

Aritmetické vektory

1. Určete taxativně (výčtem prvků) množinu $A_1 \times A_2 \times A_3 \times A_4$, pokud

$$\begin{aligned}A_1 &= \{-1, 0, 1\} \\A_2 &= \{1, 2\} \\A_3 &= \{2, 3\} \\A_4 &= \{0\}.\end{aligned}$$

2. Obsahuje množina \mathbb{N}^5 prvek $[0, 1, -1, 2, 1]$ nebo $[2, 4, 6, 8]$, přičemž \mathbb{N} je množina všech přirozených čísel? Své rozhodnutí zdůvodněte.

3. Rovnají se vektory $\underline{u}, \underline{v} \in \mathbb{R}^4$, pokud $\underline{u} = [\ln \sqrt{e}, \cos \frac{\pi}{2}, \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}, \sin \frac{\pi}{3}]$, $\underline{v} = [\sin \frac{\pi}{6}, \log 1, \operatorname{cotg} \frac{\pi}{4}, \cos \frac{\pi}{6}]$? Své rozhodnutí zdůvodněte.

4. Patří do \mathbb{R}^5 aritmetický vektor $[\sqrt{-2}, e, \operatorname{tg} \frac{\pi}{2}, -1, \ln(-3)]$? Své rozhodnutí zdůvodněte.

5. Vypočítejte

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \left[\sqrt{5 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \ln e^2}, -\sin \frac{\pi}{3}, \cos \frac{5}{6}\pi \right] - 2 \left[\cos \frac{5}{3}\pi, \frac{1}{2 \sin(\frac{-\pi}{2})}, \sqrt{\frac{\log 10^4 - 4 \operatorname{tg}(\frac{-\pi}{4})}{8}} \right].$$

6. Dokažte, že pro každé $\underline{u}, \underline{v} \in \mathbb{R}^n$ a $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ platí

(a) $\underline{u} + \underline{v} = \underline{v} + \underline{u}$

(b) $\alpha(\underline{u} + \underline{v}) = \alpha\underline{u} + \alpha\underline{v}$

(c) $(\alpha + \beta)\underline{u} = \alpha\underline{u} + \beta\underline{u}$.

7. Určete výpočtem i graficky

$$\frac{1}{2}[-4, -2] + 2[1, 2].$$

8. Určete skalární součin, velikosti a odchylku vektorů $\underline{a}, \underline{b} \in \mathbb{R}^3$, kde $\underline{a} = [\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 0]$, $\underline{b} = [3, 0, 0]$.

9. K danému vektoru $\underline{u} = [3, -1, 2]$ nalezněte alespoň jeden vektor kolmý.

Výsledky

1. $A_1 \times A_2 \times A_3 \times A_4 = \{[-1, 1, 2, 0], [-1, 1, 3, 0], [-1, 2, 2, 0], [-1, 2, 3, 0], [0, 1, 2, 0], [0, 1, 3, 0], [0, 2, 2, 0], [0, 2, 3, 0], [1, 1, 2, 0], [1, 1, 3, 0], [1, 2, 2, 0], [1, 2, 3, 0]\}$.

2. Ne.

3. Ano.
4. Ne.
5. $[1, 0, -3]$.
8. $\underline{a} \cdot \underline{b} = 3\sqrt{2}$, $|\underline{a}| = 2$, $|\underline{b}| = 3$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$.
9. Například $[-1, -1, 1]$.