Míry asociace

1. obecná definice – síla a směr vztahu
2. Pearsonův korelační koeficient
3. míry asociace pro pořadová data
4. míry asociace pro nominální data

Míry asociace

- míry asociace vyjadřují **těsnost vztahu proměnných** (a případně **směr** vztahu)

Míry asociace

- **těsnost (síla) vztahu** – vyjádřena absolutní hodnotou koeficientu
- není shoda v tom, od jaké hodnoty je vztah považován za těsný (někdy uváděno >0.70, jindy >0.30), středně těsný či slabý

Míry asociace

- **směr vztahu** – pouze u ordinálních a kardinálních proměnných, vyjádřen znaménkem koeficientu
- **pozitivní vztah** – čím vyšší hodnoty jedné proměnné, tím vyšší hodnoty druhé proměnné
- **negativní vztah** - čím vyšší hodnoty jedné proměnné, tím nižší hodnoty druhé proměnné

Pearsonův korelační koeficient

- u kardinálních dat můžeme jako míru asociace – vztahu mezi proměnnými použít **Pearsonův korelační koeficient**
- **korelace**
  - ko = s, spolu, vzájemně
  - relace = vztah
  - korelace = vzájemný vztah proměnných

Pearsonův korelační koeficient

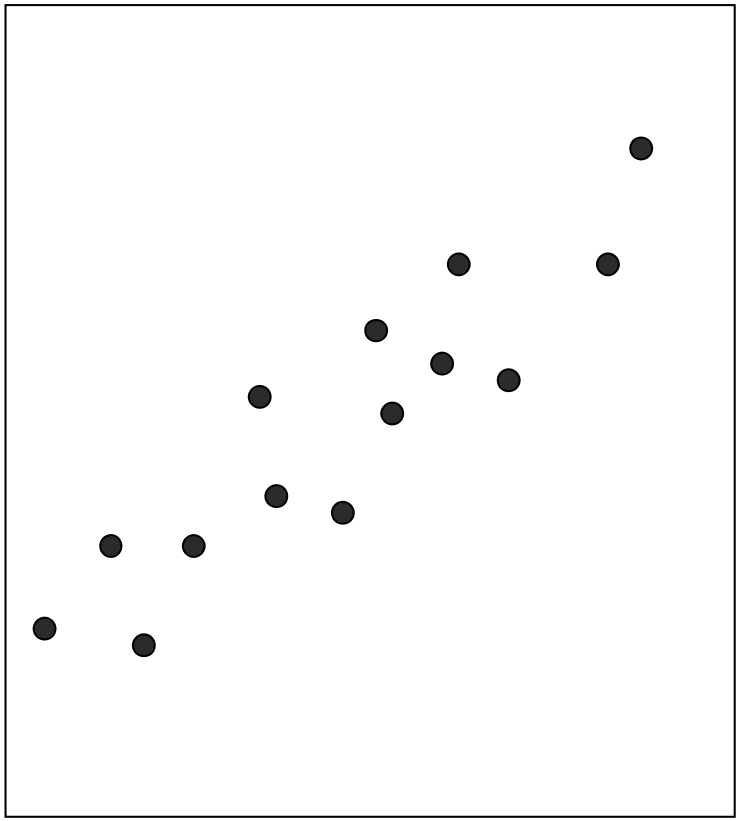
- absolutní hodnota koeficientu vyjadřuje **sílu (těsnost) vztahu**
- znaménko (+ nebo -) **směr vztahu**
- **rozsah -1 až +1**
- označuje se **r**

Pearsonův korelační koeficient

- je mírou asociace **pouze pro lineární vztahy**
- před výpočtem je vhodné zobrazit vztah mezi proměnnými také graficky – tzv. **scatter** (dvourozměrný tečkový diagram)

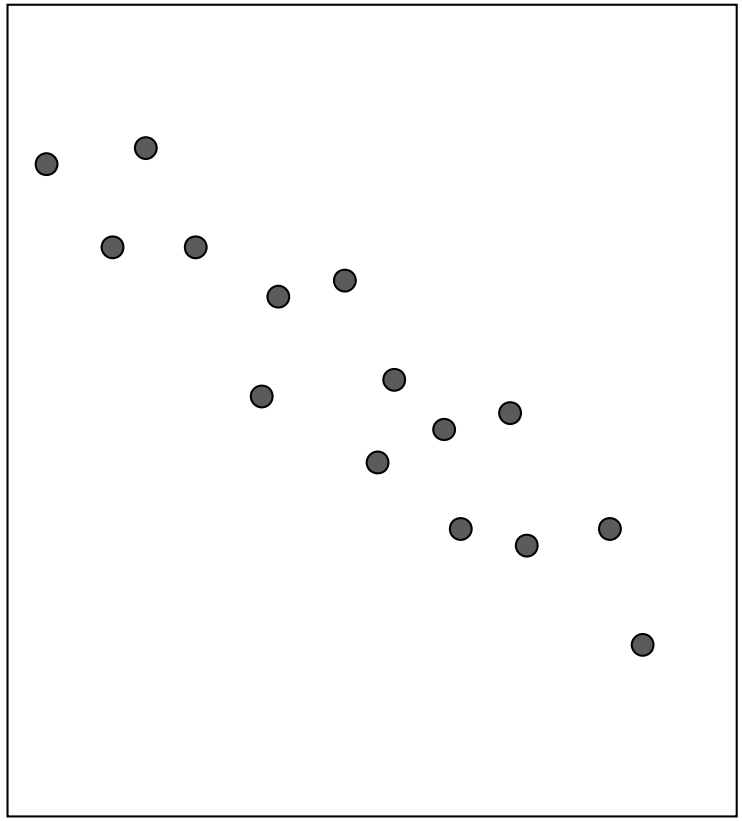
Scatter

- **pozitivní vztah** (přímá úměra) – čím vyšší hodnoty proměnné X, tím vyšší hodnoty proměnné Y
- r > 0



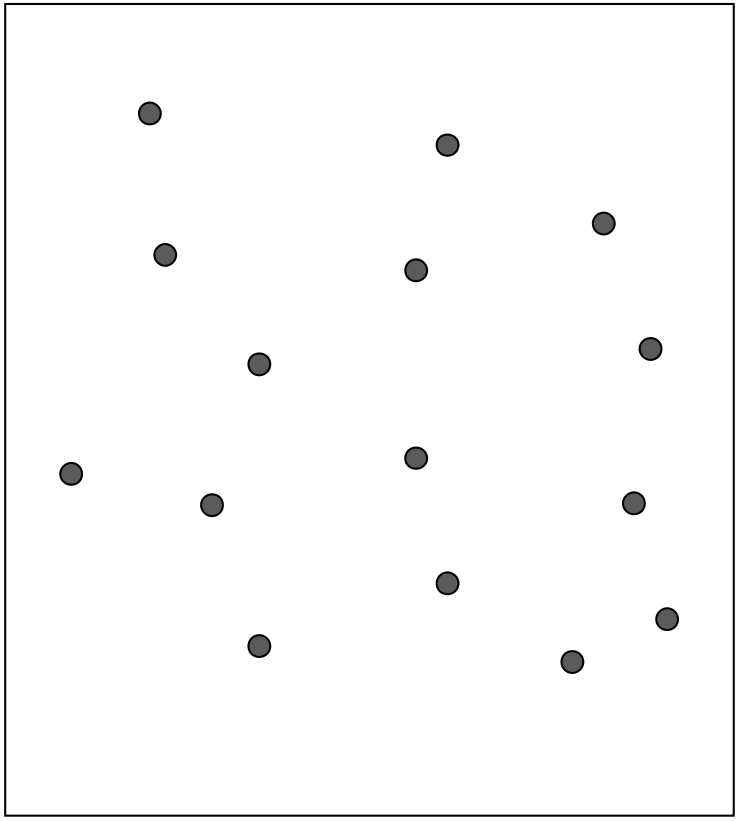
Scatter

- **negativní vztah** (nepřímá úměra) – čím vyšší hodnoty proměnné X, tím nižší hodnoty proměnné Y
- $r < 0$



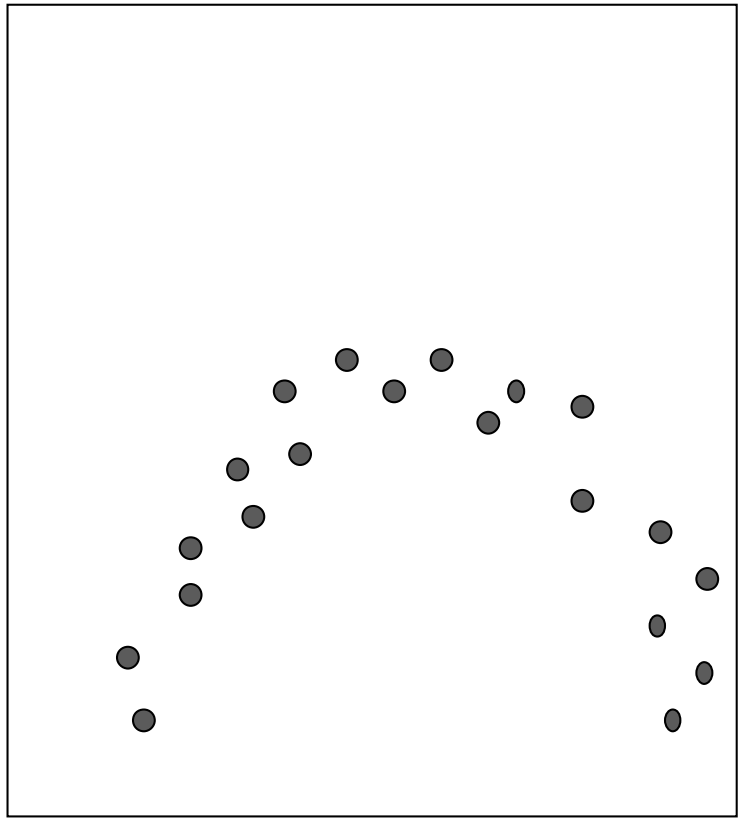
Scatter

- **žádný vztah** - hodnoty proměnné X nesouvisí s hodnotami proměnné Y
- r = 0



Scatter

- **nelineární vztah**
- r = 0



Pearsonův korelační koeficient

- sám o sobě je deskriptivní statistikou, ale podobně jako u ostatních měr asociace je možno spočíst **statistickou významnost**
- nulovou hypotézou je zde většinou $\rho=0$

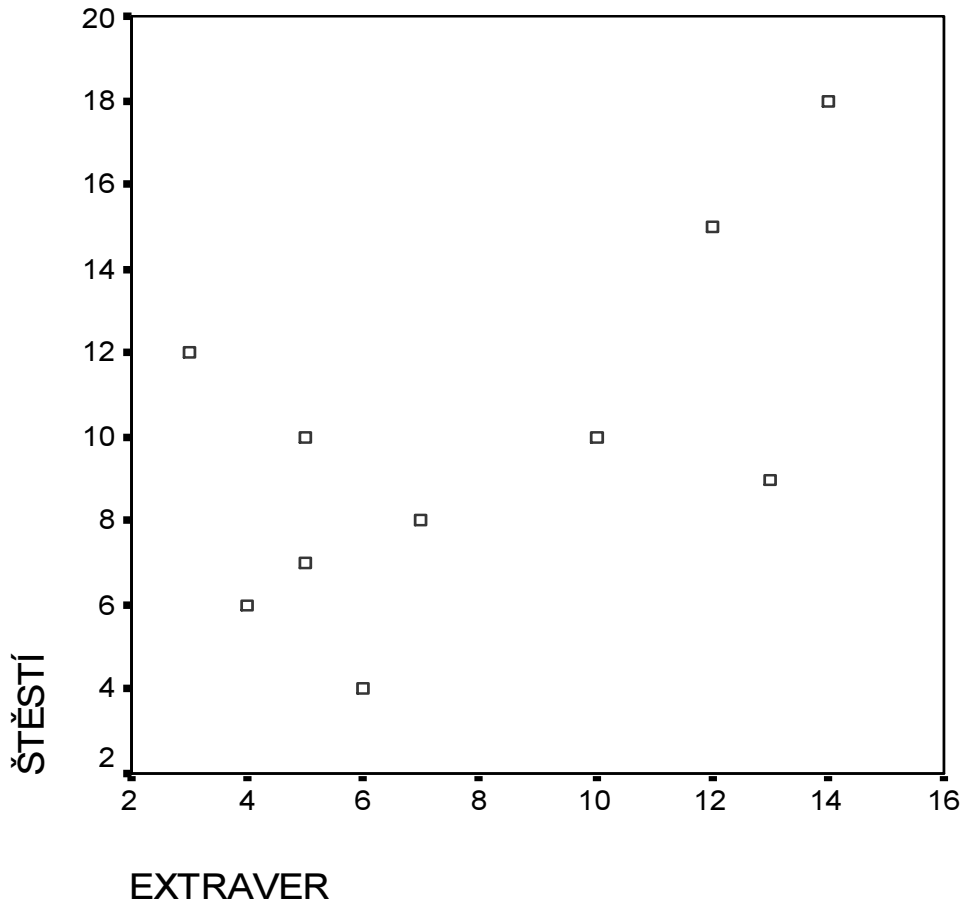
Příklad

- jak spolu souvisí pocit štěstí a míra extraverze?
- 10 osob, 2 proměnné – skór z dotazníku štěstí a skór ze škály extraverze

Příklad

extraverze (x)	**12**	**7**	**5**	**14**	**6**	**3**	**5**	**10**	**4**	**13**
štěstí (y)	**15**	**8**	**7**	**18**	**4**	**12**	**10**	**10**	**6**	**9**

Příklad



Příklad

- $m_x = 7{,}90$; $s_x = 4{,}01$
- $m_y = 9{,}90$; $s_y = 4{,}20$

Příklad

- **výpočet r**

$$r = s_{xy} / s_x * s_y$$

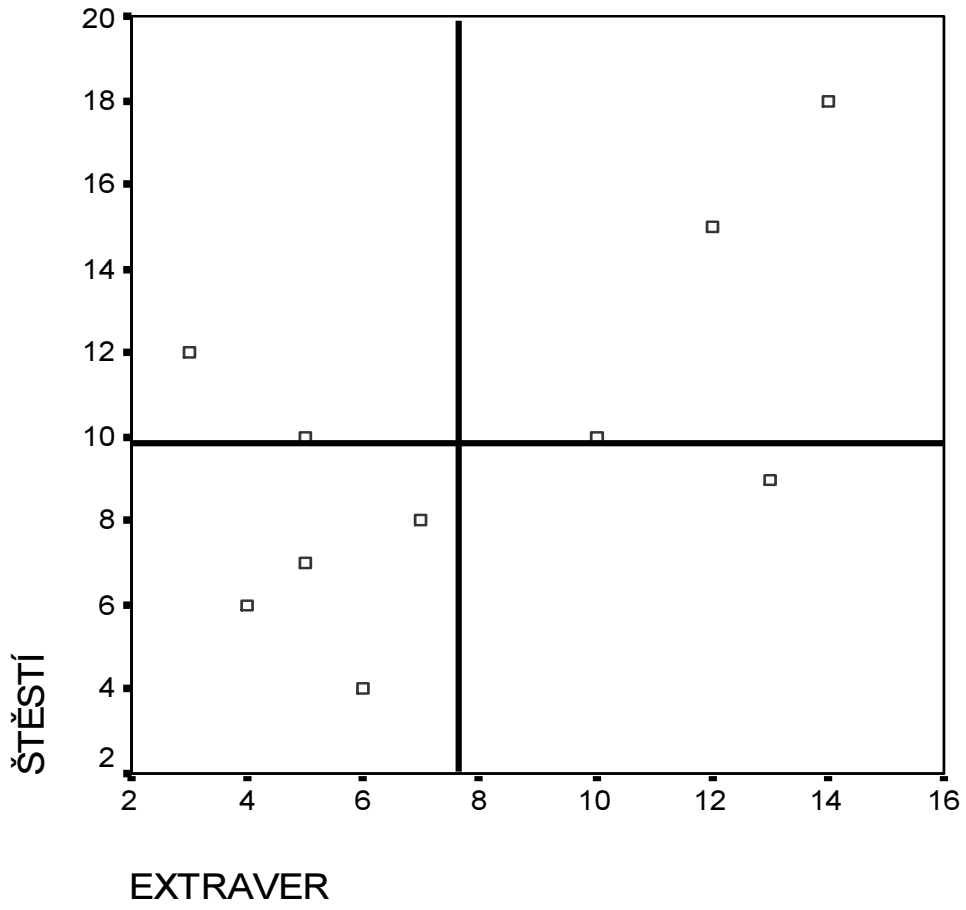
- $s_{xy} = \Sigma (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y}) / (n-1)$
- **s_x, s_y jsou směrodatné odchylky**

Příklad

- $r_{xy} = \Sigma\, x_i' * y_i' / (n-1)$

- x_i' a y_i' jsou standardizované hodnoty proměnných x a y

Příklad



Příklad

- $\mathbf{s_{xy}=}$ [(5,1*4,1) + (-1,9*-0,9) + (-2,9*-2,9) + (8,1*6,1) + (-5,9*-1,9) + (2,1*-4,9) + (0,1*-2,9) + (0,1*2,1) + (-3,9*-3,9) + (-0,9*5,1)]/ 9
- $\mathbf{s_{xy}=}$ 91,9/9 = 10,21

- $\mathbf{r_{xy}=}$ 10,21 /(4,01*4,20) = 10,21/16,84
- $\mathbf{r_{xy} = 0,606}$

Výstup v SPSS

Correlations

		EXTRAVER	ŠTĚSTÍ
EXTRAVER	Pearson Correlation	1	,606
	Sig. (2-tailed)	,	,064
	N	10	10
ŠTĚSTÍ	Pearson Correlation	,606	1
	Sig. (2-tailed)	,064	,
	N	10	10

Interpretace r

- není shoda v tom, jaká hodnota r je považována za těsný vztah
- interpretace navržená Guilfordem:
  - <0.20 zanedbatelný vztah
  - 0.20-0.40 nepříliš těsný vztah
  - 0.40-0.70 středně těsný vztah
  - 0.70-0.90 velmi těsný vztah
  - >0.90 extrémně těsný vztah

Interpretace r

- pro lepší interpretaci se koeficient korelace někdy převádí na **koeficient determinace (r^2)**
- interpretuje se jako ukazatel, kolik rozptylu v jedné proměnné může být vysvětleno rozptylem ve druhé proměnné

Interpretace r

- v našem příkladu
  - r = 0,606
  - r^2 = 0,367
- 36,7% rozdílů v míře štěstí můžeme vysvětlit rozdíly v míře extraverze

Interpretace r

- **korelace neznamená příčinný vztah mezi proměnnými!!**
  - ten můžeme ověřovat pouze experimentem, kdy jsou všechny ostatní proměnné udržovány konstatní, proměnná X předchází Y v čase atd.

Faktory ovlivňující r

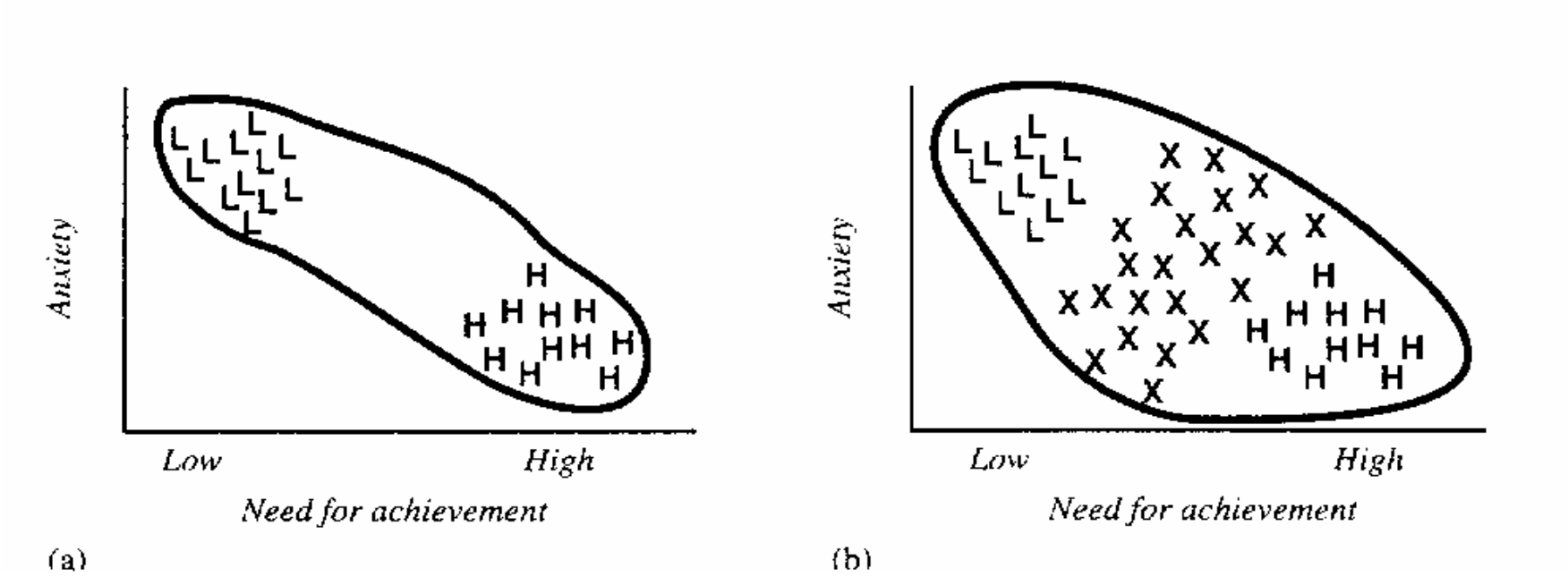
- omezený rozsah hodnot proměnné
- použití extrémních skupin
- nehomogenní soubor
- odlehlé hodnoty
- nelineární vztahy
- reliabilita použitých nástrojů

Omezený rozsah hodnot

- omezený rozsah hodnot jedné nebo obou proměnných snižuje hodnotu r
- stejně tak nízká variabilita (extrémní případ:pokud by všechny hodnoty jedné proměnné byly stejné, zákonitě r=0)

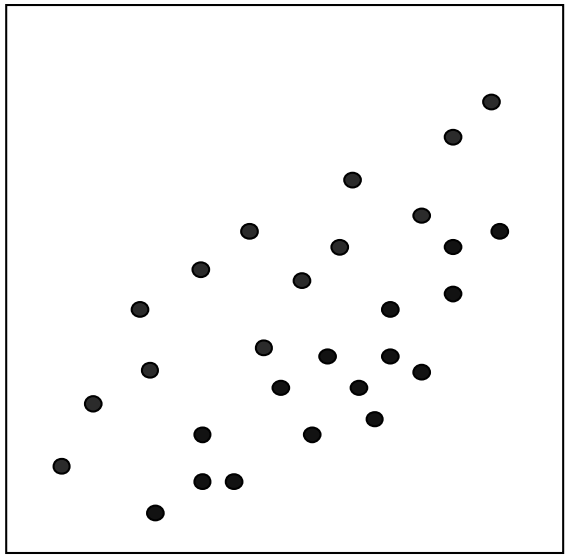
Použití extrémních skupin

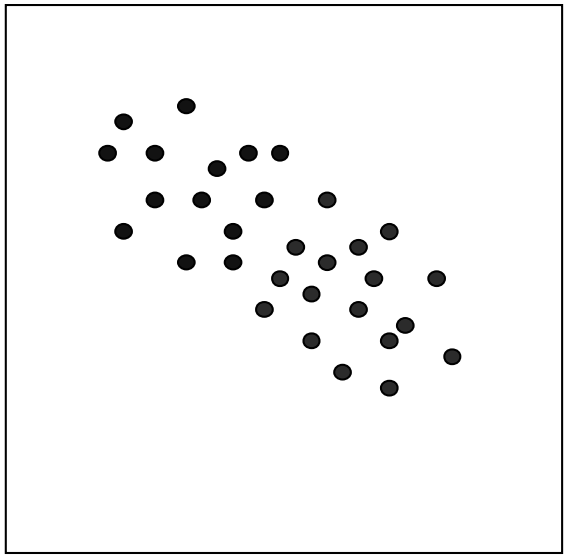
- použití extrémních skupin (např. jen osob s vysokým IQ) vede k vyššímu r



Nehomogenní soubor

- může zkreslit r jak směrem nahoru, tak dolů



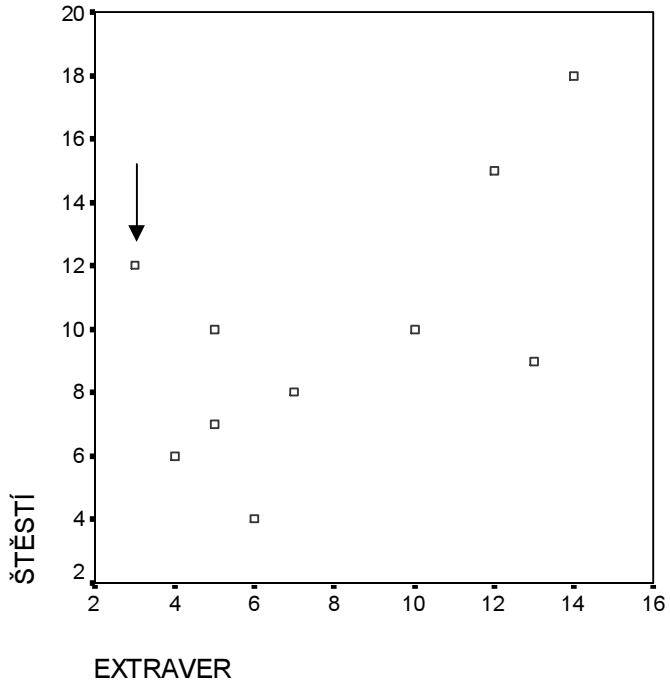


Odlehlé hodnoty

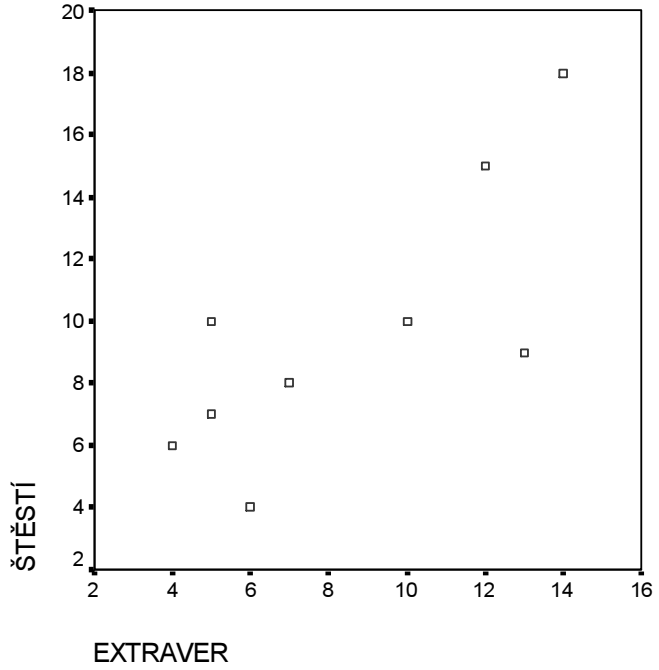
- extrémní hodnoty v jedné nebo obou proměnných mohou r výrazně zkreslit (nejen hodnotu, ale i směr), zvláště když je počet osob v souboru nízký

Extrémní hodnoty

- r= 0,606



- r= 0,766



Spearmanův koeficient

- pro pořadová data je možno spočítat **Spearmanův koeficient pořadové korelace** (ρ_s)
- počítá se tak, že
  - hodnoty obou proměnných se seřadí od nejnižší po nejvyšší a přidělí se jim pořadové číslo
  - z těchto pořadí se pak počítá Pearsonův koeficient korelace

Spearmanův koeficient

extraverze (x)	**12**	**7**	**5**	**14**	**6**	**3**	**5**	**10**	**4**	**13**
pořadí (x)	8	6	3,5	10	5	1	3,5	7	2	9
štěstí (y)	**15**	**8**	**7**	**18**	**4**	**12**	**10**	**10**	**6**	**9**
pořadí (y)	**9**	**4**	**3**	**10**	**1**	**8**	**6,5**	**7**	**2**	**5**

Spearmanův koeficient

- používá se i u kardinálních dat, pokud jsou přítomny odlehlé hodnoty

Kendallův koeficient

- používá se rovněž pro pořadová data
- označuje se τ_k (Kendallovo tau)
- princip výpočtu je jiný než u Spearmanova koeficientu

Kendallův koeficient

- seřadíme dvojice hodnot proměnných x a y tak, aby hodnoty proměnné x byly v pořadí od nejmenší po největší
- pokud je mezi proměnnými x a y kladný vztah, pak by i hodnoty proměnné y měly být ve vzestupném pořadí
- každou hodnotu proměnné y porovnáme se všemi následujícími hodnotami proměnné y

Kendallův koeficient

- pokud je $y_j > y_i$ (kdy j>i), pak nastává tzv. **konkordance** (P) – značí pozitivní vztah
- pokud je $y_j < y_i$ (kdy j>i), pak nastává tzv. **diskordance** (Q) – naznačuje negativní vztah
- Kendallovo **S = P-Q**
- dělí se počtem možných konkordancí a diskordancí **D= n*(n-1)/2**

Kendallův koeficient

extraverze (x)	3	4	5	5	6	7	10	12	13	14	
štěstí (y)	12	6	7	10	4	8	10	15	9	18	
konkordance	2	7	5	2	5	4	2	1	1	0	29
diskordance	7	1	1	3	0	0	1	1	0	0	14

Kendallův koeficient

- $t_k = S/D$
- $t_k = (P-Q)/[n*(n-1)/2]$
- $t_k = (29–14)/[10*(10-1)/2]$
- $t_k = 15/45$
- **$t_k = 0,333$**

Kendallův koeficient

- pokud v datech existuje větší počet shod ($y_j=y_i$ nebo $x_j=x_i$), upravuje se hodnota D
- tento modifikovaný koeficient se označuje jako Kendallovo tau-b

Míry asociace pro nominální data

- míry asociace pro nominální data ukazují pouze sílu vztahu dvou proměnných, nikoli směr či jiné informace o povaze vztahu
- rozlišujeme míry založené na chí-kvadrátu a míry PRE

Míry založené na chí-kvadrátu

- velikost hodnoty chí-kvadrát je ovlivněna velikostí výběru a počtem kategorií tabulky
- účelem koeficientů založených na chí-kvadrátu je eliminovat tyto vlivy

Míry založené na chí-kvadrátu

- rozsah koeficientů je obvykle mezi 0 a 1
  - čím vyšší hodnota, tím těsnější vztah
  - 0 – žádný vztah
  - 1 – absolutní vztah (z hodnot jedné proměnné můžeme předpovědět hodnoty druhé proměnné)
- pro koeficienty je možno spočítat statistickou významnost

Míry založené na chí-kvadrátu

- mezi nejčastěji užívané míry asociace založené na chí-kvadrátu patří koeficienty
  - Fí (Phi)
  - Cramerovo V (Cramer's V)
  - někdy je užíván i koeficient kontingence (Contingency Coefficient)

Míry založené na chí-kvadrátu

- **Fí koeficient** - užívá se pro tabulky 2x2 (tj. pro dichotomické proměnné, např. pohlaví)
- vypočte se tak, že se hodnota chí-kvadrátu vydělí počtem osob a výsledek se odmocní
- $\Phi^2 = \chi^2/n$

Míry založené na chí-kvadrátu

- Cramerovo V – podobný výpočet jako Fí; počet osob se navíc násobí (počtem řádků – 1)
  - (pokud je počet řádků menší než počet sloupců, jinak počtem sloupců – 1)
- $V = \chi^2/(n*m)$
- používá se pro tabulky větší než 2x2

Příklad

- příklad z minulé přednášky - jak souvisí model manželství s jeho vydařeností
- Chí-kvadrát = 18.71
- počet osob N = 154
- m = (počet řádků – 1) = (3 – 1) = 2

Kontingenční tabulka (SPSS)

model rodic. rodiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Crosstabulation

Count

		hodnoceni manzelstvi rodicu - muz			
		vydarene	prumerne	nevydarene	Total
model rodic. rodiny - muz	matka dominance	22	29	18	69
	otec dominance	14	19	11	44
	kooperativnost	29	8	4	41
Total		65	56	33	154

Příklad

- tabulka 3x3 – použijeme Cramerovo V
- $V = \sqrt{\chi^2/(n*m)}$
- $V = \sqrt{18.71/(154*2)}$
- **V = 0,246**

Příklad

- **interpretace:** hodnota 0,246 je poměrně nízká – vztah mezi modelem manželství a jeho vydařeností není příliš těsný
- v SPSS jsou uvedeny oba koeficienty (Fí i V), je třeba zvolit ten správný pro každou tabulku

Výstup v SPSS

Symmetric Measures

		Value	Approx. Sig.
Nominal by Nominal	Phi	,349	,001
	Cramer's V	,246	,001
N of Valid Cases		154	

a. Not assuming the null hypothesis.

b. Using the asymptotic standard error assuming the null hypothesis.

Míry PRE

- **PRE** je zkratka pro **Proportional Reduction in Error** (poměrná redukce chyby odhadu)
- princip PRE: porovnání odhadu hodnot závislé proměnné bez znalosti hodnot nezávislé proměnné a s její znalostí (o kolik se sníží chyba odhadu?)

Míry PRE

- **příklad** – jaký je vztah mezi pohlavím a užíváním rtěnky?*
- vypočítáme koeficient **lambda**
- pokud bychom měli odhadnout, zda náhodně vybraný respondent používá rtěnku: jaká je pravděpodobnost chybného odhadu?

- *příklad převzat z Disman: Jak se vyrábí sociologická znalost

Míry PRE

- můžeme očekávat, že více lidí rtěnku nepoužívá než používá (naprostá většina mužů + některé ženy)
- takže bude výhodnější odhadnout, že náhodně vybraný respondent rtěnku nepoužívá
- pravděpodobnost chyby závisí na podílu lidí užívajících rtěnku

Míry PRE

RTĚNKA

		Frequency	Percent
Valid	nepoužívá	97	60,6
	používá	63	39,4
	Total	160	100,0

Míry PRE

- při tomto podílu osob je pravděpobnost chyby asi 40% (když budeme odhadovat, že nádodný respondent rtěnku neužívá)
- ze 160 případů bychom se zmýlili 63x

Míry PRE

- **o kolik by se chyba zmenšila, pokud bychom znali pohlaví respondenta?**
- pro muže bychom odhadovali, že rtěnku nepoužívá, pro ženu naopak - že ji používá

Míry PRE

POHLAVÍ * RTĚNKA Crosstabulation

Count

		RTĚNKA		
		nepoužívá	používá	Total
POHLAVÍ	muži	78	2	80
	ženy	19	61	80
Total		97	63	160

Míry PRE

- pokud bychom znali pohlaví respondenta, zmýlili bychom se ve svém odhadu 21x (2 x u muže a 19x u ženy)
- **o kolik by se náš odhad zlepšil? tj. o kolik by se zmenšila naše chybovost, oproti původní chybovosti?**

Míry PRE

- chyby předtím – chyby teď = 63-21 = 42
- poměrná redukce chyby (tj. vzhledem k předchozím chybám) = **lambda** = 42/63 = **0,667**
- **chyba v odhadu užívání rtěnky se sníží asi o 67%, pokud známe pohlaví respondenta**

Míry PRE

- rozsah koeficientu lambda je od 0 do 1
- **0** znamená, že znalost hodnoty nezávislé proměnné vůbec nesníží chybu v odhadu hodnot závislé proměnné; **proměnné jsou vzájemně nezávislé**
- čím blíže **1**, tím lépe můžeme z hodnot nezávislé proměnné předpovědět hodnoty závislé proměnné

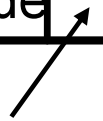
Míry PRE

- v SPSS jsou počítány 3 varianty koeficientu lambda
  - symetrická – není určeno, co je závislá a co nezávislá proměnná
  - 2 asymetrické – pro proměnnou 1 jako závislou a pro proměnnou 2 jako závislou

Výstup v SPSS

Directional Measures

			Value	Asymp. Std. Error	Approx. T	Approx. Sig.
Nominal by Nominal	Lambda	Symmetric	,706	,063	7,120	,000
		POHLAVÍ Dependent	,738	,051	9,187	,000
		RTĚNKA Dependent	,667	,082	5,057	,000



Míry PRE pro nominální data

- kromě koeficientu lambda se užívají také
  - Goodmanovo a Kruskalovo **tau** (nevyužívá při predikci nejčastější kategorii závislé proměnné jako lambda, ale rozdělení ve všech kategoriích závisle proměnné)
  - Cohenova **Kappa** – pro měření **shody dvou posuzovatelů**

Kontrolní otázky

- co vyjadřuje absolutní hodnota Pearsonova koeficientu korelace? a co jeho znaménko (+ nebo -)?
- co je to koeficient determinace?
- čím může být zkreslen korelační koeficient?

Kontrolní otázky

- rozdíl mezi mírami založenými na chí-kvadrátu a mírami PRE
- nejužívanější míry pro nominální data
- nejužívanější míry pro ordinální data

Literatura

- Hendl: kapitola 7
- ukázka výsledků korelační analýzy (v IS):
  - Parker, J. D. A., Austin, E. J., Hogan, M. J., Wood, L. M., & Bond, B. J. (2005). Alexithymia and academic success: Examining the transition from high school to university. *Personality and Individual Differences, 38*, 1257-1267.