

Testování hypotéz

1. vymezení důležitých pojmů
2. testování hypotéz o rozdílu průměrů
3. jednovýběrový t-test
4. t-test pro nezávislé výběry
5. t-test pro závislé výběry

Vymezení důležitých pojmů

- nulová hypotéza, alternativní hypotéza
 - testování hypotézy
 - hladina významnosti (alfa)
 - chyba I. druhu, chyba II. druhu
 - statistická síla
-

Nulová hypotéza

- hypotéza, kterou se snažíme vyvrátit (falzifikovat)
 - Karl Popper (1968) tvrdil, že platnost hypotézy nemůže být nikdy prokázána pouhou generalizací příkladů, které ji potvrzují
 - jak říká filozof Bertrand Russel, krocan-vědec by mohl zobecnit tvrzení "každý den mě krmí", protože tato hypotéza je potvrzována den po dni celý jeho život. tato generalizace ovšem neposkytuje žádnou jistotu, že krocan bude nakrmen i další den - některý den se pravděpodobně on sám stane pokrmem
-

Nulová hypotéza

- Popper došel k závěru, že jedinou možnou metodou je *falsifikace* hypotézy - nalezení jednoho příkladu, který stačí k jejímu vyvrácení
 - vědci se proto snaží své hypotézy vyvrátit a tak potvrdit hypotézy opačné - alternativní
-

Nulová hypotéza

- nulová hypotéza je opakem naší výzkumné hypotézy
 - obvykle zní: mezi dvěma průměry není rozdíl, korelace je nulová apod.
 - např. *průměrná výška mužů a žen se neliší*
 - označuje se H_0
-

Alternativní hypotéza

- alternativní vzhledem k nulové, tj. naše výzkumná hypotéza - H_0 neplatí
 - např. *průměrná výška mužů a žen se liší* (tzv. **oboustranná** alternativní hypotéza) nebo
 - *průměrná výška mužů je větší než průměrná výška žen* (tzv. **jednostranná** alternativní hypotéza)
-

Testování hypotézy

- proces, kterým rozhodujeme, zda přijmeme nebo zamítneme nulovou hypotézu
 - předpokládáme, že platí nulová hypotéza a ptáme se, jaká je pravděpodobnost našich dat za tohoto předpokladu
 - pokud je dostatečně nízká, pak nulovou hypotézu zamítneme
 - pokud zamítneme nulovou hypotézu, přijímáme tak alternativní – neznamená to však nutně, že platí
-

Hladina významnosti

- hladina významnosti je úroveň pravděpodobnosti, kterou používáme při rozhodování, zda zamítnout nebo přijmout nulovou hypotézu
 - označuje se alfa (α)
 - obvyklá hladina významnosti je 5% nebo 1%
-

Chyba I. druhu

- zvolíme-li hladinu významnosti 5%, pak se rozhodneme zamítnout nulovou hypotézu v případě, že existuje pouze 5% pravděpodobnost, že platí
 - jde vlastně o 5% riziko, že nulová hypotéza platí a my ji přitom zamítneme – tj. uděláme chybu I. druhu
-

Chyba II. druhu

- opak chyby I. druhu – riziko, že nezamítneme nulovou hypotézu, která ve skutečnosti neplatí (tj. existuje např. rozdíl mezi průměry, ale ve výběru se neprojeví)
 - označuje se beta (β)
-

Statistická síla

- pravděpodobnost, že správně zamítneme nulovou hypotézu, která neplatí, je rovna $1 - \beta$
 - jde o tzv. sílu testu (power) – schopnost zachytit rozdíl, který existuje
 - hraje velkou roli při rozhodování o dostatečné velikosti vzorku
-

Statistická síla

- je ovlivněna 4 faktory:
 - velikostí vzorku - s větším vzorkem máme větší pravděpodobnost, že existující rozdíl zachytíme
 - rozdílem mezi populačními průměry - čím je rozdíl mezi populačními průměry větší, tím větší pravděpodobnost, že najdeme i rozdíl mezi průměry vzorků
 - variabilitě měřeného znaku - čím je větší variabilita měřeného znaku, tím menší pravděpodobnost, že zachytíme rozdíl mezi průměry
 - zvolené hladině významnosti - čím přísněji ji stanovíme (např. 0,1%), tím nižší síla testu
-

Testování hypotézy

<i>skutečnost</i> →	nulová hypotéza platí	nulová hypotéza neplatí
<i>rozhodnutí</i> ↓		
zamítneme nulovou hypotézu	chyba I. druhu (α)	správné rozhodnutí ($1-\beta$)
nezamítneme nulovou hypotézu	správné rozhodnutí ($1-\alpha$)	chyba II. druhu (β)

Postup testování hypotéz

- 1. formulace **hypotézy** (nulové a alternativní)
 - 2. stanovení **hladiny významnosti**
 - 3. výpočet **testovací statistiky**
 - 4. formulace **doporučení** – buď srovnáním testovací statistiky s tzv. kritickou hodnotou nebo jejím převedením na hodnotu významnosti
-

Testování hypotéz o rozdílu průměrů

- 4 možné typy problémů:
 - porovnáváme **průměr vzorku s průměrem populace**
→ jednovýběrový t-test
 - porovnáváme **průměry dvou vzorků**
→ t-test pro nezávislé výběry
 - porovnáváme **dva průměry jednoho vzorku** → t-test pro závislé výběry (tzv. párový t-test)
 - porovnáváme více průměrů
→ analýza rozptylu
-

Jednovýběrový t-test - příklad

- Rozhodujeme se mezi jazykovými školami v Brně. Zjistíme, že při posledních zkouškách na Britské radě získalo 100 zkoušených osob z různých jazykovek **průměrně 85 bodů**. Jedna ze škol – ABC – se chlubí, že výsledky jejich absolventů jsou nadprůměrné.
-

Jednovýběrový t-test - příklad

- Zjistíme, že posledních zkoušek se účastnilo 10 absolventů školy ABC s těmito výsledky:

80 91 92 87 89 88 86 80 90 89

- Můžeme na základě výsledků tohoto vzorku 10 absolventů dojít k závěru, že škola ABC má lepší průměrné výsledky než ostatní školy v Brně?
-

Jednovýběrový t-test

- průměr vzorku je 87.2
 - směrodatná odchylka 4.18
 - známe průměr populace ($\mu=85$), ale nikoli směrodatnou odchylku populace (místo ní použijeme jako odhad směrodatnou odchylku vzorku)
-

Jednovýběrový t-test - příklad

- **Nulová hypotéza:** průměrné výsledky absolventů školy ABC se neliší od výsledků absolventů ostatních škol
 - jinými slovy: **není nepravděpodobné,** že vzorek 10 osob má průměr 87.2, pokud je průměr populace 85 a směrodatná odchylka 4.18
-

Jednovýběrový t-test

- **Alternativní hypotéza:** průměrné výsledky absolventů školy ABC se liší od výsledků absolventů ostatních škol
 - jinými slovy: **je velmi nepravděpodobné, že vzorek má průměr 87.2,** pokud je průměr populace 85 a směrodatná odchylka 4.18
-

Jednovýběrový t-test

- **Hladina významnosti:** použijeme $\alpha = 5\%$
 - pokud je pravděpodobnost získání vzorku o průměru 87.2 menší než 5%, pak zamítneme H_0
 - pokud je pravděpodobnost získání vzorku o průměru 87.2 větší než 5%, pak H_0 nezamítneme
-

Jednovýběrový t-test

- potřebujeme spočítat, jaká je pravděpodobnost získání vzorku ($n=10$) o průměru 87.2 z populace o průměru 85 a směrodatné odchylce 4.18
 - =potřebujeme zjistit hodnoty rozdělení výběrových průměrů pro populaci s průměrem 85 a směrodatnou odchylkou 4.18 a výběry o velikosti 10
-

Jednovýběrový t-test

- vzhledem k tomu, že velikost směrodatné odchylky jsme odhadli ze vzorku, nemůžeme použít z-rozdělení, ale *Studentovo rozdělení t*
 - vypočítáme testovací statistiku t
-

Jednovýběrový t-test

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{N}}}$$

Jednovýběrový t-test

$$\square t = (87.2 - 85) / (4.18 / \sqrt{10})$$

$$t = 2.2 / 1.32$$

$$\mathbf{t = 1.66}$$

$$\square df = n - 1 = 10 - 1 = \mathbf{9}$$

(počet stupňů volnosti pro vyhledání pravděpodobnosti v tabulce t-rozdělení)

Table D.6 Percentage Points of the *t* Distribution (Source: The entries in this table were computed by the author.)

<i>df</i>	Level of Significance for One-Tailed Test								
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
	Level of Significance for Two-Tailed Test								
	.50	.40	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	63.662
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.232	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.496
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
∞	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

Jednovýběrový t-test

- **kritická hodnota** t pro $\alpha=5\%$ je 2.262 (tj. 2.262 výběrové chyby nad nebo pod průměrem populace odděluje celkem 5% výběrů)
 - získaná hodnota t je 1.66
-

Jednovýběrový t-test

- pokud je získaná hodnota **vyšší** než kritická, pak je rozdíl **statisticky významný** (tj. pravděpodobnost, že by měl vzorek z populace o průměru 85 průměr 87.2, je menší než 5%)
 - pokud je získaná hodnota **nižší** než kritická, pak rozdíl průměrů **není statisticky významný** (tj. pravděpodobnost, že by měl vzorek průměr 87.2, je větší než 5%)
-

Jednovýběrový t-test

- v našem příkladě je $1.66 < 2.26$
 - tj. výsledek **není** statisticky významný
 - **nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu**
 - a náš závěr: nemůžeme tvrdit, že výsledky absolventů školy ABC se liší od průměru brněnských škol (je vyšší než 5% pravděpodobnost, že průměrný výsledek 87.2 deseti jejích absolventů je lepší jen náhodou)
-

Jednovýběrový t-test v SPSS

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
jazykovy test	10	87,2000	4,18463	1,32330

One-Sample Test

	Test Value = 85					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
jazykovy test	1,663	9	,131	2,2000	-,7935	5,1935

T-test pro nezávislé výběry

- tento test používáme, pokud chceme porovnat průměry dvou skupin případů
 - např.
 - průměrné skóre v neurocitismu u mužů a žen
 - průměr v indexu životní spokojenosti u extravertů a introvertů atd.
-

T-test pro nezávislé výběry - příklad

- Výzkumník chce otestovat účinnost nového léku proti bolesti hlavy. Získá 20 dobrovolníků, náhodně je rozdělí do dvou skupin po 10 osobách: jedna skupina si domů odnese placebo, druhá testovaný lék (ani účastníci, ani výzkumník nevědí, kdo je ve které skupině). Účastníci studie si mají vzít lék ve chvíli, kdy je začne bolet hlava a zaznamenat, jak dlouho poté bolest trvala (kolik minut).
-

T-test pro nezávislé výběry - příklad

skupina s placebem	skupina s test. lékem
95	75
85	60
100	30
120	65
80	100
90	70
85	40
80	55
75	65
120	110

T-test pro nezávislé výběry

- placebo: průměrná délka bolesti 93 minut; směrodatná odchylka 16.02
 - testovaný lék: průměrná délka bolesti 67 minut; směrodatná odchylka 24.28
-

T-test pro nezávislé výběry

- **nulová hypotéza:** účinnost testovaného léku se neliší od účinnosti placeba
 - jinými slovy: rozdílné průměry (93 a 67 minut) trvání bolesti je možno vysvětlit náhodou, variabilitou dat – populační průměry shodné
-

T-test pro nezávislé výběry

- **alternativní hypotéza:** mezi účinností testovaného léku a účinností placebo je rozdíl
 - jinými slovy: rozdíl v průměrech skupin (93 a 67 minut) v trvání bolesti je velmi nepravděpodobně pouze náhodný – je malá pravděpodobnost, že by z populace o stejných průměrech pocházely výběry s tak rozdílnými průměry
-

T-test pro nezávislé výběry

- **hladina významnosti:** použijeme $\alpha = 5\%$
 - pokud je pravděpodobnost získání takto rozdílných průměrů z jedné populace menší než 5%, pak zamítneme H_0 (závěr – lék je účinný)
 - pokud je pravděpodobnost získání takto rozdílných průměrů z jedné populace větší než 5%, pak H_0 nezamítneme
-

T-test pro nezávislé výběry

- ptáme se vlastně: *jak velká je pravděpodobnost, že bychom získali dva takto rozdílné průměry, pokud by platila nulová hypotéza, tj. pokud by lék nebyl účinnější než placebo?*
 - pokud je tato pravděpodobnost velmi malá, nepřipíšeme zjištěný rozdíl náhodě, ale nezávislé proměnné (lék vs. placebo)
-

T-test pro nezávislé výběry

$$t = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}}$$

T-test pro nezávislé výběry

$$\square t = (93 - 67) / \sqrt{(16.02^2/10 + 24.28^2/10)}$$

$$t = 26 / 9.198$$

$$\mathbf{t = 2.82}$$

$$\square df = n-2 = 20-2 = \mathbf{18}$$

(počet stupňů volnosti pro vyhledání pravděpodobnosti v tabulce t-rozdělení)

Table D.6 Percentage Points of the *t* Distribution (Source: The entries in this table were computed by the author.)

<i>df</i>	Level of Significance for One-Tailed Test								
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
	Level of Significance for Two-Tailed Test								
	.50	.40	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	63.662
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.496
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
∞	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

T-test pro nezávislé výběry

- kritická hodnota t je 2.101
 - získaná hodnota t je 2.82 – větší než kritická hodnota
 - rozdíl průměrů obou skupin je tedy **statisticky významný na hladině 5%**
-

T-test pro nezávislé výběry

- pravděpodobnost, že by takto velký rozdíl v průměrech výběrů byl pouhá náhoda, je menší než 5%
 - je velmi málo pravděpodobné, že by byl takový rozdíl v průměrech, pokud by lék byl ve skutečnosti neúčinný
-

T-test pro nezávislé výběry v SPSS

Group Statistics

	SKUPINA	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
bolest (v min.)	placebo	10	93,0000	16,02082	5,06623
	lék	10	67,0000	24,28992	7,68115

Independent Samples Test

	Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
								Lower	Upper
bolest (v min.)	,690	,417	2,826	18	,011	26,0000	9,20145	6,66847	45,33153
			2,826	15,584	,012	26,0000	9,20145	6,45144	45,54856

T-test pro nezávislé výběry

□ předpoklady t-testu pro nezávislé výběry

- výběry jsou skutečně **nezávislé** (tj. oba výběry tvoří jiní lidé, zvířata atd.)
 - měřený znak má **normální rozdělení** (mírné odchylky je možno tolerovat; u větších odchylek použít raději neparametrické testy)
 - **homogenita rozptylů** – rozptyly jsou shodné u obou skupin
-

T-test pro nezávislé výběry

- **homogenita rozptylů**
 - obvykle nejsou směrodatné odchylky (či rozptyly) zcela shodné, ale rozdíly by neměly být příliš velké
-

T-test pro nezávislé výběry

- **homogenita rozptylů**
 - zda se rozptyly liší, je možno otestovat některým testem pro rozdíl rozptylů, např. Levenovým testem
 - pokud nevyjde stat. významný, pak rozptyly pokládáme za shodné
 - pokud vyjde stat. významný, použijeme modifikovaný t-test pro rozdílné rozptyly (ve výstupu v SPSS druhý řádek)
-

Levenův test pro shodu rozptylů

Group Statistics

	SKUPINA	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
bolest (v min.)	placebo	10	93,0000	16,02082	5,06623
	lék	10	67,0000	24,28992	7,68115

Independent Samples Test

	Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
								Lower	Upper
bolest (v min)	,690	,417	2,826	18	,011	26,0000	9,20145	6,66847	45,33153
			2,826	15,584	,012	26,0000	9,20145	6,45144	45,54856

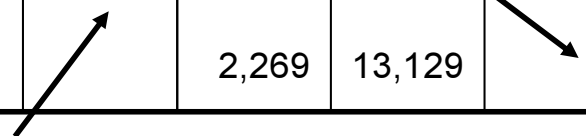
Levenův test pro shodu rozptylů

Group Statistics

SKUPINA	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
bolest (v min.) placebo	10	93,0000	16,02082	5,06623
lék	10	67,0000	32,50641	10,27943

Independent Samples Test

	Levene's Test for quality of Variance		t-test for Equality of Means						
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
								Lower	Upper
bolest (v mi Equal varianc assumed	6,343	,021	2,269	18	,036	26,0000	11,46008	1,92327	0,07673
Equal varianc not assumed			2,269	13,129	,041	26,0000	11,46008	1,26665	0,73335



T-test pro závislé výběry

- označuje se někdy také jako t-test pro párované výběry
 - v naprosté většině případů se používá pro porovnání dvou měření u stejných osob (tj. páru měření u jedné skupiny osob)
 - někdy také pro porovnání průměrů u dvou skupin osob, které tvoří páry (např. manželské či podle jiného klíče – věku, pohlaví, nemoci atd.)
-

T-test pro závislé výběry - příklad

- Psychiatr chce vyhodnotit úspěšnost určitého způsobu terapie poruch příjmu potravy. Terapie se účastnilo 10 dívek. U každé z nich byla zaznamenána váha před a po terapii. Psychiatr si chce ověřit, zda jejich hmotnost průkazně vzrostla.
-

T-test pro závislé výběry - příklad

hmotnost před terapií	hmotnost po terapii
36	45
38	41
45	40
45	45
38	45
40	63
49	59
54	63
47	54
49	61

T-test pro závislé výběry

- průměrná hmotnost před zahájením terapie **44.1** kg
směrodatná odchylka 5.90
 - průměrná hmotnost po ukončení terapie **51.6** kg
směrodatná odchylka 9.35
-

T-test pro závislé výběry - příklad

před	po	rozdíl (před - po)
36	45	-9
38	41	-3
45	40	+5
45	45	0
38	45	-7
40	63	-23
49	59	-10
54	63	-9
47	54	+7
49	61	-12

T-test pro závislé výběry

- **průměrný rozdíl** hmotnosti před a po terapii byl **7.5 kg**
směrodatná odchylka rozdílu 7.49
-

T-test pro závislé výběry

- **nulová hypotéza:** terapie není účinná – průměr populace pro hmotnost před terapií je shodný s průměrem po terapii
 - jinými slovy: je velká pravděpodobnost, že rozdíl o této velikosti (7.5 kg) je pouze náhodný
-

T-test pro závislé výběry

- **alternativní hypotéza:** terapie je účinná – existuje rozdíl v hmotnosti před a po terapii
 - jinými slovy: je jen velmi malá pravděpodobnost, že rozdíl o této velikosti (7.5 kg) je pouze náhodný
-

T-test pro závislé výběry

$$t = \frac{\bar{D}}{\frac{s_D}{\sqrt{N}}}$$

T-test pro závislé výběry

$$\square t = - 7.5 / (7.48 / \sqrt{10})$$

$$t = - 7.5 / 2.37$$

$$t = - \mathbf{3.16}$$

$$\square df = n-1 = 10-1 = \mathbf{9}$$

(počet stupňů volnosti pro vyhledání pravděpodobnosti v tabulce t-rozdělení)

T-test pro závislé výběry

- **hladina významnosti:** použijeme $\alpha = 5\%$
 - pokud je pravděpodobnost získání takto rozdílných průměrů menší než 5%, pak zamítneme H_0 (závěr - terapie je účinná)
 - pokud je pravděpodobnost získání takto rozdílných průměrů větší než 5%, pak H_0 nezamítneme - pozorovaný rozdíl přičteme náhodě
-

Table D.6 Percentage Points of the *t* Distribution (Source: The entries in this table were computed by the author.)

df	Level of Significance for One-Tailed Test								
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
	Level of Significance for Two-Tailed Test								
	.50	.40	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	63.662
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.496
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
∞	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

T-test pro závislé výběry

- kritická hodnota t je 2.262
 - získaná hodnota t je 3.16 – větší než kritická hodnota
 - rozdíl obou průměrů je tedy **statisticky významný na hladině 5%**
 - můžeme zamítnout nulovou hypotézu
 - terapie je účinná
-

T-test pro závislé výběry

Paired Samples Statistics

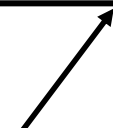
		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	před terapií	44,1000	10	5,89633	1,86458
	po terapii	51,6000	10	9,34761	2,95597

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	před terapií & po ter	10	,600	,067

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
Pair 1 před terapií - po te	-7,5000	7,48703	2,36761	-12,8559	-2,1441	-3,168	9	,011



Porovnání výzkumných plánů

- t-test pro nezávislé výběry se používá většinou u výzkumných plánů s výzkumnou a kontrolní skupinou
 - zatímco t-test pro závislé výběry většinou u výzkumných plánů s opakovaným měřením u stejných osob
-

Porovnání výzkumných plánů

- **výhody** opakovaného měření:
 - kontrola vlivu intervenujících proměnných (všichni jsou v jedné skupině, nehrají roli případné náhodné rozdíly mezi skupinami)
 - postačí menší vzorek (test pro závislé výběry má větší statistickou sílu – spíše zamítne nulovou hypotézu, pokud neplatí)
-

Porovnání výzkumných plánů

- **nevýhody** opakovaných měření:
 - nemůže být použito pro všechny výzkumné problémy (porovnání mužů a žen, vzdělaných a nevzdělaných...)
 - možný vliv učení či únavy při testování výkonovými testy
-

Kontrolní otázky

- vysvětlete pojmy
 - *nulová a alternativní hypotéza*
 - *testování hypotéz*
 - *chyby I. druhu a II*
 - jaké testy se používají pro testování hypotéz o rozdílu průměrů?
 - pro jaké typy výzkumných plánů použijete jednovýběrový t-test?
 - porovnejte užití t-testu pro nezávislé a pro závislé výběry
-

Literatura

- Hendl kapitoly 5 a 6
 - příklady použití t-testu v empirické studii:
 - Samuels J., Bienvenu O.J., Cullen B., Costa P.T. Jr, Eaton W.W., Nestadt G. (2004). Personality dimensions and criminal arrest. *Comprehensive Psychiatry*, 45, 275-280.
 - Miles, D.E., Johnson, G. (2003). Aggressive Driving Behaviors: are there psychological and attitudinal predictors? *Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour*, 6(2), 147-161.
-