

Matematizace – problém?

Přednáška: Doc. PhDr. Martin Hemelík, CSc.

Projekt Výzkum, Vývoj, Vysočina

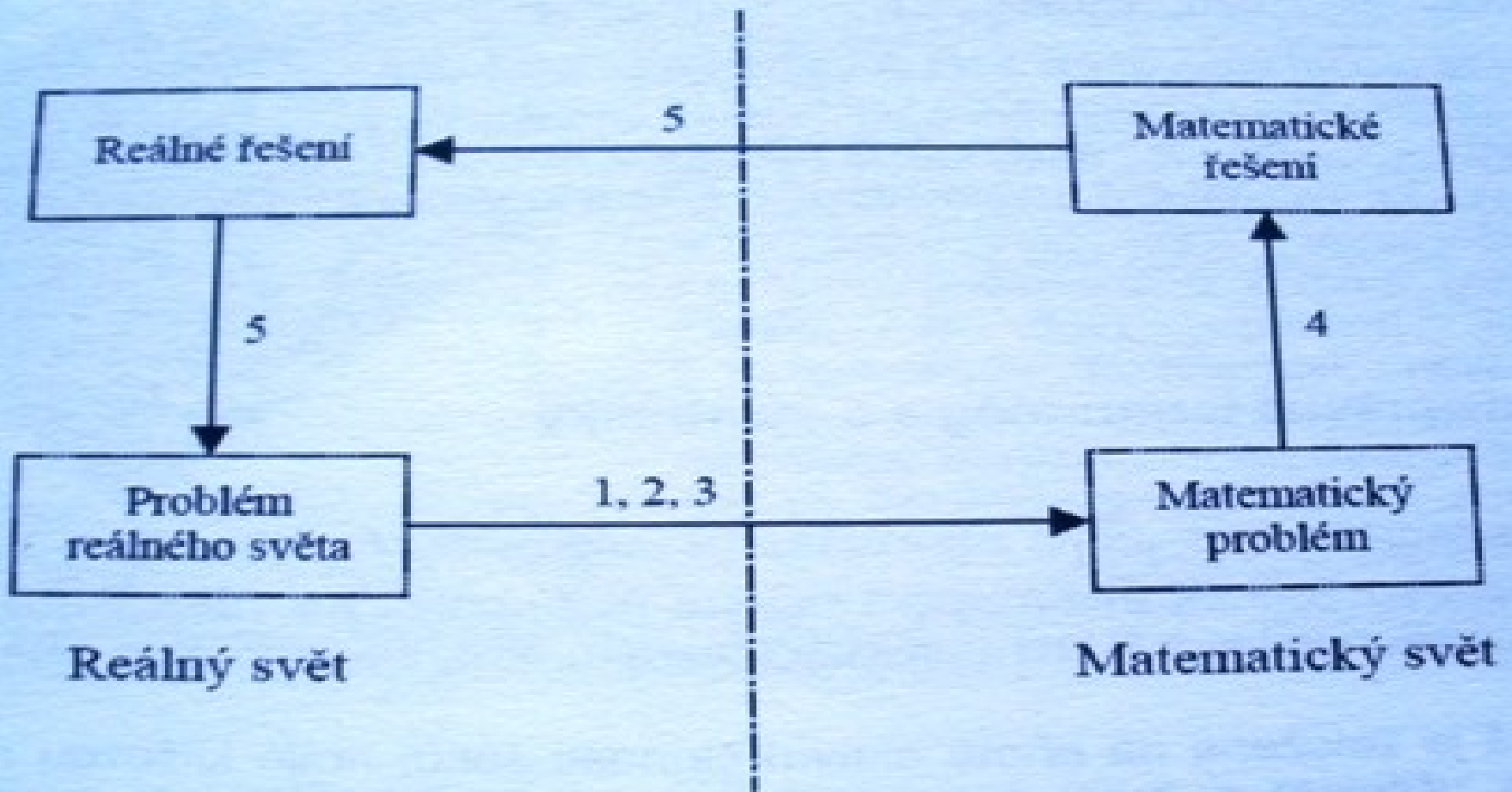
září 2013

Matematizace I:

- = proces, který žáci uplatňují při řešení problémů reálného života
- = schopnost žáků efektivně analyzovat, uvažovat a sdělovat myšlenky, když řeší matematické problémy a interpretují jejich řešení

- *Matematizace v pěti krocích:*
 - 1) přistoupení k reálnému problému
 - 2) uspořádání problému pomocí matematických pojmů a určení jeho matematické podstaty
 - 3) zobecnění a formalizace – převedení na matematický problém = matematický model reálné situace
 - 4) řešení matematického problému
 - 5) smysl matematického řešení a určení mezí jeho platnosti

Matematizace I



Obr. 1: Cyklus matematizace [12]

Problém matematizace?

- Chápeme-li matematizaci ve **výše uvedeném smyslu** (**matematizace I**) a ve vztahu k uplatnění matematiky v rozmanitých elementárních situacích každodenního života (jakožto projevy matematické gramotnosti), nemůže vyvolávat **žádné** výrazné **problémy**, neboť zde není redukce a převod na matematický model na škodu, nýbrž k užitku. (Problémem se zde stává spíše nedostatek oné matematické gramotnosti.)

Problém matematizace?

- Je-li však cyklus matematizace pochopen jako základní schéma lidského poznání vůbec (**matematizace II**), které může být, je, anebo dokonce musí být uplatněno vždy a všude (tj. je třeba matematizovat nejen prostor a čas, resp. **prostorčas**, ale i další entity) – takový přístup musí nutně vyvolávat mnoho otázek a vzbuzovat řadu pochybností, tj. **stává se problémem.**

Předběžná poznámka

- Matematizace II – většinou bývá charakterizována jako **třístupňový proces**:
- **I. stupeň** = formulační, tj. jevy z kontextu přirozeného světa jsou vyjádřeny v řeči matematiky (např. v řeči rovnic)
- **II. stupeň** = řešení matematické, tj. řešení rovnic jakožto matematických objektů (očištěných od fyzikálního kontextu) dávající nové důsledky
- **III. stupeň** = generalizace a extrapolace důsledků plynoucích z matematických struktur

Nástup matematizace – počátek novověku

(krátká expozice)

- **Galileo Galilei:**
Il Saggiatore 1623
- ***...egli e scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangli, cerchi, ed altre figure geometriche.....***
- **Galileo Galilei:**
Ten, kdo váží zlato 1623
- ***.../kniha přírody/ je psána jazykem matematiky, jehož písmeny jsou trojúhelníky, kruhy a jiné geometrické útvary***

Co to znamená?

- Klasický geometrický prostor se stal prostorem reálného světa. **Geometrie** přestala být čistým ideálním věděním (věděním o ideálním světě – tak bylo toto vědění chápáno ve starověkém Řecku), stala se přímo **věděním (vědou) o reálném světě, tj. vědou přírodní.**
- **Do reálného světa vstoupily ideální geometrické objekty – body, přímky, kružnice atd.** Ne vždy jako reálné objekty, ale přinejmenším jako místa v reálném prostoru.

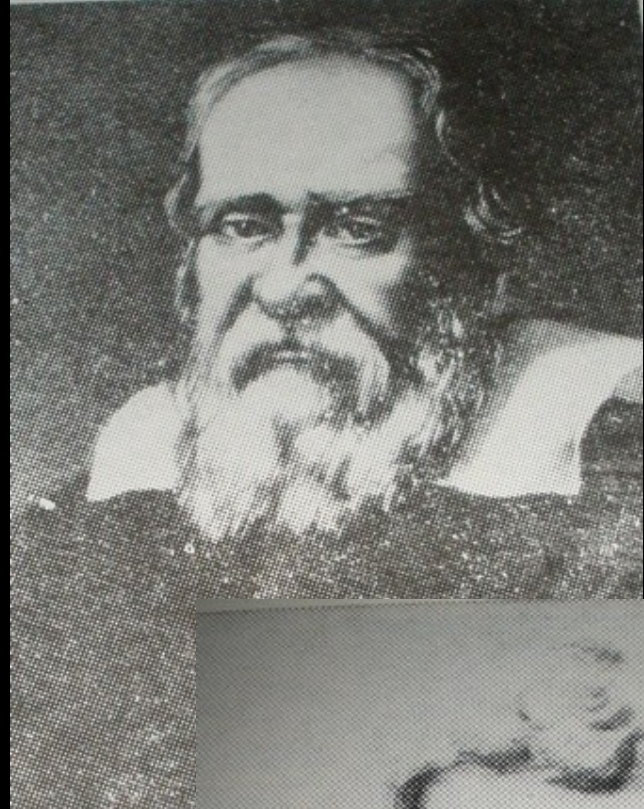
Johannes Kepler — pokračovatel Galileiho vyjádřil tuto
proměnu ještě lapidárněji:

Ubi natura, ibi geometria.

(Kde je příroda, tam je geometrie.)

Isaac Newton – završitel první fázi procesu matematizace

- Joseph-Louis Lagrange o Newtonovi prohlásil: *Newton byl nejen největším, ale také nejšťastnějším mezi všemi učiteli, neboť věda o světě, v němž žijeme, může být jen jednou vytvořena, a Newton ji vytvořil.*
- Newton rázně provedl osudový krok – **vložil reálný svět do klasického eukleidovského geometrického prostoru a doplnil ho o další ideality, jako ideální hmotu a její hustotu, pohyb, síly atd.**
- Geometrie se stala vědou o reálném světě. Do jeho poznání byla posléze zapojena veškerá matematika, včetně infinitesimálního počtu a pravděpodobnostního kalkulu.



Problém matematizace –

Kdy to všechno začalo, aneb delší expozice:

- Historici vědy i vědci samotní se vcelku shodují na tom, že chronologicky i věcně byla rozhodujícím obdobím následující etapa rozvoje lidského vědění:
- **Vznik a rozvoj matematizující přírodovědy na počátku novověku – tj. během 16. a 17. století**
- **Základní vývojová linie:
Koperník-Galilei-Kepler-Newton**

Důležitá doplňující poznámka:

Filosofické reflexe:

- **E. Husserl:** *Krise evropských věd a transcendentální fenomenologie*
- Jedna z pronikavých analýz problému matematizace.

Základní téma:

- Problém vztahu mezi vědou a tzv. přirozeným světem.
- reakce na velice rychlý a dynamický rozvoj matematizovaných disciplín, zejména fyziky.
- Reakce na snahu uplatnit v maximální míře scientistní přístup.

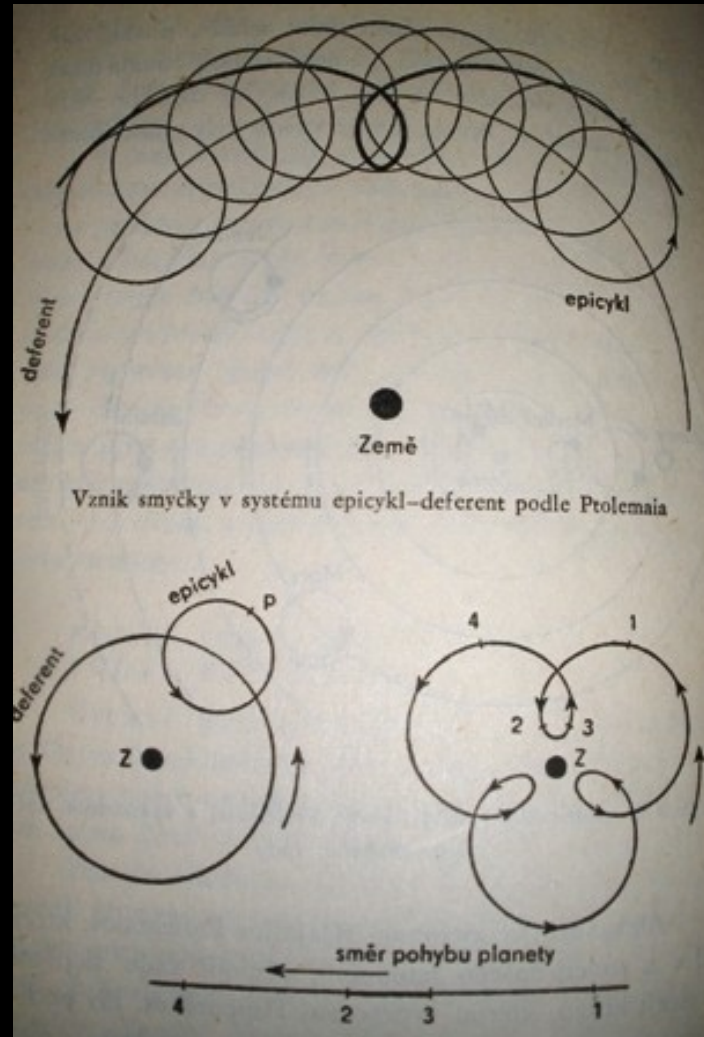
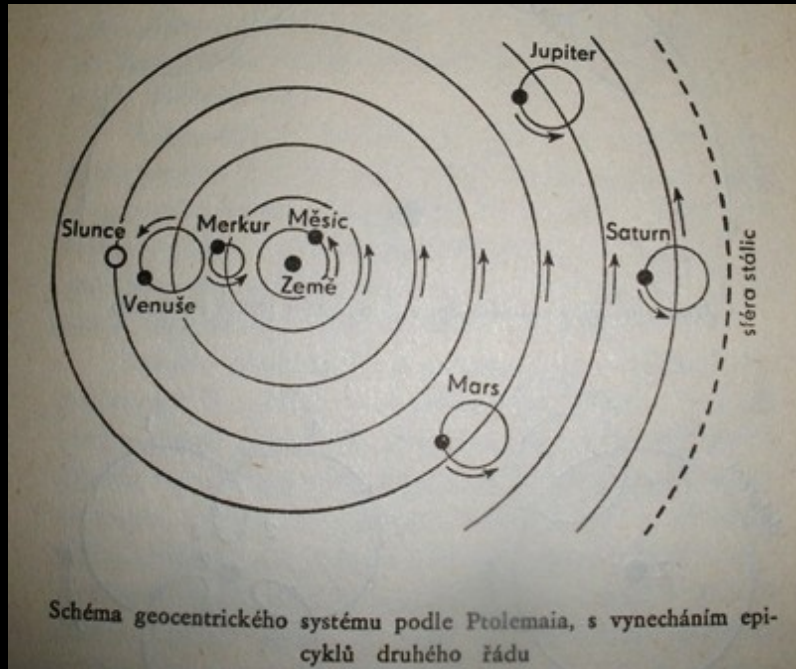
Pro případné zájemce:

- I v našich končinách jsou filosofové, matematici, fyzici apod., kteří se těmito otázkám intenzivně věnují:
- Například **Petr Vopěnka** (poslední práce z letošního roku *Hádání v hospodě /27 filosofických disputací/*), **Jiří Fiala**, **Ladislav Kvasz**, **B. Velický**, **A. Matoušek**, **K. Trlifajová** a řada dalších.
- Zajímavá publikace – *Spor o matematizaci světa* (eds. **P. Kůrka**, **A. Matoušek** aj.)

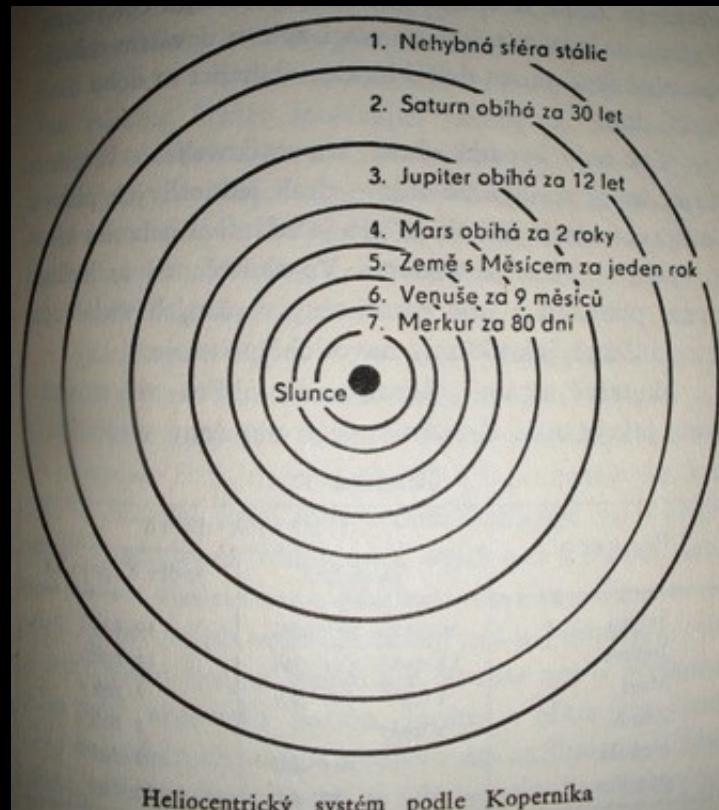
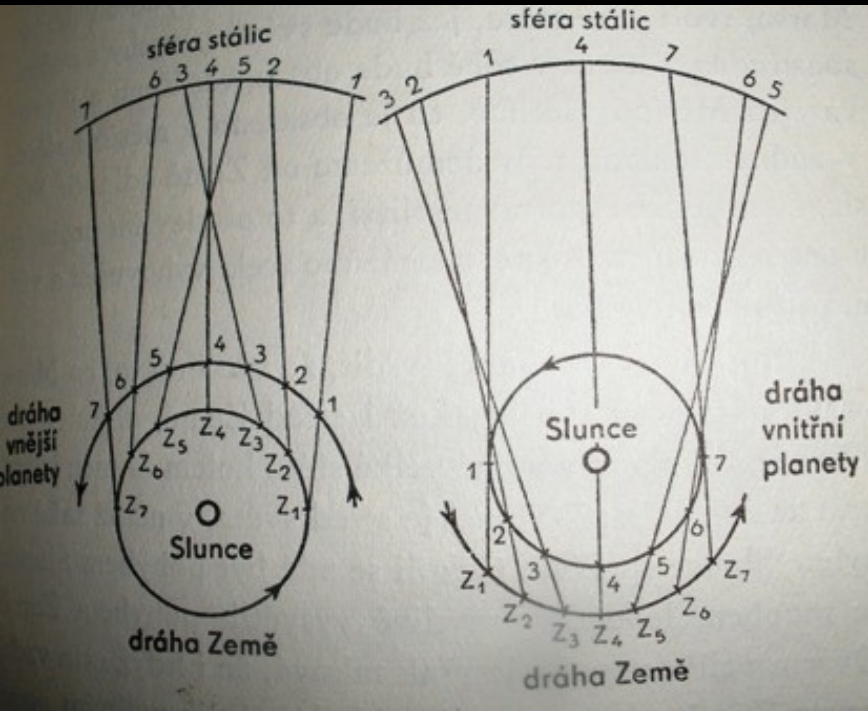
Mikuláš Koperník a počátky novověké vědy

- Je třeba si uvědomit vztah mezi „**fysikos**“ a „**mathematikos**“ v řecké tradici (Aristoteles ze Stageiry vs. Klaudios Ptolemaios).
- „**Fysikos**“ = vysvětluje přírodu a její uspořádání z vyšších příčin. **Snází se jí porozumět, pochopit, intuitivně proniknout k oněm příčinám, jež nemají bezprostředně vnímatelnou povahu.**
- „**Mathematikos**“ = má nalézt prostředky k takovému **výpočtu (=číselné charakteristice jevů), který bude souhlasit s pozorovanými jevy (sozein ta fainomena = salvare apparentia = zachránit jevy)** a nic dalšího z toho nevyvozovat. Ostatně matematika (geometrie) byla v zásadě vědou o idealitách.
(*Antická geometrie = vědění uloupené antickým bohům.*)

Klaudios Ptolemaios



Mikuláš Koperník



Koperníkův revoluční obrat

- Koperník nepoužil matematický aparát jako Ptolemaios (**Megalé syntaxis matematiké /Μεγαλέ Σύνταξις Μαθηματική/ = Velká matematická skladba**, tj. účelný a užitečný matematický /geometrický/ nástroj, nikoli pravda o přírodních dějích.)
- Koperník chce matematicky **popsat reálné fyzikální, resp. astronomické procesy.**
- **Matematický aparát má vypovídat pravdu o světě samém.**

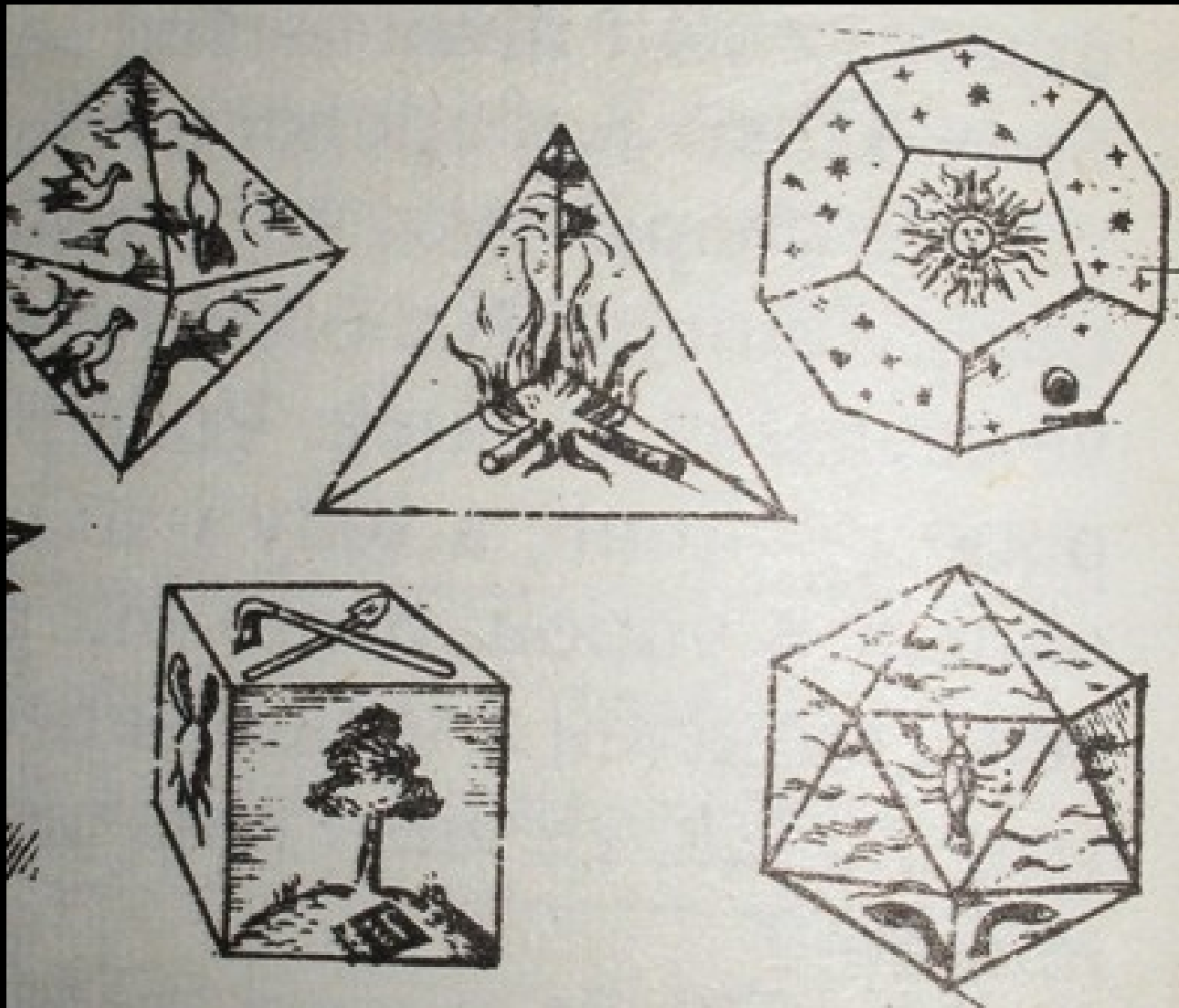
Vložená poznámka

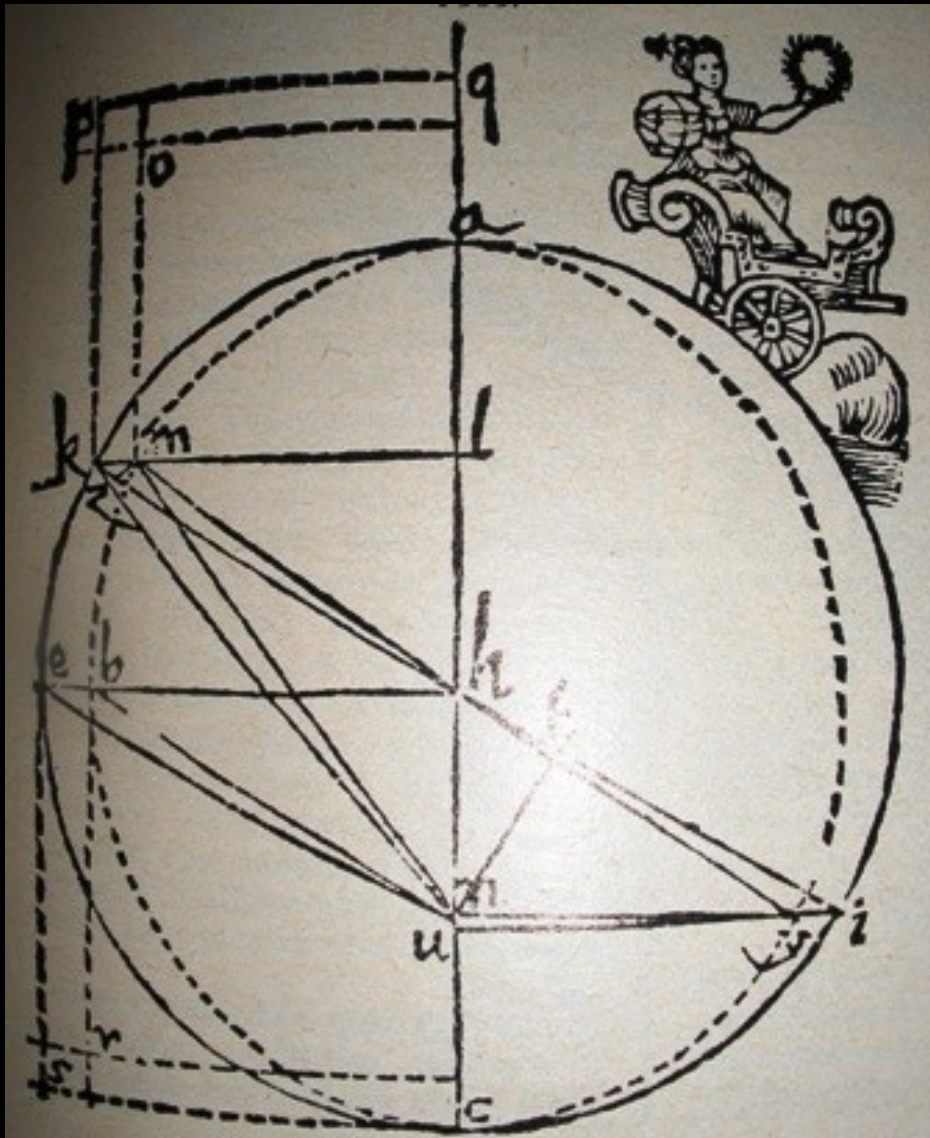
- Koperníkovi se to však **nepodařilo** zcela. Uplatnění matematického aparátu k výkladu pohybu nebeských těles se z Koperníkových předpokladů (zejména předpokladu kruhové oběžné dráhy) nemohlo podařit. Musel proto v jistých směrech postupovat podobně jako Ptolemaios.

Johannes Kepler

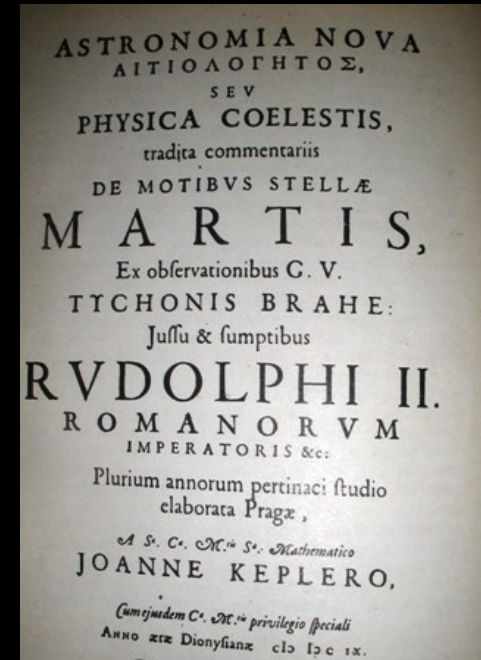
- Základní Koperníkovu intenci začal naplňovat Johannes Kepler.
- K nalezení principů, podle kterých je organizována příroda (oběh nebeských těles), už použil jednoznačně **ideu matematické dokonalosti** (elegance). Podařilo se mu tak nalézt harmonii a symetrii, kterou nebylo možno induktivně odhalit z pouhé observace.
 - Nejprve se pokusil využít staré **platónské ideje matematické (geometrické) struktury universa**.
 - Později už použil čistě geometrické konstrukce, kterou ovšem považoval za konstrukci samotného reálného světa.
 - Tak vznikají Keplerovy zákony postavené na myšlence eliptické dráhy nebeských těles.
 - **Matematická teorie** (teorie kuželoseček) umožnila fyzikální výklad planetárního systému.

Dokonalá (platónská) tělesa - základní geometrické tvary v universu





Zobrazení oběžné dráhy
z Keplerova spisu
Astronomia nova.



Galileo Galilei

- Ukažme na známém příkladu volného pádu, v jakém smyslu mění Galileo svůj pohled na fyzikální skutečnost proti běžné zkušenosti. Jeho přístup překračuje do té doby používanou matematizaci v tom smyslu, že za základní prostředek poznání reálného světa začne považovat **myšlenkový experiment**.
- **„*Mobile super planum horizontale projectum mente concipio omni secluso impedimento....*“**
- **„Myslím si v duchu pohyblivé těleso, které nemá žádnou překážku ve svém pohybu...“**
- To je „myšlené“ a nikoli skutečné těleso !!! Pro takové těleso platí například Galileio zákon volného pádu, který však v přírodě neplatí. (Zde v bezprostřední empirii platí Aristotelovy principy.)



- Legendární demonstrace, kterou snad provedli představitelé učené církevní společnosti, aby předvedli neplatnost Galileova principu volného pádu – pokusy s dělovými koulemi vrhanými ze šikmé věže zvonice v Pise.

Jeden z hlavních principů novověké vědy:

- Východiskem je nějaké určení nikoli přírodního empirického, nýbrž **ideálního tělesa** – tím je vytyčen půdorys, který je **mathématem** – tj. předem určeným rozvrhem, skrze který poznáváme věci. (**Mathésis** – zároveň nauka o tomto rozvrhu. Proto hledání univerzálního rozvrhu – **mathesis universalis**.)
- V tomto smyslu je prioritní **matematicno** = tj. onen **rozvrh ve smyslu reálného světa vloženého do klasického eukleidovského geometrického prostoru.**

Isaac Newton

- Dokončil základní myšlenkové procesy Keplerovy a Galileiho.
- Proces přechodu od slovního popisu k matematizaci.
- B. Kanitscheider: cit. dílo, str.117
- „ (Newtonem provedené) ***Rozšíření zákonů gravitace na všechna materiální tělesa se stalo nástrojem nesmírné účinnosti, neboť bylo možno pojednat pohyby ve vesmíru matematicky.***“

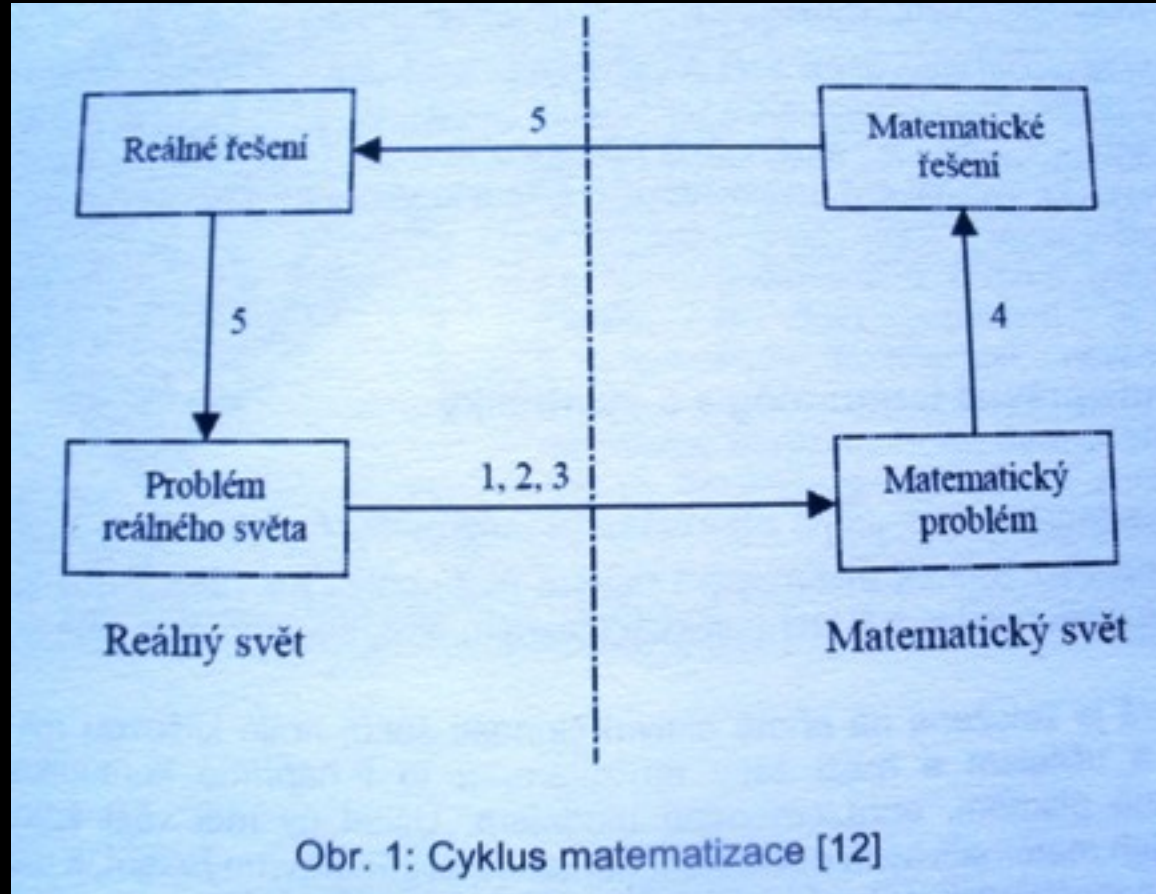
Co to znamenalo?

- Matematický aparát je už přímo užíván k rozkrývání přírodních struktur a zákonitostí jejich pohybu.
- I. Kant: „**V každé teorii o přírodě je tolik vědy, kolik je v ní matematiky.**“ (Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaften /Vorrede/ 1786)
- A to přesto, že matematický aparát v sobě skrývá mnohé nejasněné předpoklady – kupříkladu nekonečně malé veličiny v infinitesimálním počtu.

K čemu vlastně došlo?

- Během 17. a 18. století se proti sobě postavily dvě linie vědy:
- A) **vědy tzv. chápající (intuitivní)** – pokračování řecké tradice Pythagory a jiných – Descartes, Huyghens, Leibniz
- B) **vědy tzv. matematické (kontraintuitivní)** – nová přírodověda – Galilei, Kepler, Newton, d'Alembert aj.
- **Výsledkem jejich střetu bylo, že intuitivní vědy se staly nepřesvědčivými (obsahovaly kontradikce), kdežto matematizující vědy slavily triumf.**

Znovu připomeňme schema matematizace I



Postupná matematizace věd

- **Plná matematizace:** teoretická fyzika, astrofyzika, fyzika elementárních částic
- **Dílčí matematizace:** meteorologie, geologie, geofyzika, fyzikální krystalografie, fyzikální chemie
- **pokusy o matematizaci:** biologie, ekonomie, sociologie, ?

Max Tegmark

(citováno dle *Spor o matematizaci světa*, str.33 a 43)

- ***„Věříte-li ve vnější realitu nezávislou na člověku, pak musíte také věřit v to, co nazývám hypotézou matematického universa: že naše fyzická realita je matematická struktura. Jinými slovy, žijeme v gigantickém matematickém objektu ... Všechno v našem světě je čistě matematické – včetně vás.“***
- Dokonce ve vztahu k úvahám o povaze světa vyslovuje kategorický požadavek:
„Shut up and calculate!“

Malý komentář

- Co lze „vypočítat“?
 - **co se může stát**
 - **co se stane nutně**
 - **co se nemůže stát**
 - **co se nutně nestane**

Avšak další otázky po předpokladech a smyslu vždy tyto výpočty přesahují!

Stejně tak silná jsou opoziční stanoviska:

- Typické stanovisko:
- Tzv. exaktní (přírodní) vědy snad lze úspěšně matematizovat. Avšak i v oblasti biologie není situace nijak snadná.
- *„Je jen jedna věc , která je nepochopitelnější než nepochopitelná efektivnost matematiky ve fyzice, a to je nepochopitelná neefektivnost matematiky v biologii.“*
- (výrok matematika Israela Gelfanda, cit. dle *Spor o matematizaci světa*, str. 30)

- V oblasti tzv. společenských věd (ekonomie, sociologie, politologie apod.) je pak namítáno, že je **předmět zkoumání natolik složitý fenomén, že nelze dosáhnout dokonale přesného popisu či zachycení, a proto také není možno „matematizovat“.**

Umělá inteligence



Stuart Russell

Jako člověk

Praha: Argo, 2021

Vložený snímek
E.H.

Závěr:

- Z mého hlediska je matematizace problémem v tom smyslu, je-li považována za nástroj umožňující dosahovat jednoznačného a bezpečného poznání ve všech oblastech lidského vědění.
- Přikláním se k názoru L. Kvasze, který říká (cit. dle *Mysl, intelligence, život*, 2012, str.108):
- **Smyslem matematizace není v první řadě poskytnout jednoznačné poznání. To je vedlejší produkt. Smyslem je v první řadě odhalit kontradikce v našem intuitivním, konceptuálním porozumění. Toto poznání nemůže být matematizací nahrazeno, ale může být účinným nástrojem jeho kritického posouzení.**

Můj dodatek:

- 1) Pěstujme a obstarávejme matematizaci I, neboť ta náramně přispívá k obecné kultivaci myšlení.
- 2) V případě matematizace II ji v oblasti poznávání našeho světa pomocí vědeckých metod a postupů používejme, případně na ni spoléhejme jako na účinný nástroj, ale nestavme ji na piedestal nezpochybnitelnosti, neboť i ona má své předpoklady a hlubší problematické jádro, které by mělo být vždy zohledňováno.

Děkuji za pozornost.