Derivace

Robert Mařík

26. září 2008

Obsah

Derivujte $y = \dfrac{x}{x^2 + 1}$.

Derivujte $y = \dfrac{x}{x^2+1}$.

$$y' = \frac{(x)' \cdot (x^2+1) - x \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$$

- Funkce je ve tvaru podílu.
- Užijeme pravidlo $\boxed{\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}}$.

Derivujte $y = \dfrac{x}{x^2+1}$.

$$y' = \frac{(x)' \cdot (x^2+1) - x \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{1 \cdot (x^2+1) - x \cdot (2x+0)}{(x^2+1)^2}$$

- $x' = 1$ podle derivace mocninné funkce.
- $(x^2+1)' = (x^2)' + (1)' = 2x + 0 = 2x$ podle derivace součtu a derivace mocninné funkce.

Derivujte $y = \dfrac{x}{x^2+1}$.

$$y' = \frac{(x)' \cdot (x^2+1) - x \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{1 \cdot (x^2+1) - x \cdot (2x+0)}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

Roznásobíme závorky a upravíme čitatele. Hotovo!

Derivujte $y = \dfrac{1 - x^3}{x^2}$

Derivujte $y = \dfrac{1 - x^3}{x^2}$

$$y' = \frac{(1 - x^3)' \cdot x^2 - (1 - x^3) \cdot (x^2)'}{(x^2)^2}$$

- Funkce je ve tvaru podílu.
- Užijeme pravidlo $\boxed{\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}}$.

Derivujte $y = \dfrac{1 - x^3}{x^2}$

$$y' = \frac{(1 - x^3)' \cdot x^2 - (1 - x^3) \cdot (x^2)'}{(x^2)^2}$$

$$= \frac{(0 - 3x^2) \cdot x^2 - (1 - x^3) \cdot 2x}{(x^2)^2}$$

- Výraz $(1 - x^3)'$ derivujeme jako součet.
- Výrazy x^2 a x^3 derivujeme jako mocninné funkce.

Derivujte $y = \dfrac{1 - x^3}{x^2}$

$$y' = \frac{(1 - x^3)' \cdot x^2 - (1 - x^3) \cdot (x^2)'}{(x^2)^2}$$

$$= \frac{(0 - 3x^2) \cdot x^2 - (1 - x^3) \cdot 2x}{(x^2)^2}$$

$$= \frac{-3x^4 - 2x + 2x^4}{x^4}$$

Roznásobíme.

Derivujte $y = \dfrac{1-x^3}{x^2}$

$$y' = \frac{(1-x^3)' \cdot x^2 - (1-x^3)\cdot (x^2)'}{(x^2)^2}$$

$$= \frac{(0-3x^2)\cdot x^2 - (1-x^3)\cdot 2x}{(x^2)^2}$$

$$= \frac{-3x^4 - 2x + 2x^4}{x^4} = -\frac{2+x^3}{x^3}$$

Upravíme (sečteme v čitateli, vytkneme $(-x)$ a zkrátíme). Hotovo!

Derivujte $y = x \ln^2 x$.

Derivujte $y = x \ln^2 x$.

$$y' = (x \ln^2 x)' = (x)' \cdot \ln^2 x + x \cdot (\ln^2 x)'$$

Derivujeme jako součin $(uv)'$, kde $u = x$ a $v = \ln^2 x$.

$$\boxed{(uv)' = u'v + uv'}$$

Derivujte $y = x \ln^2 x$.

$$y' = (\, x \;\ln^2 x\,)' = (x)' \cdot \ln^2 x + x \cdot (\ln^2 x)'$$

$$= 1 \cdot \ln^2 x$$

Derivace funkce x je vzorec.

Derivujte $y = x\ln^2 x$.

$$y' = (x \ln^2 x)' = (x)' \cdot \ln^2 x + x \cdot (\ln^2 x)'$$

$$= 1 \cdot \ln^2 x + x \cdot 2\ln x \cdot (\ln x)'$$

- Funkce $\ln^2 x$ je složená, jedná se o funkci $(\ln x)^2$.
- Vnější složka je druhá mocnina, vnitřní je logaritmus.
- Pro derivaci složené funkce užijeme řetězové pravidlo

$$\boxed{[f(g(x))]' = f'(g(x))g'(x)} \qquad \boxed{(g^2(x))' = 2g(x)g'(x)}.$$

Derivujte $y = x \ln^2 x$.

$$y' = (x \ln^2 x)' = (x)' \cdot \ln^2 x + x \cdot (\ln^2 x)'$$

$$= 1 \cdot \ln^2 x + x \cdot 2 \ln x \cdot (\ln x)'$$

$$= \ln^2 x + x\, 2 \ln x\, \frac{1}{x}$$

Derivace logaritmu je tabelována.

Derivujte $y = x \ln^2 x$.

$$y' = (x \ \ln^2 x)' = (x)' \cdot \ln^2 x + x \cdot (\ln^2 x)'$$

$$= 1 \cdot \ln^2 x + x \cdot 2 \ln x \cdot (\ln x)'$$

$$= \ln^2 x + x \, 2 \ln x \, \frac{1}{x}$$

$$= (2 + \ln x) \ln x$$

$x\dfrac{1}{x} = 1$ a vytkneme $\ln x$. Hotovo!

Derivujte $y = (x^2 + 3x)e^{-2x}$

Derivujte $y = (x^2 + 3x)e^{-2x}$

$$y' = \left(x^2 + 3x\right)' \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot \left(e^{-2x}\right)'$$

Derivujeme součin funkce $\boxed{u = x^2 + 3x}$ a $\boxed{v = e^{-2x}}$.

$$\boxed{(uv)' = u'v + uv'}$$

Derivujte $y = (x^2 + 3x)e^{-2x}$

$$y' = \left(x^2 + 3x\right)' \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot \left(e^{-2x}\right)'$$

$$= \left((x^2)' + 3(x)'\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x}(-2x)'$$

Derivujeme součet. Užijeme pravidlo pro derivaci součtu a pravidlo pro derivaci násobku konstantou.

Derivujte $y = (x^2 + 3x)e^{-2x}$

$$y' = \left(x^2 + 3x\right)' \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot \left(e^{-2x}\right)'$$
$$= \left((x^2)' + 3(x)'\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x}(-2x)'$$

- Derivujeme složenou funkci e^{-2x}.
- Vnější složka je exponenciální funkce a ta se při derivaci nemění.
- $\boxed{(e^{f(x)})' = e^{f(x)} f'(x)}$
- Vnitřní složka je $-2x$.

Derivujte $y = (x^2 + 3x)e^{-2x}$

$$y' = \left(x^2 + 3x\right)' \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot \left(e^{-2x}\right)'$$

$$= \left((x^2)' + 3(x)'\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x}(-2x)'$$

$$= \left(2x + 3 \cdot 1\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x} \cdot (-2) \cdot (x)'$$

Derivace funkcí x^2 a x jsou tabelovány.

Derivujte $y = (x^2 + 3x)e^{-2x}$

$$y' = \left(x^2 + 3x\right)' \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot \left(e^{-2x}\right)'$$
$$= \left((x^2)' + 3(x)'\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x}(-2x)'$$
$$= \left(2x + 3 \cdot 1\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x} \cdot (-2) \cdot (x)'$$

Derivace funkce $(-2x)$ může být vypočítána podle derivace násobku . . .

Derivujte $y = (x^2 + 3x)e^{-2x}$

$$\begin{aligned} y' &= \left(x^2 + 3x\right)' \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot \left(e^{-2x}\right)' \\ &= \left((x^2)' + 3(x)'\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x}(-2x)' \\ &= \left(2x + 3 \cdot 1\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x} \cdot (-2) \cdot (x)' \\ &= \left(2x + 3\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x} \cdot (-2) \cdot 1 \end{aligned}$$

… a derivace mocninné funkce ($x = x^1$ a tedy $x' = 1x^0 = 1$).

Derivujte $y = (x^2 + 3x)e^{-2x}$

$$
\begin{aligned}
y' &= \left(x^2 + 3x\right)' \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot \left(e^{-2x}\right)' \\
&= \left((x^2)' + 3(x)'\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x}(-2x)' \\
&= \left(2x + 3 \cdot 1\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x} \cdot (-2) \cdot (x)' \\
&= \left(2x + 3\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x} \cdot (-2) \cdot 1 \\
&= \left(2x + 3 + (-2)(x^2 + 3x)\right)e^{-2x}
\end{aligned}
$$

Vytkneme e^{-2x}.

Derivujte $y = (x^2 + 3x)e^{-2x}$

$$
\begin{aligned}
y' &= \left(x^2 + 3x\right)' \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot \left(e^{-2x}\right)' \\
&= \left((x^2)' + 3(x)'\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x}(-2x)' \\
&= \left(2x + 3 \cdot 1\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x} \cdot (-2) \cdot (x)' \\
&= \left(2x + 3\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x} \cdot (-2) \cdot 1 \\
&= \left(2x + 3 + (-2)(x^2 + 3x)\right) e^{-2x} \\
&= \left(-2x^2 - 4x + 3\right) e^{-2x}
\end{aligned}
$$

Upravíme uvnitř závorky.

Derivujte $y = (x^2 + 3x)e^{-2x}$

$$
\begin{aligned}
y' &= \left(x^2 + 3x\right)' \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot \left(e^{-2x}\right)' \\
&= \left((x^2)' + 3(x)'\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x}(-2x)' \\
&= \left(2x + 3 \cdot 1\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x} \cdot (-2) \cdot (x)' \\
&= \left(2x + 3\right) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 3x) \cdot e^{-2x} \cdot (-2) \cdot 1 \\
&= \left(2x + 3 + (-2)(x^2 + 3x)\right) e^{-2x} \\
&= \left(-2x^2 - 4x + 3\right) e^{-2x} = -\left(2x^2 + 4x - 3\right) e^{-2x}
\end{aligned}
$$

Vytkneme. Hotovo!

Derivujte $y = \sqrt[3]{\dfrac{1+x^3}{1-x^3}}$.

Derivujte $y = \sqrt[3]{\dfrac{1+x^3}{1-x^3}}$.

$$y' = \frac{1}{3}\left(\frac{1+x^3}{1-x^3}\right)^{-2/3}$$

Třetí odmocninu bereme jako mocninu s exponentem $\dfrac{1}{3}$.
Derivujeme tedy jako mocninnou funkci.

Derivujte $y = \sqrt[3]{\dfrac{1+x^3}{1-x^3}}$.

$$y' = \frac{1}{3}\left(\frac{1+x^3}{1-x^3}\right)^{-2/3} \left(\frac{1+x^3}{1-x^3}\right)'$$

Výraz pod odmocninou je vnitřní funkce. Podle řetězového pravidla násobíme derivací vnitřní složky.

$$\left(\sqrt[3]{f(x)}\right)' = \frac{1}{3} f^{\frac{1}{3}-1}(x) f'(x)$$

Derivujte $y = \sqrt[3]{\dfrac{1+x^3}{1-x^3}}$.

$$y' = \frac{1}{3}\left(\frac{1+x^3}{1-x^3}\right)^{-2/3}\left(\frac{1+x^3}{1-x^3}\right)'$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1-x^3}{1+x^3}\right)^{2/3}\cdot\frac{(1+x^3)'(1-x^3)-(1+x^3)(1-x^3)'}{(1-x^3)^2}$$

Vnitřní složka je podíl. Užijeme pravidlo $\boxed{\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}}$.

Derivujte $y = \sqrt[3]{\dfrac{1+x^3}{1-x^3}}$.

$$y' = \frac{1}{3}\left(\frac{1+x^3}{1-x^3}\right)^{-2/3}\left(\frac{1+x^3}{1-x^3}\right)'$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1-x^3}{1+x^3}\right)^{2/3}\cdot\frac{(1+x^3)'(1-x^3)-(1+x^3)(1-x^3)'}{(1-x^3)^2}$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1-x^3}{1+x^3}\right)^{2/3}\frac{3x^2(1-x^3)-(1+x^3)(-3x^2)}{(1-x^3)^2}$$

Derivace v čitateli a jmenovateli je možno vypočítat jako derivace součtu (rozdílu) a mocninné funkce.

Derivujte $y = \sqrt[3]{\dfrac{1+x^3}{1-x^3}}$.

$$y' = \frac{1}{3}\left(\frac{1-x^3}{1+x^3}\right)^{2/3} \frac{3x^2(1-x^3)-(1+x^3)(-3x^2)}{(1-x^3)^2}$$

Tohle zatím máme.

Derivujte $y = \sqrt[3]{\dfrac{1+x^3}{1-x^3}}$.

$$y' = \frac{1}{3}\left(\frac{1-x^3}{1+x^3}\right)^{2/3} \frac{3x^2(1-x^3)-(1+x^3)(-3x^2)}{(1-x^3)^2}$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1-x^3}{1+x^3}\right)^{2/3} \frac{6x^2}{(1-x^3)^2}$$

Upravíme čitatel . . .

Derivujte $y = \sqrt[3]{\dfrac{1+x^3}{1-x^3}}$.

$$y' = \frac{1}{3}\left(\frac{1-x^3}{1+x^3}\right)^{2/3} \frac{3x^2(1-x^3)-(1+x^3)(-3x^2)}{(1-x^3)^2}$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1-x^3}{1+x^3}\right)^{2/3} \frac{6x^2}{(1-x^3)^2}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}} \cdot \frac{1-x^3}{1+x^3} \cdot \frac{2x^2}{(1-x^3)^2}$$

. . . a ještě více upravíme.

Derivujte $y = \sqrt[3]{\dfrac{1+x^3}{1-x^3}}$.

$$y' = \frac{1}{3}\left(\frac{1-x^3}{1+x^3}\right)^{2/3}\frac{3x^2(1-x^3)-(1+x^3)(-3x^2)}{(1-x^3)^2}$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1-x^3}{1+x^3}\right)^{2/3}\frac{6x^2}{(1-x^3)^2}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}\cdot\frac{1-x^3}{1+x^3}\cdot\frac{2x^2}{(1-x^3)^2} = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}\frac{2x^2}{1-x^6}$$

Hotovo!

Derivujte $y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$.

Derivujte $y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$.

$$y' = 2\frac{x-1}{x+1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)'$$

- Jedná se o druhou mocninu zlomku. Vnější složka, druhá mocnina, se derivuje jako mocninná funkce.
- Derivace vnitřní složky následuje (podle řetězového pravidla).

$$\boxed{(f^2(x))' = 2f(x)f'(x)}$$

Derivujte $y = \left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^2$.

$$y' = 2\frac{x-1}{x+1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)'$$
$$= 2\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{(x-1)'(x+1)-(x-1)(x+1)'}{(x+1)^2}$$

Derivace podílu:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}.$$

Derivujte $y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$.

$$y' = 2\frac{x-1}{x+1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)'$$

$$= 2\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{(x-1)'(x+1)-(x-1)(x+1)'}{(x+1)^2}$$

$$= 2\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{1.(x+1)-(x-1).1}{(x+1)^2}$$

Derivace čitatele a jmenovatele jsou již lehké.

Derivujte $y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$.

$$\begin{aligned} y' &= 2\frac{x-1}{x+1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)' \\ &= 2\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{(x-1)'(x+1)-(x-1)(x+1)'}{(x+1)^2} \\ &= 2\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{1.(x+1)-(x-1).1}{(x+1)^2} \\ &= 2\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{2}{(x+1)^2} \end{aligned}$$

Upravíme.

Derivujte $y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$.

$$\begin{aligned}
y' &= 2\frac{x-1}{x+1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)' \\
&= 2\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{(x-1)'(x+1)-(x-1)(x+1)'}{(x+1)^2} \\
&= 2\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{1.(x+1)-(x-1).1}{(x+1)^2} \\
&= 2\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{2}{(x+1)^2} = 4\frac{x-1}{(x+1)^3}
\end{aligned}$$

Vynásobíme. Hotovo!

Derivujte $y = x \ln(x^2 - 1)$.

Derivujte $y = x\ln(x^2 - 1)$.

$$y' = x'\ln(x^2 - 1) + x\Big(\ln(x^2 - 1)\Big)'$$

Derivace součinu

$$(uv)' = u'v + uv'$$

kde $u = x$ a $v = \ln(x^2 - 1)$.

Derivujte $y = x\ln(x^2 - 1)$.

$$y' = x'\ln(x^2-1) + x\Big(\ln(x^2-1)\Big)'$$
$$= 1\ln(x^2-1) + x\frac{1}{x^2-1}(x^2-1)'$$

- Derivace $u = x$ je lehká.
- Funkce $\ln(x^2 - 1)$ je složená s vnější složkou $\ln(\cdot)$ a vnitřní složkou $x^2 - 1$.

Derivujte $y = x\ln(x^2 - 1)$.

$$
\begin{aligned}
y' &= x'\ln(x^2 - 1) + x\Big(\ln(x^2 - 1)\Big)' \\
&= 1\ln(x^2 - 1) + x\frac{1}{x^2 - 1}(x^2 - 1)' \\
&= \ln(x^2 - 1) + x\frac{1}{x^2 - 1}2x
\end{aligned}
$$

$$(x^2 - 1)' = 2x - 0 = 2x$$

Derivujte $y = x\ln(x^2 - 1)$.

$$\begin{aligned} y' &= x'\ln(x^2-1) + x\Big(\ln(x^2-1)\Big)' \\ &= 1\ln(x^2-1) + x\frac{1}{x^2-1}(x^2-1)' \\ &= \ln(x^2-1) + x\frac{1}{x^2-1}2x \\ &= \ln(x^2-1) + \frac{2x^2}{x^2-1} \end{aligned}$$

Upravíme. Hotovo!

Derivujte $y = \dfrac{1}{4} \ln \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

Derivujte $y = \frac{1}{4} \ln \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

$$y' = \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 1)2x}{(x^2 + 1)^2}$$

Funkce je konstantní násobek logaritmické funkce.

Derivujte $y = \dfrac{1}{4} \ln \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

$$y' = \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{2x(x^2+1) - (x^2-1)2x}{(x^2+1)^2}$$

- Logaritmus je pouze vnější funkce. Vnitřní funkcí je zlomek.
- Derivujeme vnější složku podle pravidla $(\ln(x))' = \dfrac{1}{x}$ a podle řetězového pravidla.
- Platí $\boxed{(\ln f(x))' = \dfrac{1}{f(x)} f'(x)}$ a $\dfrac{1}{\frac{x^2-1}{x^2+1}} = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$.

Derivujte $y = \frac{1}{4} \ln \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

$$y' = \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 1)2x}{(x^2 + 1)^2}$$

Pokračujeme derivací vnitřní složky.

Derivujte $y = \frac{1}{4}\ln\frac{x^2-1}{x^2+1}$.

$$y' = \frac{1}{4}\cdot\frac{x^2+1}{x^2-1}\cdot\frac{2x(x^2+1)-(x^2-1)2x}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{1}{4}\cdot\frac{x^2+1}{x^2-1}\cdot\frac{4x}{(x^2+1)^2}$$

Upravíme čitatel druhého zlomku. Členy s x^3 se ruší a zůstane $4x$.

Derivujte $y = \dfrac{1}{4} \ln \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 1)2x}{(x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{4x}{(x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{x}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} \end{aligned}$$

Vynásobíme. Hotovo!

Derivujte $y = \sqrt{x+1} - \ln(1 + \sqrt{x+1})$.

Derivujte $y = \sqrt{x+1} - \ln(1+\sqrt{x+1})$.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot 1 - \frac{1}{1+\sqrt{x+1}} \left(0 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right)$$

$$(\sqrt{x})' = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

podle derivace mocninné funkce. Toto musíme spojit s řetězovým pravidlem

$$(\sqrt{x+1})' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot 1 = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

Derivujte $y = \sqrt{x+1} - \ln(1+\sqrt{x+1})$.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot 1 - \frac{1}{1+\sqrt{x+1}} \left(0 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \left(1 - \frac{1}{1+\sqrt{x+1}}\right)$$

Vytkneme $\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$.

Derivujte $y = \sqrt{x+1} - \ln(1+\sqrt{x+1})$.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot 1 - \frac{1}{1+\sqrt{x+1}}\left(0 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x+1}}\left(1 - \frac{1}{1+\sqrt{x+1}}\right)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{1+\sqrt{x+1}}$$

Převedeme na společného jmenovatele a sečteme.

Derivujte $y = \sqrt{x+1} - \ln(1+\sqrt{x+1})$.

$$
\begin{aligned}
y' &= \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot 1 - \frac{1}{1+\sqrt{x+1}}\left(0 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right) \\
&= \frac{1}{2\sqrt{x+1}}\left(1 - \frac{1}{1+\sqrt{x+1}}\right) \\
&= \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{1+\sqrt{x+1}} \\
&= \frac{1}{2(1+\sqrt{x+1})}
\end{aligned}
$$

Zkrátíme $\sqrt{x+1}$. Hotovo!

Derivujte $y = \sqrt{1-x}\arcsin\sqrt{x}$

Derivujte $y = \sqrt{1-x} \arcsin \sqrt{x}$

$$y' = (\sqrt{1-x})' \cdot \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{1-x} \cdot (\arcsin \sqrt{x})'$$

Derivace součinu.

Derivujte $y = \sqrt{1-x}\arcsin\sqrt{x}$

$$y' = (\sqrt{1-x})' \cdot \arcsin\sqrt{x} + \sqrt{1-x} \cdot (\arcsin\sqrt{x})'$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{1-x}} \cdot (1-x)' \cdot \arcsin\sqrt{x}$$
$$+ \sqrt{1-x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} \cdot (\sqrt{x})'$$

Řetězové pravidlo pro $\sqrt{1-x}$ a pro $\arcsin(\sqrt{x})$

Derivujte $y = \sqrt{1-x}\arcsin\sqrt{x}$

$$y' = (\sqrt{1-x})' \cdot \arcsin\sqrt{x} + \sqrt{1-x} \cdot (\arcsin\sqrt{x})'$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{1-x}} \cdot (1-x)' \cdot \arcsin\sqrt{x}$$

$$+ \sqrt{1-x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} \cdot (\sqrt{x})'$$

$$= -\frac{1}{2\sqrt{1-x}} \cdot \arcsin\sqrt{x} + \sqrt{1-x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Derivace vnitřní složky.

Derivujte $y = \sqrt{1-x} \arcsin \sqrt{x}$

$$
\begin{aligned}
y' &= (\sqrt{1-x})' \cdot \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{1-x} \cdot (\arcsin \sqrt{x})' \\
&= \frac{1}{2\sqrt{1-x}} \cdot (1-x)' \cdot \arcsin \sqrt{x} \\
&\quad + \sqrt{1-x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} \cdot (\sqrt{x})' \\
&= -\frac{1}{2\sqrt{1-x}} \cdot \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{1-x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \\
&= -\frac{\arcsin \sqrt{x}}{2\sqrt{1-x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}
\end{aligned}
$$

Výraz $\sqrt{1-x}$ se zkrátí. Hotovo!

Derivujte $y = (x^2 + 1)\sin x + x\cos x$

Derivujte $y = (x^2 + 1)\sin x + x\cos x$

$$y' = \left((x^2 + 1)\sin x\right)' + (x\cos x)'$$

Derivace součtu.

Derivujte $y = (x^2 + 1)\sin x + x\cos x$

$$y' = \Big((x^2 + 1)\sin x\Big)' + (x\cos x)'$$
$$= (x^2 + 1)'\sin x + (x^2 + 1)(\sin x)' + x'\cos x + x(\cos x)'$$

Dvakrát derivace součinu.

Derivujte $y = (x^2 + 1)\sin x + x\cos x$

$$y' = \left((x^2+1)\sin x\right)' + (x\cos x)'$$
$$= (x^2+1)'\sin x + (x^2+1)(\sin x)' + x'\cos x + x(\cos x)'$$
$$= 2x\sin x + (x^2+1)\cos x + 1\cdot\cos x + x(-\sin x)$$

Aplikace vzorců.

$\boxed{(x^2)' = 2x}$ $\boxed{(\sin x)' = \cos x}$ $\boxed{(\cos x)' = -\sin x}$

Derivujte $y = (x^2 + 1)\sin x + x\cos x$

$$y' = \Big((x^2+1)\sin x\Big)' + (x\cos x)'$$
$$= (x^2+1)'\sin x + (x^2+1)(\sin x)' + x'\cos x + x(\cos x)'$$
$$= 2x\sin x + (x^2+1)\cos x + 1\cdot\cos x + x(-\sin x)$$
$$= (2x - x)\sin(x) + (x^2+1+1)\cos x$$

Vytkneme goniometrické funkce

Derivujte $y = (x^2 + 1)\sin x + x\cos x$

$$y' = \left((x^2 + 1)\sin x\right)' + (x\cos x)'$$
$$= (x^2 + 1)'\sin x + (x^2 + 1)(\sin x)' + x'\cos x + x(\cos x)'$$
$$= 2x\sin x + (x^2 + 1)\cos x + 1\cdot\cos x + x(-\sin x)$$
$$= (2x - x)\sin(x) + (x^2 + 1 + 1)\cos x$$
$$= x\sin x + (x^2 + 2)\cos x$$

Upravíme. Hotovo!

Derivujte $y = (x^2 + 1)\cos(2x)$

Derivujte $y = (x^2 + 1)\cos(2x)$

$$y' = (x^2 + 1)' \cos(2x) + (x^2 + 1)\big(\cos(2x)\big)'$$

Derivace součinu.

Derivujte $y = (x^2 + 1)\cos(2x)$

$$y' = (x^2+1)' \cos(2x) + (x^2+1)\big(\cos(2x)\big)'$$
$$= 2x\cos(2x) + (x^2+1)\big(-\sin(2x)\big)(2x)'$$

Vypočteme derivace. Derivujeme složenou funkci.

$\boxed{(\cos x)' = -\sin x}$ $\boxed{[\cos(f(x))]' = -\sin(f(x)) \cdot f'(x)}$

Derivujte $y = (x^2 + 1)\cos(2x)$

$$y' = (x^2+1)'\cos(2x) + (x^2+1)\big(\cos(2x)\big)'$$
$$= 2x\cos(2x) + (x^2+1)\big(-\sin(2x)\big)(2x)'$$
$$= 2x\cos(2x) - (x^2+1)\sin(2x)2$$

Dopočítáme derivaci.

Derivujte $y = (x^2 + 1)\cos(2x)$

$$\begin{aligned} y' &= (x^2+1)'\cos(2x) + (x^2+1)\big(\cos(2x)\big)' \\ &= 2x\cos(2x) + (x^2+1)\big(-\sin(2x)\big)(2x)' \\ &= 2x\cos(2x) - (x^2+1)\sin(2x)2 \\ &= 2x\cos(2x) - 2(x^2+1)\sin(2x) \end{aligned}$$

Upravíme. Hotovo!

Derivujte $y = \dfrac{(x^2+1)^3}{x^4}$

Derivujte $y = \dfrac{(x^2+1)^3}{x^4}$

$$y' = \frac{\left[(x^2+1)^3\right]' x^4 - (x^2+1)^3 (x^4)'}{(x^4)^2}$$

Derivace podílu.

Derivujte $y = \dfrac{(x^2+1)^3}{x^4}$

$$y' = \frac{\left[(x^2+1)^3\right]' x^4 - (x^2+1)^3 (x^4)'}{(x^4)^2}$$

$$= \frac{3(x^2+1)^2(x^2+1)' x^4 - (x^2+1)^3 4x^3}{x^{2\cdot 4}}$$

Derivujeme složenou funkci.

$\boxed{(x^3)' = 3x^2}$ $\boxed{\left[\left(f(x)\right)^3\right]' = 3\left(f(x)\right)^2 f'(x)}$

Derivujte $y = \dfrac{(x^2+1)^3}{x^4}$

$$y' = \frac{\left[(x^2+1)^3\right]' x^4 - (x^2+1)^3 (x^4)'}{(x^4)^2}$$

$$= \frac{3(x^2+1)^2 (x^2+1)' x^4 - (x^2+1)^3 4x^3}{x^{2\cdot 4}}$$

$$= \frac{3(x^2+1)^2 (2x) x^4 - (x^2+1)^3 4x^3}{x^8}$$

Derivujte $y = \dfrac{(x^2+1)^3}{x^4}$

$$y' = \frac{\left[(x^2+1)^3\right]' x^4 - (x^2+1)^3 (x^4)'}{(x^4)^2}$$

$$= \frac{3(x^2+1)^2 (x^2+1)' x^4 - (x^2+1)^3 4x^3}{x^{2\cdot 4}}$$

$$= \frac{3(x^2+1)^2 (2x) x^4 - (x^2+1)^3 4x^3}{x^8}$$

$$= \frac{2(x^2+1)^2 x^3 [3x^2 - 2(x^2+1)]}{x^8}$$

Vytkneme v čitateli.

Derivujte $y = \dfrac{(x^2+1)^3}{x^4}$

$$y' = \frac{\left[(x^2+1)^3\right]' x^4 - (x^2+1)^3 (x^4)'}{(x^4)^2}$$

$$= \frac{3(x^2+1)^2 (x^2+1)' x^4 - (x^2+1)^3 4x^3}{x^{2\cdot 4}}$$

$$= \frac{3(x^2+1)^2 (2x) x^4 - (x^2+1)^3 4x^3}{x^8}$$

$$= \frac{2(x^2+1)^2 x^3 [3x^2 - 2(x^2+1)]}{x^8}$$

$$= 2\frac{(x^2+1)^2 (x^2-2)}{x^5}$$

Derivujte $y = \dfrac{(x^2+1)^3}{x^4}$ tak, že nejprve upravíte.

Derivujte $y = \frac{(x^2+1)^3}{x^4}$ tak, že nejprve upravíte.

$$y' = \left[\frac{x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1}{x^4}\right]'$$

Umocníme podle vzorce

$$\boxed{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.}$$

Derivujte $y = \dfrac{(x^2+1)^3}{x^4}$ tak, že nejprve upravíte.

$$y' = \left[\frac{x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1}{x^4}\right]'$$
$$= \left[x^2 + 3 + 3x^{-2} + x^{-4}\right]'$$

Vydělíme každý člen čitatele.

Derivujte $y = \dfrac{(x^2+1)^3}{x^4}$ tak, že nejprve upravíte.

$$y' = \left[\frac{x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1}{x^4}\right]'$$

$$= \left[x^2 + 3 + 3x^{-2} + x^{-4}\right]'$$

$$= 2x + 0 + 3(-2)x^{-3} + (-4)x^{-5}$$

Derivujeme součet (přesněji lineární kombinaci) čtyř mocninných funkcí.

Derivujte $y = \dfrac{(x^2+1)^3}{x^4}$ tak, že nejprve upravíte.

$$
\begin{aligned}
y' &= \left[\frac{x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1}{x^4}\right]' \\
&= \left[x^2 + 3 + 3x^{-2} + x^{-4}\right]' \\
&= 2x + 0 + 3(-2)x^{-3} + (-4)x^{-5} \\
&= 2x - \frac{6}{x^3} - \frac{4}{x^5}
\end{aligned}
$$

Přepíšeme záporné mocniny na zlomky.

Derivujte $y = \dfrac{(x^2+1)^3}{x^4}$ tak, že nejprve upravíte.

$$
\begin{aligned}
y' &= \left[\frac{x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1}{x^4}\right]' \\
&= \left[x^2 + 3 + 3x^{-2} + x^{-4}\right]' \\
&= 2x + 0 + 3(-2)x^{-3} + (-4)x^{-5} \\
&= 2x - \frac{6}{x^3} - \frac{4}{x^5} = \frac{2x^6 - 6x^2 - 4}{x^5}
\end{aligned}
$$

Upravíme. Derivování bylo jednodušší než v předchozím postupu, ale hůř se bude řešit rovnice $y' = 0$. Hotovo!

Derivujte $y = \ln\left(x + \arcsin(2\sqrt{x})\right)$

Derivujte $y = \ln\left(x + \arcsin(2\sqrt{x})\right)$

$$y' = \frac{1}{x + \arcsin(2\sqrt{x})}\left(x + \arcsin(2\sqrt{x})\right)'$$

Derivujeme složenou funkci

$$\boxed{(\ln x)' = \frac{1}{x}} \qquad \boxed{\left(\ln f(x)\right)' = \frac{1}{f(x)} f'(x)}$$

Derivujte $y = \ln\left(x + \arcsin(2\sqrt{x})\right)$

$$y' = \frac{1}{x + \arcsin(2\sqrt{x})}\left(x + \arcsin(2\sqrt{x})\right)'$$
$$= \frac{1}{x + \arcsin(2\sqrt{x})}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{1-(2\sqrt{x})^2}}(2\sqrt{x})'\right)$$

Derivace součtu a derivace složené funkce.

$$\boxed{\left(\arcsin f(x)\right)' = \frac{1}{\sqrt{1-f^2(x)}}f'(x)}$$

Derivujte $y = \ln\left(x + \arcsin(2\sqrt{x})\right)$

$$y' = \frac{1}{x + \arcsin(2\sqrt{x})}\left(x + \arcsin(2\sqrt{x})\right)'$$
$$= \frac{1}{x + \arcsin(2\sqrt{x})}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{1-(2\sqrt{x})^2}}(2\sqrt{x})'\right)$$
$$= \frac{1}{x + \arcsin(2\sqrt{x})}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{1-4x}} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{-1/2}\right)$$

Derivujeme složenou funkci

$\boxed{\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}}$ $\boxed{(\sqrt{x})' = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}}$

Derivujte $y = \ln\left(x + \arcsin(2\sqrt{x})\right)$

$$y' = \frac{1}{x + \arcsin(2\sqrt{x})}\left(x + \arcsin(2\sqrt{x})\right)'$$

$$= \frac{1}{x + \arcsin(2\sqrt{x})}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{1-(2\sqrt{x})^2}}(2\sqrt{x})'\right)$$

$$= \frac{1}{x + \arcsin(2\sqrt{x})}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{1-4x}} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{-1/2}\right)$$

$$= \frac{1}{x + \arcsin(2\sqrt{x})}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1-4x}}\right)$$

Upravíme. Hotovo!

Derivujte $y = \arcsin \sqrt{\dfrac{x}{x+1}}$.

Derivujte $y = \arcsin\sqrt{\frac{x}{x+1}}$.

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)^2}} \cdot \left(\sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)'$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arcsin f(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} \cdot f'(x)$$

Derivujte $y = \arcsin\sqrt{\dfrac{x}{x+1}}$.

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)^2}} \cdot \left(\sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)'$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{x+1}{x+1}-\frac{x}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right)'$$

$$\boxed{(\sqrt{x})' = (x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}$$

$$\boxed{\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{1}{2}\left(f(x)\right)^{-1/2} \cdot f'(x)}$$

Derivujte $y = \arcsin\sqrt{\dfrac{x}{x+1}}$.

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)^2}} \cdot \left(\sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)'$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{x+1}{x+1}-\frac{x}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right)'$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x+1}{x}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1\cdot(x+1)-x\cdot(1+0)}{(x+1)^2}$$

Derivujte $y = \arcsin\sqrt{\dfrac{x}{x+1}}$.

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)^2}} \cdot \left(\sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)'$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right)'$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x+1}{x}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1\cdot(x+1) - x\cdot(1+0)}{(x+1)^2}$$

$$= \sqrt{x+1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \frac{1}{(x+1)^2}$$

Derivujte $y = \arcsin\sqrt{\frac{x}{x+1}}$.

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)^2}} \cdot \left(\sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)'$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{x+1}{x+1}-\frac{x}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right)'$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x+1}{x}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1\cdot(x+1)-x\cdot(1+0)}{(x+1)^2}$$

$$= \sqrt{x+1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{2(x+1)\sqrt{x}}$$

Derivujte $y = (x^3 + 2x)e^{-2x}$.

Derivujte $y = (x^3 + 2x)e^{-2x}$.

$$y' = (x^3 + 2x)' e^{-2x} + (x^3 + 2x)\left(e^{-2x}\right)'$$

Derivujeme součin funkcí $\boxed{(uv)' = u'v + uv'}$

Derivujte $y = (x^3 + 2x)e^{-2x}$.

$$y' = (x^3 + 2x)'e^{-2x} + (x^3 + 2x)\left(e^{-2x}\right)'$$
$$= (3x^2 + 2)e^{-2x} + (x^3 + 2x)e^{-2x}(-2x)'$$

Derivujeme složenou funkci

$$\boxed{(e^x)' = e^x} \qquad \boxed{\left(e^{f(x)}\right)' = e^{f(x)} \cdot f'(x)}$$

Derivujte $y = (x^3 + 2x)e^{-2x}$.

$$y' = (x^3 + 2x)' e^{-2x} + (x^3 + 2x)\left(e^{-2x}\right)'$$
$$= (3x^2 + 2)e^{-2x} + (x^3 + 2x)e^{-2x}(-2x)'$$
$$= (3x^2 + 2)e^{-2x} + (x^3 + 2x)e^{-2x}(-2)$$

Derivujte $y = (x^3 + 2x)e^{-2x}$.

$$\begin{aligned} y' &= (x^3 + 2x)' e^{-2x} + (x^3 + 2x) \left(e^{-2x}\right)' \\ &= (3x^2 + 2)e^{-2x} + (x^3 + 2x)e^{-2x}(-2x)' \\ &= (3x^2 + 2)e^{-2x} + (x^3 + 2x)e^{-2x}(-2) \\ &= e^{-2x}\Big(3x^2 + 2 - 2(x^3 + 2x)\Big) \end{aligned}$$

Derivujte $y = (x^3 + 2x)e^{-2x}$.

$$
\begin{aligned}
y' &= (x^3 + 2x)'e^{-2x} + (x^3 + 2x)\left(e^{-2x}\right)' \\
&= (3x^2 + 2)e^{-2x} + (x^3 + 2x)e^{-2x}(-2x)' \\
&= (3x^2 + 2)e^{-2x} + (x^3 + 2x)e^{-2x}(-2) \\
&= e^{-2x}\left(3x^2 + 2 - 2(x^3 + 2x)\right) \\
&= e^{-2x}\left(-2x^3 + 3x^2 - 4x + 2\right)
\end{aligned}
$$

Hotovo!

Derivujte funkci $y = (x^2 - 1)\sin(2x) - (3x - 1)\cos(2x)$.

Derivujte funkci $y = (x^2 - 1)\sin(2x) - (3x - 1)\cos(2x)$.

$$y = (x^2 - 1)' \sin(2x) + (x^2 - 1)\Big(\sin(2x)\Big)' - \left[(3x - 1)' \cos(2x) + (3x - 1)\Big(\cos(2x)\Big)'\right]$$

Derivujeme dvakrát součin (barevně odlišeno).

Derivujte funkci $y = (x^2 - 1)\sin(2x) - (3x - 1)\cos(2x)$.

$$y = (x^2 - 1)' \sin(2x) + (x^2 - 1)\Big(\sin(2x)\Big)' - \left[(3x - 1)' \cos(2x) + (3x - 1)\Big(\cos(2x)\Big)'\right]$$

$$= 2x\sin(2x) + (x^2 - 1)\cos(2x)2 - \left[3\cos(2x) + (3x - 1)\Big(-\sin(2x)\Big)2\right]$$

Argumentem sinu a kosinu není x ale funkce $2x$, užijeme tedy pravidlo pro derivaci složené funkce (řetězové pravidlo).

Derivujte funkci $y = (x^2 - 1)\sin(2x) - (3x - 1)\cos(2x)$.

$$
\begin{aligned}
y &= (x^2 - 1)'\sin(2x) + (x^2 - 1)\Big(\sin(2x)\Big)' \\
&\quad - \Big[(3x - 1)'\cos(2x) + (3x - 1)\Big(\cos(2x)\Big)'\Big] \\
&= 2x\sin(2x) + (x^2 - 1)\cos(2x)2 \\
&\quad - \Big[3\cos(2x) + (3x - 1)\Big(-\sin(2x)\Big)2\Big] \\
&= \sin(2x)\Big[2x + 2(3x - 1)\Big] + \cos(2x)\Big[2(x^2 - 1) - 3\Big]
\end{aligned}
$$

Vytkneme sinus a kosinus ze členů, kde se tyto výrazy vyskytují.

Derivujte funkci $y = (x^2 - 1)\sin(2x) - (3x - 1)\cos(2x)$.

$$
\begin{aligned}
y &= (x^2 - 1)' \sin(2x) + (x^2 - 1)\Big(\sin(2x)\Big)' \\
&\quad - \left[(3x - 1)' \cos(2x) + (3x - 1)\Big(\cos(2x)\Big)'\right] \\
&= 2x\sin(2x) + (x^2 - 1)\cos(2x)2 \\
&\quad - \left[3\cos(2x) + (3x - 1)\Big(-\sin(2x)\Big)2\right] \\
&= \sin(2x)\Big[2x + 2(3x - 1)\Big] + \cos(2x)\Big[2(x^2 - 1) - 3\Big] \\
&= \sin(2x)\Big[8x - 2\Big] + \cos(2x)\Big[2x^2 - 5\Big]
\end{aligned}
$$

Hotovo!

Derivujte $y = \sqrt{2 + \cos(2x)}$

Derivujte $y = \sqrt{2 + \cos(2x)}$

$$y' = \left[(2 + \cos(2x))^{\frac{1}{2}}\right]'$$
$$= \frac{1}{2} \cdot [2 + \cos(2x)]^{-\frac{1}{2}} \cdot [2 + \cos(2x)]'$$

- Odmocninu derivujeme jako mocninnou funkci s exponentem $\frac{1}{2}$.
- Pod odmocninou není x, ale vnitřní složka. Musíme proto násobit derivací vnitřní složky.

Derivujte $y = \sqrt{2+\cos(2x)}$

$$y' = \left[(2+\cos(2x))^{\frac{1}{2}}\right]'$$
$$= \frac{1}{2}\cdot[2+\cos(2x)]^{-\frac{1}{2}}\cdot[2+\cos(2x)]'$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{2+\cos(2x)}}\cdot[0-\sin(2x)\cdot 2]$$

- Derivujeme součet.
- Při derivaci funkce $\cos(2x)$ opět užíváme pravidlo pro derivaci složené funkce, protože argumentem není x, ale $(2x)$.

Derivujte $y = \sqrt{2 + \cos(2x)}$

$$y' = \left[(2 + \cos(2x))^{\frac{1}{2}}\right]'$$

$$= \frac{1}{2} \cdot [2 + \cos(2x)]^{-\frac{1}{2}} \cdot [2 + \cos(2x)]'$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2 + \cos(2x)}} \cdot [0 - \sin(2x) \cdot 2]$$

$$= -\frac{\sin(2x)}{\sqrt{2 + \cos(2x)}}$$

Upravíme. Hotovo!

Derivujte $y = \ln \sqrt{\dfrac{1}{\sin x}}$

Derivujte $y = \ln\sqrt{\dfrac{1}{\sin x}}$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sin x}}} \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sin x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-1)(\sin x)^{-2} \cdot \cos x$$

Derivujte $y = \ln\sqrt{\frac{1}{\sin x}}$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sin x}}} \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sin x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-1)(\sin x)^{-2} \cdot \cos x$$

$$= \sqrt{\sin x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sin x} \cdot (-1)\frac{1}{\sin^2 x}\cos x$$

Derivujte $y = \ln\sqrt{\frac{1}{\sin x}}$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sin x}}} \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sin x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-1)(\sin x)^{-2} \cdot \cos x$$

$$= \sqrt{\sin x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sin x} \cdot (-1)\frac{1}{\sin^2 x}\cos x$$

$$= -\frac{1}{2}\operatorname{cotg} x$$

Hotovo!

Derivujte $y = \ln \sqrt{\dfrac{1}{\sin x}}$.

Derivujte $y = \ln \sqrt{\dfrac{1}{\sin x}}$.

$$y' = -\frac{1}{2} \cdot (\ln \sin x)'$$

Nejprve upravíme.

$$y = \ln \sqrt{\sin^{-1} x} = \ln \sin^{-\frac{1}{2}} x = -\frac{1}{2} \cdot \ln \sin x$$

Derivujte $y = \ln \sqrt{\dfrac{1}{\sin x}}$.

$$y' = -\frac{1}{2} \cdot (\ln \sin x)'$$
$$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x$$

Derivujeme složenou funkci. Vnější složka je $\ln(\cdot)$ a vnitřní složka je $\sin(x)$.

Derivujte $y = \ln \sqrt{\frac{1}{\sin x}}$.

$$\begin{aligned} y' &= -\frac{1}{2} \cdot (\ln \sin x)' \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \operatorname{cotg} x \end{aligned}$$

Hotovo!

Derivujte $y = \ln \sin e^{3x}$.

Derivujte $y = \ln \sin e^{3x}$.

$$y' = \frac{1}{\sin e^{3x}} \cdot \left(\sin e^{3x}\right)'$$

Derivujeme logaritmus, vnitřní složka je $\sin e^{3x}$.

$$\boxed{(\ln x)' = \frac{1}{x}}$$

Derivujte $y = \ln \sin e^{3x}$.

$$y' = \frac{1}{\sin e^{3x}} \cdot \left(\sin e^{3x}\right)'$$
$$= \frac{1}{\sin e^{3x}} \cdot \cos e^{3x} \cdot \left(e^{3x}\right)'$$

Derivujeme sinus, vnitřní složka je e^{3x}.

$$\boxed{(\sin x)' = \cos x}$$

Derivujte $y = \ln \sin e^{3x}$.

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{\sin e^{3x}} \cdot \left(\sin e^{3x}\right)' \\ &= \frac{1}{\sin e^{3x}} \cdot \cos e^{3x} \cdot \left(e^{3x}\right)' \\ &= \operatorname{cotg}\left(e^{3x}\right) \cdot e^{3x}(3x)' \end{aligned}$$

Derivujeme exponencielu, vnitřní složka je $3x$.

$$\boxed{\left(e^{x}\right)' = e^{x}}$$

Derivujte $y = \ln \sin e^{3x}$.

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{\sin e^{3x}} \cdot \left(\sin e^{3x}\right)' \\ &= \frac{1}{\sin e^{3x}} \cdot \cos e^{3x} \cdot \left(e^{3x}\right)' \\ &= \operatorname{cotg}\left(e^{3x}\right) \cdot e^{3x} (3x)' \\ &= \operatorname{cotg}\left(e^{3x}\right) \cdot e^{3x} \cdot 3 \end{aligned}$$

Hotovo!

Derivujte $y = \sqrt{x + \ln(9 - x)}$

Derivujte $y = \sqrt{x + \ln(9 - x)}$

$$y' = \frac{1}{2} \cdot \left(x + \ln(9 - x)\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(x + \ln(9 - x)\right)'$$

Derivujeme odmocninu.

$$\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{1}{2}\left(f(x)\right)^{-\frac{1}{2}} f'(x)$$

Derivujte $y = \sqrt{x + \ln(9 - x)}$

$$y' = \frac{1}{2} \cdot \left(x + \ln(9 - x)\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(x + \ln(9 - x)\right)'$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x + \ln(9 - x)}} \left(1 + \frac{1}{9 - x} \cdot (0 - 1)\right)$$

Upravíme zápornou mocninu a doderivujeme vnitřní složku původní odmocniny. U logaritmu se jedná se opět o složenou funkci a derivujeme i vnitřní složku.

Derivujte $y = \sqrt{x + \ln(9 - x)}$

$$y' = \frac{1}{2} \cdot \left(x + \ln(9 - x)\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(x + \ln(9 - x)\right)'$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x + \ln(9 - x)}} \left(1 + \frac{1}{9 - x} \cdot (0 - 1)\right)$$

$$= \frac{8 - x}{2(9 - x)\sqrt{x + \ln(9 - x)}}$$

Sečteme výraz v závorce a upravíme. Hotovo!

Derivujte $y = \dfrac{x^2}{(x+1)^3}$.

Derivujte $y = \dfrac{x^2}{(x+1)^3}$.

$$y' = \frac{(x^2)'(x+1)^3 - x^2\left[(x+1)^3\right]'}{(x+1)^{3\cdot 2}}$$

Derivujeme podíl.

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Derivujte $y = \dfrac{x^2}{(x+1)^3}$.

$$y' = \frac{(x^2)'(x+1)^3 - x^2\left[(x+1)^3\right]'}{(x+1)^{3\cdot 2}}$$

$$= \frac{2x(x+1)^3 - x^2 3(x+1)^2 \cdot 1}{(x+1)^6}$$

Vypočteme jednotlivé derivace. Funkci $(x+1)^3$ derivujeme jako funkci složenou.

Derivujte $y = \dfrac{x^2}{(x+1)^3}$.

$$y' = \frac{(x^2)'(x+1)^3 - x^2\left[(x+1)^3\right]'}{(x+1)^{3\cdot 2}}$$

$$= \frac{2x(x+1)^3 - x^2 3(x+1)^2 \cdot 1}{(x+1)^6}$$

$$= \frac{x(x+1)^2\left[2(x+1) - 3x\right]}{(x+1)^6}$$

Vytkneme.

Derivujte $y = \dfrac{x^2}{(x+1)^3}$.

$$y' = \frac{(x^2)'(x+1)^3 - x^2\left[(x+1)^3\right]'}{(x+1)^{3\cdot 2}}$$

$$= \frac{2x(x+1)^3 - x^2 3(x+1)^2 \cdot 1}{(x+1)^6}$$

$$= \frac{x(x+1)^2\left[2(x+1) - 3x\right]}{(x+1)^6}$$

$$= \frac{x(2-x)}{(x+1)^4}$$

Zkrátíme $(x+1)^2$ a upravíme v hranaté závorce. Hotovo!

Derivujte $y = x \ln \dfrac{x^2}{x+1}$.

Derivujte $y = x \ln \dfrac{x^2}{x+1}$.

$$y' = (x)' \cdot \ln \frac{x^2}{x+1} + x \cdot \left(\ln \frac{x^2}{x+1} \right)'$$

Derivujeme součin.

$$(uv)' = u'v + uv'$$

Derivujte $y = x \ln \frac{x^2}{x+1}$.

$$y' = (x)' \cdot \ln \frac{x^2}{x+1} + x \cdot \left(\ln \frac{x^2}{x+1}\right)'$$

$$= 1 \cdot \ln \frac{x^2}{x+1} + x \cdot \frac{x+1}{x^2} \cdot \left(\frac{x^2}{x+1}\right)'$$

Derivujeme jednotlivé členy. Logaritmus derivujeme jako složenou funkci.

Derivujte $y = x \ln \dfrac{x^2}{x+1}$.

$$\begin{aligned}
y' &= (x)' \cdot \ln \frac{x^2}{x+1} + x \cdot \left(\ln \frac{x^2}{x+1} \right)' \\
&= 1 \cdot \ln \frac{x^2}{x+1} + x \cdot \frac{x+1}{x^2} \cdot \left(\frac{x^2}{x+1} \right)' \\
&= 1 \cdot \ln \frac{x^2}{x+1} + 1 \cdot \frac{x+1}{x} \cdot \frac{2x \cdot (x+1) - x^2 \cdot (1+0)}{(x+1)^2}
\end{aligned}$$

Vnitřní složka logaritmu je podíl, použijeme tedy pravidlo pro derivaci podílu.

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Derivujte $y = x \ln \dfrac{x^2}{x+1}$.

$$
\begin{aligned}
y' &= (x)' \cdot \ln \frac{x^2}{x+1} + x \cdot \left(\ln \frac{x^2}{x+1} \right)' \\
&= 1 \cdot \ln \frac{x^2}{x+1} + x \cdot \frac{x+1}{x^2} \cdot \left(\frac{x^2}{x+1} \right)' \\
&= 1 \cdot \ln \frac{x^2}{x+1} + 1 \cdot \frac{x+1}{x} \cdot \frac{2x \cdot (x+1) - x^2 \cdot (1+0)}{(x+1)^2} \\
&= \ln \frac{x^2}{x+1} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2 + 2x}{x+1}
\end{aligned}
$$

Zkrátíme $(x + 1)$ a upravíme čitatel posledního zlomku.

Derivujte $y = x \ln \dfrac{x^2}{x+1}$.

$$
\begin{aligned}
y' &= (x)' \cdot \ln \frac{x^2}{x+1} + x \cdot \left(\ln \frac{x^2}{x+1} \right)' \\
&= 1 \cdot \ln \frac{x^2}{x+1} + x \cdot \frac{x+1}{x^2} \cdot \left(\frac{x^2}{x+1} \right)' \\
&= 1 \cdot \ln \frac{x^2}{x+1} + 1 \cdot \frac{x+1}{x} \cdot \frac{2x \cdot (x+1) - x^2 \cdot (1+0)}{(x+1)^2} \\
&= \ln \frac{x^2}{x+1} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2+2x}{x+1} = \ln \frac{x^2}{x+1} + \frac{x+2}{x+1}
\end{aligned}
$$

Upravíme do finálního tvaru. Hotovo!

Derivujte $y = 2x \operatorname{arctg} x - \ln(1 + x^2)$.

Derivujte $y = 2x \operatorname{arctg} x - \ln(1 + x^2)$.

$$y' = (2x)' \cdot \operatorname{arctg} x + 2x \cdot (\operatorname{arctg} x)' - \frac{1}{1+x^2} \cdot (1 + x^2)'$$

Derivujeme součin a složenou funkci.

$$\boxed{(uv)' = u'v + uv'} \qquad \boxed{\Big(u(v(x))\Big)' = u'(v(x)) \cdot v'(x)}$$

Derivujte $y = 2x \operatorname{arctg} x - \ln(1 + x^2)$.

$$y' = (2x)' \cdot \operatorname{arctg} x + 2x \cdot (\operatorname{arctg} x)' - \frac{1}{1+x^2} \cdot (1 + x^2)'$$

$$= 2 \cdot \operatorname{arctg} x + 2x \cdot \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2} \cdot 2x$$

Dokončíme derivování.

Derivujte $y = 2x \operatorname{arctg} x - \ln(1 + x^2)$.

$$
\begin{aligned}
y' &= (2x)' \cdot \operatorname{arctg} x + 2x \cdot (\operatorname{arctg} x)' - \frac{1}{1+x^2} \cdot (1 + x^2)' \\
&= 2 \cdot \operatorname{arctg} x + 2x \cdot \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2} \cdot 2x \\
&= 2 \operatorname{arctg} x
\end{aligned}
$$

Poslední dva členy se odečtou. Hotovo!

Derivujte $y = x^3 \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}$.

Derivujte $y = x^3 \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$.

$$y' = (x^3)' \cdot \arcsin x + x^3 \cdot (\arcsin x)' + \frac{1}{2} \cdot (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (1-x^2)'$$

Derivujeme součin a složenou funkci.

$$\boxed{(uv)' = u'v + uv'} \qquad \boxed{\Big(u(v(x))\Big)' = u'(v(x)) \cdot v'(x)}$$

Derivujte $y = x^3 \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}$.

$$y' = (x^3)' \cdot \arcsin x + x^3 \cdot (\arcsin x)' + \frac{1}{2} \cdot (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (1 - x^2)'$$

$$= 3x^2 \cdot \arcsin x + \frac{x^3}{\sqrt{1 - x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1 - x^2}} \cdot (-2x)$$

Dokončíme derivování.

Derivujte $y = x^3 \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$.

$$y' = (x^3)' \cdot \arcsin x + x^3 \cdot (\arcsin x)' + \frac{1}{2} \cdot (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (1-x^2)'$$

$$= 3x^2 \cdot \arcsin x + \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{1-x^2}} \cdot (-\cancel{2}x)$$

$$= 3x^2 \arcsin x + \frac{x^3 - x}{\sqrt{1-x^2}}$$

Zkrátíme dvojku a sečteme zlomky.

Derivujte $y = x^3 \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$.

$$\begin{aligned} y' &= (x^3)' \cdot \arcsin x + x^3 \cdot (\arcsin x)' + \frac{1}{2} \cdot (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (1-x^2)' \\ &= 3x^2 \cdot \arcsin x + \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x) \\ &= 3x^2 \arcsin x + \frac{x^3 - x}{\sqrt{1-x^2}} \\ &= 3x^2 \arcsin x - x \cdot \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} \end{aligned}$$

Vytkneme $(-x)$.

Derivujte $y = x^3 \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}$.

$$
\begin{aligned}
y' &= (x^3)' \cdot \arcsin x + x^3 \cdot (\arcsin x)' + \frac{1}{2} \cdot (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (1 - x^2)' \\
&= 3x^2 \cdot \arcsin x + \frac{x^3}{\sqrt{1 - x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1 - x^2}} \cdot (-2x) \\
&= 3x^2 \arcsin x + \frac{x^3 - x}{\sqrt{1 - x^2}} \\
&= 3x^2 \arcsin x - x \cdot \frac{1 - x^2}{\sqrt{1 - x^2}} \\
&= 3x^2 \arcsin x - x \cdot \sqrt{1 - x^2}
\end{aligned}
$$

Zkrátíme. Hotovo!

Derivujte $y = \dfrac{\sqrt{1 - x^2}}{\arcsin x}$.

Derivujte $y = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{\arcsin x}$.

$$y' = \frac{\left(\sqrt{1-x^2}\right)' \cdot \arcsin x - \sqrt{1-x^2} \cdot (\arcsin x)'}{\arcsin^2 x}$$

Funkce je ve tvaru podílu, použijeme tedy pravidlo pro derivaci podílu.

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Derivujte $y = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{\arcsin x}$.

$$y' = \frac{\left(\sqrt{1-x^2}\right)' \cdot \arcsin x - \sqrt{1-x^2} \cdot (\arcsin x)'}{\arcsin^2 x}$$

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x) \cdot \arcsin x - \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{\arcsin^2 x}$$

- Dopočítáme derivace.
- Pod odmocninou je vnitřní složka a užijeme pravidlo pro derivace složené funkce.

Derivujte $y = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{\arcsin x}$.

$$y' = \frac{\left(\sqrt{1-x^2}\right)' \cdot \arcsin x - \sqrt{1-x^2} \cdot (\arcsin x)'}{\arcsin^2 x}$$

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x) \cdot \arcsin x - \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{\arcsin^2 x}$$

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x)\arcsin x}{\arcsin^2 x} - \frac{1}{\arcsin^2 x}$$

Rozdělíme na dva zlomky a zkrátíme v čitateli druhého zlomku.

Derivujte $y = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{\arcsin x}$.

$$y' = \frac{\left(\sqrt{1-x^2}\right)' \cdot \arcsin x - \sqrt{1-x^2} \cdot (\arcsin x)'}{\arcsin^2 x}$$

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x) \cdot \arcsin x - \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{\arcsin^2 x}$$

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x)\arcsin x}{\arcsin^2 x} - \frac{1}{\arcsin^2 x}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot (-x)}{\arcsin x} - \frac{1}{\arcsin^2 x}$$

Provedeme krácení.

Derivujte $y = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{\arcsin x}$.

$$y' = \frac{\left(\sqrt{1-x^2}\right)' \cdot \arcsin x - \sqrt{1-x^2} \cdot (\arcsin x)'}{\arcsin^2 x}$$

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x) \cdot \arcsin x - \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{\arcsin^2 x}$$

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x)\arcsin x}{\arcsin^2 x} - \frac{1}{\arcsin^2 x}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot (-x)}{\arcsin x} - \frac{1}{\arcsin^2 x}$$

$$= \frac{-x}{\sqrt{1-x^2} \cdot \arcsin x} - \frac{1}{\arcsin^2 x}$$

Derivujte $y = \sqrt{x+1}\,\operatorname{arctg}\sqrt{x+1}$.

Derivujte $y = \sqrt{x+1}\,\operatorname{arctg}\sqrt{x+1}$.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot (1+0) \cdot \operatorname{arctg}\sqrt{x+1} +$$

$$+ \sqrt{x+1} \cdot \frac{1}{1+\left(\sqrt{x+1}\right)^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot (1+0)$$

Derivujeme součin a složenou funkci podle pravidel

$$\boxed{(uv)' = u'v + uv'} \qquad \boxed{\Big(u(v(x))\Big)' = u'(v(x)) \cdot v'(x)}$$

Derivujte $y = \sqrt{x+1}\,\mathrm{arctg}\,\sqrt{x+1}$.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot (1+0) \cdot \mathrm{arctg}\,\sqrt{x+1} + $$
$$+ \sqrt{x+1} \cdot \frac{1}{1+\left(\sqrt{x+1}\right)^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot (1+0)$$
$$= \frac{\mathrm{arctg}\,\sqrt{x+1}}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x+2}$$

Upravíme a zkrátíme.

Konec