

Kapitola:**1 ZÁKLADNÍ POJMY Z TEORIE MNOŽIN**

Ve vstupní kapitole si připomeneme základní množinové pojmy, jejichž znalost je potřebná při dalším studiu. Tyto pojmy jsou většinou dobře známé ze střední školy.

Modul:**1.1 Operace s množinami**

Cílem tohoto modulu je:

- zopakovat si základní množinové operace.

Učební jednotka:**1.1.1 Operace s množinami****Definice.**

Nechť A, B jsou množiny.

- Jestliže pro každý prvek $x \in A$ platí $x \in B$, říkáme, že množina A je **podmnožinou** B a píšeme $A \subset B$.
- Jestliže platí současně $A \subset B$ a $B \subset A$, píšeme $A = B$ a říkáme, že množiny A a B jsou si **rovné**.
- Průnik** množin A, B je množina $A \cap B = \{x \in A \text{ a zároveň } x \in B\}$.
- Sjednocení** množin A, B je množina $A \cup B = \{x \in A \text{ nebo } x \in B\}$.
- Rozdíl** množin A, B je množina $A - B = \{x \in A \text{ a zároveň } x \notin B\}$.

Příklad 1.

Jsou dány množiny $a = \{1,2,3,4,5,6\}$, $B = \{2,4,6,8\}$. Pro tyto množiny je

$$A \cap B = \{2,4,6\}$$

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,8\}$$

$$A - B = \{1,3,5\}$$

$$B - A = \{8\}.$$

Úloha 1.

Pro množiny $X = \{x, y, z\}$ a $Y = \{u, v, w, x, y\}$ určete množiny $X \cap Y$, $X \cup Y$, $Y \cap X$, $Y \cap X$, $X - Y$, $Y - X$.

Řešení: Platí

$$X \cap Y = \{x, y\} = Y \cap X,$$

$$X \cup Y = \{u, v, w, x, y\} = Y \cup X,$$

$$X - Y = \{z\},$$

$$Y - X = \{u, v, w\}.$$

Modul:	1.2 Zobrazení
---------------	----------------------

Cílem tohoto modulu je

- seznámit se s pojmy kartézského součinu, binární relace a zobrazení.

Učební jednotka:	1.2.1 Zobrazení
-------------------------	------------------------

Příklad 2.

Uvažujme množiny $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2\}$. Kartézským součinem množin A, B je množina

$$A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}.$$

Množina $R_1 = \{(b, 1), (c, 1), (c, 2)\}$ je jednou z mnoha (přesně ze 64) možných binárních relací z množiny A do množiny B. Tato množina R_1 není zobrazení z množiny A do množiny B, neboť prvku $c \in A$ jsou přiřazeny dva prvky množiny B.

Binární relace $R_2 = \{(b, 1), (c, 1)\}$ je zobrazení z množiny A do množiny B.

Binární relace $R_3 = \{(b, 1), (c, 2)\}$ je zobrazení z množiny A na množinu B.

Binární relace $R_4 = \{(a, 1), (b, 1), (c, 1)\}$ je zobrazení z množiny A do množiny B.

Binární relace $R_5 = \{(a, 1), (b, 2), (c, 1)\}$ je zobrazení z množiny A na množinu B.

Úloha 2.

Jsou dány množiny $X = \{x, u\}$ a $Y = \{y, v\}$.

- Vytvořte kartézský součin $X \times Y$.
- Sestrojte všechny dvouprvkové binární relace z množiny X do množiny Y.

- c) Které z vytvořených binárních relací jsou zobrazení a jaký je jejich typ?
- d) Uveďte binární relace z množiny X do množiny Y, které jsou zobrazením z množiny X na množinu Y, ale nejsou zobrazením množiny X na množinu Y.

Řešení:

- a) $X \times Y = \{(x, y), (x, v), (u, y), (u, v)\}$,
- b) $R_1 = \{(x, y), (x, v)\}$, $R_2 = \{(x, y), (u, y)\}$, $R_3 = \{(x, y), (u, v)\}$, $R_4 = \{(x, v), (u, y)\}$,
 $R_5 = \{(x, v), (u, v)\}$, $R_6 = \{(u, y), (u, v)\}$.
- c) R_3, R_4 jsou zobrazení množiny X na množinu Y, R_2, R_5 jsou zobrazení množiny X do množiny Y, R_1, R_6 nejsou zobrazení.
- d) Jsou to binární relace $R_7 = \{(x, y), (x, v)\}$ a $R_8 = \{(u, y), (u, v)\}$.

TEST 1

A. Teoretická část

Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá.

1. Každé dvě množiny mající stejný počet prvků jsou si rovny.
2. Průnik dvou množin má vždy méně prvků než jejich sjednocení.
3. Kartézský součin můžeme považovat za binární relaci.
4. Množina přirozených čísel je podmnožinou množiny celých čísel.
5. Pro každé dvě množiny A, B platí $A - B = B - A$.
6. Pro každé dvě množiny A, B platí $A \cap B = B \cap A$.
7. Pro každé dvě množiny A, B platí $A \cup B = B \cup A$.
8. Každé zobrazení množiny A na množinu B je zobrazením množiny A do množiny B.
9. Kartézský součin množin $A = \{(a, b, c)\}$, $B = \{d, e\}$ má pět prvků.
10. Platí $A \cap \emptyset = A$.

B. Praktická část

1. Pro množiny $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{d, e, f\}$ sestrojte množiny
 - a) $A \cap B$
 - b) $B \cap A$

- c) $A \cup B$
- d) $B \cup A$
- e) $A - B$
- f) $B - A$
- g) $A \times B$
- h) $B \times A$

Správné odpovědi

A. 1. ne; 2. ne; 3. ano; 4. ano; 5. ne; 6. ano; 7. ano; 8. ano; 9. ne; 10. ne.

B. 1. a) $A \cap B = \{d\}$

b) $B \cap A = \{d\}$

c) $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$

d) $B \cup A = \{a, b, c, d, e, f\}$

e) $A - B = \{a, b, c\}$

f) $B - A = \{e, f\}$

g) $A \times B = \{(a, d), (a, e), (a, f), (b, d), (b, e), (b, f), (c, d), (c, e), (c, f), (d, d), (d, e), (d, f)\}$

i) $B \times A = \{(a, d), (a, e), (a, f), (b, d), (b, e), (b, f), (c, d), (c, e), (c, f), (d, d), (d, e), (d, f)\}$

DODATKY KE KAPITOLE 1

Klíčová slova

Operace s množinami, kartézský součin, binární relace, zobrazení.