

## LU rozklad, řešení soustav rovnic LU rozkladem

1. Je dána matice

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rozložte tuto matici na součin dolní a horní trojúhelníkové matice ( $LU$  rozklad).

2. Je dána matice

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

a) rozložte tuto matici na součin dolní a horní trojúhelníkové matice ( $LU$  rozklad)

b) využijte  $LU$  rozkladu k řešení soustavy:

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 &= 5 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 0 \\ 2x_2 + 5x_3 &= 0 \end{aligned}$$

3. Je dána matice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

a) rozložte tuto matici na součin dolní a horní trojúhelníkové matice ( $LU$  rozklad)

b) využijte  $LU$  rozkladu k řešení soustavy:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 - 2x_3 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ -x_1 + 2x_3 &= -1 \end{aligned}$$

4. Je dána matice

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 3 & -8 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

a) rozložte tuto matici na součin dolní a horní trojúhelníkové matice ( $LU$  rozklad)

b) využijte  $LU$  rozkladu k řešení soustavy:

$$\begin{aligned} -x_1 + 3x_2 &= 2 \\ 3x_1 - 8x_2 + 3x_3 &= 4 \\ 3x_2 + x_3 &= 14 \end{aligned}$$

c) využijte  $LU$  rozkladu k řešení soustavy:

$$\begin{aligned} -x_1 + 3x_2 &= 1 \\ 3x_1 - 8x_2 + 3x_3 &= 2 \\ 3x_2 + x_3 &= -1 \end{aligned}$$

5. Pomocí  $LU$  rozkladu vyřešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 9 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 &= 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$$

6. Pomocí  $LU$  rozkladu nalezněte inverzní matici k matici  $A$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

## Výsledky

$$1. LU = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$2. a) LU = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$b) [x_1, x_2, x_3] = [95, 50, -20]$$

$$3. a) LU = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix},$$

$$b) [x_1, x_2, x_3] = \left[\frac{3}{5}, 0, -\frac{1}{5}\right]$$

$$4. a) LU = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -8 \end{bmatrix},$$

$$b) [x_1, x_2, x_3] = [10, 4, 2],$$

$$c) [x_1, x_2, x_3] = [-4, -1, 2]$$

$$5. LU = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}, [x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 2],$$

$$6. A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -2 \\ -7 & -4 & 3 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$