

Soustavy lineárních rovnic

1. Gaussovou eliminační metodou vyřešte soustavu

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 5 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 5 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 &= 0\end{aligned}$$

2. Gaussovou eliminační metodou vyřešte soustavu

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 3 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 3 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 &= 2\end{aligned}$$

3. Užitím Gaussovy eliminační metody najděte

a) všechna řešení soustavy

$$\begin{aligned}6x_1 - 9x_2 + 7x_3 + 10x_4 &= 3 \\ 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 4x_4 &= 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 13x_3 + 18x_4 &= 1\end{aligned}$$

b) řešení pro $x_2 = 1$.

4. Užitím Gaussovy eliminační metody najděte

a) všechna řešení soustavy

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 &= 2 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 + 3x_4 &= 1 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 &= 5\end{aligned}$$

b) řešení pro $x_2 = 1$.

5. Řešte v \mathbb{R} soustavu rovnic

$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 &= 1 \\ 8x_1 + 12x_2 - 9x_3 + 8x_4 &= 3 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 - 7x_4 &= 3\end{aligned}$$

6. Řešte v \mathbb{C} soustavu rovnic

$$\begin{aligned}x_1 + i \cdot x_2 - 2x_3 &= 10 \\ x_1 - x_2 + 2i \cdot x_3 &= 10 \\ x_1 + 3i \cdot x_2 - (1 + i) \cdot x_3 &= 30\end{aligned}$$

7. Užitím Gaussovy eliminační metody určete, pro která a, b má daná soustava nekonečně mnoho řešení a vyjádřete tato řešení pomocí parametru p .

$$\begin{aligned}ax_1 + 2x_3 &= 2 \\5x_1 + 2x_2 &= 1 \\x_1 - 2x_2 + bx_3 &= 3\end{aligned}$$

Výsledky

1. $[x_1, x_2, x_3] = [3 - 2p, 1 - p, p], p \in \mathbb{R}$
2. Nemá řešení
3. a) $[x_1, x_2, x_3, x_4] = [\frac{1+3p}{2}, p, 0, 0], p \in \mathbb{R}$; b) $[x_1, x_2, x_3, x_4] = [2, 1, 0, 0]$
4. a) $[x_1, x_2, x_3, x_4] = [1 + p, p, -1 + 3p, 0], p \in \mathbb{R}$; b) $[x_1, x_2, x_3, x_4] = [2, 1, 2, 0]$
5. $[x_1, x_2, x_3, x_4] = [\frac{3}{5} - \frac{3}{2}s - \frac{1}{10}t, s, \frac{1}{5} + \frac{4}{5}t, t], s, t \in \mathbb{R}$
6. $[x_1, x_2, x_3] = [2 - 16i, 4 - 12i, 2 - 6i]$
7. $a = 3, b = 4, [x_1, x_2, x_3] = [\frac{2-2p}{3}, \frac{-7+10p}{6}, p], p \in \mathbb{R}$