobruslař provést 1,5 otočky (trojný obrat), taktéž při sestupu. Doba výstupu, tedy i pádu, musí být:

$$t = 1{,}5\,T = 1{,}5\,(0{,}22\ \mathrm{s}) = 0{,}33\ \mathrm{s}$$

Výška výskoku:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = \frac{1}{2}\left(9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}\right)\left(0{,}33\ \mathrm{s}\right)^2 = 0{,}53\ \mathrm{m}$$

Doba jedné otočky je $T = 0{,}22$ s, pro úhlovou rychlost tedy platí:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{0{,}22\ \mathrm{s}} = 28{,}55\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

Krasobruslař musí vyskočit do výšky 0,53 m, aby zvládl trojitý skok. Přitom se otáčí s úhlovou rychlostí 28,55 rad· s^{-1}.

Vodorovný vrh

Při filmování honičky na ploché střeše má kaskadér přeskočit na střechu sousední budovy. Ještě předtím ho prozíravě napadne, zda vůbec může tento úkol zvládnout, běží-li po střeše nanejvýš rychlostí 4,5 $m \cdot s^{-1}$. Vzdálenost budov je 6,2 m a rozdíl jejich výšek 4,8 m. Má kaskadér skočit? (Halliday a kol., 2000)

$v = 4{,}5\ m.s^{-1}$

$d = 6{,}2\ m$

$h = 4{,}8\ m$

Pohyb vzduchem můžeme rozložit do dvou vzájemně kolmých os. V ose x jde o pohyb rovnoměrný přímočarý, v ose y o volná pád. V ose x se kaskadér pohybuje vpřed tak dlouho, než v ose y klesne o 4,8 m. Pro volný pád platí:

$$s = \frac{1}{2} g t^2$$

Odtud doba pádu:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2d}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}8\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}}} = 0{,}99\,\mathrm{s}$$

Za tuto dobu urazí v ose x dráhu:

$$s = vt$$

$$s = 5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 0{,}99\,\mathrm{s} = 4{,}6\,\mathrm{m}$$

$$s < d$$

Kaskadér tento kousek nezvládne, doskočí totiž pouze do vzdálenosti 4,5 m, nikoli 6,2 m, jak by potřeboval.

šikmý vrh vzhůru

Horizontální rychlost těch nejlepších skokanů do dálky dosahuje až 10,7 $m.s^{-1}$. Jak velká je při odrazu vertikální rychlost, naměří-li rozhodčí délku skoku 8,8 m?

$v_x = 10{,}7\ m.s^{-1}$

$s = 8{,}8\ m$

$v_y = ?$

Let atleta můžeme rozložit do dvou vzájemně kolmých směrů. Ve směru horizontálním (osa x) jde o pohyb rovnoměrný přímočarý. Odtud zjistíme tedy, jak dlouho skok trval:

$$v_x = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v_x} = \frac{8{,}8\ \mathrm{m}}{10{,}7\ \mathrm{m.s^{-1}}} = 0{,}82\ \mathrm{s}$$

Ve směru vertikálním se po tuto dobu skokan pohybuje nejdříve rovnoměrně zpomaleně s počáteční rychlostí v_y, potom stejně dlouho rovnoměrně zrychleně volným pádem. Těsně před dopadem má skokan v této ose opět rychlost v_y. Rychlost v_y tedy zjistíme z volného pádu, který trval po dobu $\frac{t}{2}$:

$$v_y = g\frac{t}{2} = 9{,}8\ \mathrm{m.s^{-2}} \cdot \frac{0{,}82\ \mathrm{s}}{2} = 4{,}02\ \mathrm{m.s^{-1}}$$

Vertikální rychlost atleta při odrazu má velikost 4,02 m.s^{-1}.

dostředivé zrychlení

Podle letecké normy nesmí na pilota působit větší přetížení než 5, 95 *g*. Jaký nejmenší poloměr může mít zatáčka, kterou pilot proletí rychlostí 700 km·h^{-1}, aby se nedostal mimo normu? Jak dlouho touto zatáčkou poletí, chce-li změnit směr o 90°?

a = 5,95 *g*

v = 700 km.h^{-1}

α = 90º

r = ?

t = ?

Převedeme:

v = 700 km.h^{-1} = 194,44 m.s^{-1}

Na pilota v zatáčce působí dostředivá síla, tedy i dostředivé zrychlení, které nesmí překročit normu:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{v^2}{a} = \frac{(194{,}44\ \mathrm{m.s^{-1}})^2}{5{,}95\,g} = \frac{(194{,}44\ \mathrm{m.s^{-1}})^2}{5{,}95 \cdot 9{,}81\ \mathrm{m.s^{-2}}} = 647{,}71\ \mathrm{m}$$

Při změně směru o 90° proletí pilot v zatáčce dráhu:

$$s = \frac{o}{4} = \frac{2\pi r}{4} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 647{,}71\ \mathrm{m}}{4} = 1016{,}90\ \mathrm{m}$$

Letí-li rychlostí 194,44 m.s^{-1}, tuto dráhu urazí za čas *t*:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1016{,}90\ \mathrm{m}}{194{,}44\ \mathrm{m.s^{-1}}} = 5{,}23\ \mathrm{s}$$

Letí-li pilot rychlostí 700 km.h^{-1}, může proletět zatáčku s minimálním poloměrem 647,71 m. Změna směru o 90° mu v tomto případě bude trvat 5,23 s.

dostředivé zrychlení

Rychlobruslař jede po kruhové části dráhy stálou rychlostí 12 $m \cdot s^{-1}$. Velikost dostředivého zrychlení je 4,2 $m \cdot s^{-1}$. Určete poloměr dráhy a dobu, za kterou rychlobruslař ujede tuto půlkruhovou část dráhy.

$v = 12\ m \cdot s^{-1}$

$a_d = 4{,}2\ m \cdot s^{-2}$

$r = ?$

$t = ?$

Poloměr vypočítáme ze vztahu pro dostředivé zrychlení:

$$a_d = \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{v^2}{a_d} = \frac{\left(12\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}\right)^2}{\left(4{,}2\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}\right)} = 34{,}29\,\mathrm{m}$$

Protože obvodová rychlost *v* je stálá, použijeme vztah pro rovnoměrný pohyb:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{\pi r}{t}$$

$$t = \frac{\pi r}{v} = \frac{3{,}14\left(34{,}29\,\mathrm{m}\right)}{\left(12\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}\right)} = 8{,}98\,\mathrm{s}$$

Poloměr zakřivení dráhy je 34,29 m. Na projetí zakřivené části dráhy rychlobruslař potřebuje 8,98 s.

dostředivé zrychlení

Podle letecké normy nesmí na pilota působit větší přetížení než 5, 95 *g*. Jaký nejmenší poloměr může mít zatáčka, kterou pilot proletí rychlostí 700 $km \cdot h^{-1}$, aby se nedostal mimo normu? Jak dlouho touto zatáčkou poletí, chce-li změnit směr o 90°?

$a = 5{,}95\ g$

$v = 700\ km.h^{-1}$

$\alpha = 90°$

$r = ?$

$t = ?$

Převedeme:

v = 700 km.h^{-1} = 194,44 m.s^{-1}

Na pilota v zatáčce působí dostředivá síla, tedy i dostředivé zrychlení, které nesmí překročit normu:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{v^2}{a} = \frac{(194{,}44\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})^2}{5{,}95\,g} = \frac{(194{,}44\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})^2}{5{,}95(9{,}81\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})} = 647{,}71\,\mathrm{m}$$

Při změně směru o 90° proletí pilot v zatáčce dráhu:

$$s = \frac{o}{4} = \frac{2\pi r}{4} = \frac{2\cdot 3{,}14(647{,}71\,\mathrm{m})}{4} = 1016{,}90\,\mathrm{m}$$

Letí-li rychlostí 194,44 m.s^{-1}, tuto dráhu urazí za čas t:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{(1016{,}90\,\mathrm{m})}{(194{,}44\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})} = 5{,}23\,\mathrm{s}$$

Letí-li pilot rychlostí 700 km.h^{-1}, může proletět zatáčku s minimálním poloměrem 647,71 m. Změna směru o 90° mu v tomto případě bude trvat 5,23 s.