Masarykova univerzita

Fakulta sociálních studií

Čítanka pro kurs PSY 722 — 8. část (I.)

Vybrané výzkumné postupy — I. část

1 Faktoriálne plány[1]

[1]Zdrojem této části jsou strany 331–340 z publikace Metodológia a metódy psychologického výskumu od L. Maršálové a kol. (Bratislava, Slovenské pedagogické nakladatelstvo, 1990).

5.1.1.3 Faktoriálne plány

V experimentálnych plánoch, ktorými sme sa dosiaľ zaoberali sme skúmali vplyv jednej nezávislej premennej — faktora na závislú premennú. Pritom sme pre každú úroveň sledovaného faktora mali určitý počet pozorovaní. V mnohých psychologických experimentoch je potrebné sledovať, ako vplývajú na závislú premennú dva alebo viac faktorov. Navyše nás tiež zaujíma ako vplýva na závislú premennú vzájomná interakcia týchto faktorov. V takomto prípade hovoríme o faktoriálnych plánoch.

5.1.1.3.1 Úplný náhodný faktoriálny plán

Najjednoduchší faktoriálny plán z hľadiska analýzy údajov a priradenia pokusných osôb experimentálnym podmienkam je úplný náhodný faktoriálny plán. Základnú myšlienku, ako aj výpočty potrebné na analýzu rozptylu si vysvetlíme na nasledujúcom príklade.

Príklad 5.7

V experimente sa skúmal vplyv praktických cvičení a intervalu odpočinku na zdokonalenie sa v motorickej zručnosti. Faktor praktických cvičení si označíme A. Tento faktor má v uvedenom experimente dve úrovne A_1 — 5 praktických cvičení týždenne a A_2 — 3 praktické cvičenia týždenne. Faktor intervalu odpočinku označíme B. Tento faktor má tiež dve úrovne B_1 — 3 minútový odpočinok medzi jednotlivými učeniami a B_2 — 1 minútový odpočinok. V tomto experimente budú experimentálne podmienky reprezentované všetkými možnými kombináciami úrovní každého faktora. Pretože máme 2 faktory a každý z nich má 2 úrovne, počet experimentálnych podmienok bude $2 \times 2 = 4$. Takýto typ experimentu sa nazýva faktoriálny experiment 2×2. Sú to teda kombinácie A_1B_1, A_1B_2, A_2B_1, A_2B_2. Pokusné osoby náhodne priradíme do týchto štyroch skupín tak, aby sa v každej kombinácii vyskytol rovnaký počet (vo všeobecnosti počty pokusných osôb v jednotlivých políčkach nemusia byť rovnaké). V našom experimente použijeme pre každú experimentálnu podmienku 20 pokusných osôb. Celkový počet pokusných osôb bude teda 80.

V tabuľke 5.11 sú uvedené výsledné skóre testu motorickej zručnosti pre uvedený plán.

Pomocou takto usporiadaného experimentu môžeme súčasne overovať tri štatistické hypotézy. Štatistickú významnosť rozdielov medzi praktickými cvičeniami 5-krát týždenne a 3-krát týždenne, medzi 3 minútovým a 1 minútovým odpočinkom a významnosť účinku vzájomného pôsobenia, čiže interakcie týchto dvoch faktorov.

Aby sme mohli tieto tri hypotézy testovať, rozložíme si celkový súčet štvorcov ochýlok na nasledujúce zložky:

TABUĽKA 5.11

Výsledné skóre faktoriálneho experimentu 2 × 2

Pokusné osoby	A_1 — 5 cvičení		A_2 — 3 cvičenia	
	B_1 — 3 min	B_2 — 1 min	B_1 — 3 min	B_2 — 1 min
1	9	2	8	11
2	14	6	10	12
3	6	1	11	9
4	10	9	14	7
5	10	5	9	9
6	15	9	7	6
7	10	2	9	11
8	11	11	10	9
9	14	14	9	6
10	17	1	12	8
11	10	1	13	11
12	11	8	14	12
13	10	14	12	9
14	7	4	13	7
15	8	11	7	4
16	15	5	17	10
17	12	6	9	13
18	8	8	12	6
19	14	2	8	7
20	6	5	15	8
Σ	217	124	219	175

$\Sigma\Sigma = 217 + \ldots + 175 = 735$

$$\begin{array}{c} \text{Celkový súčet} \\ \text{štvorcov} \\ \text{odchýlok} \\ S \end{array} = \begin{array}{c} \text{Súčet štvorcov} \\ \text{odchýlok} \\ \text{pre A} \\ S_A \end{array} + \begin{array}{c} \text{Súčet štvorcov} \\ \text{odchýlok} \\ \text{pre B} \\ S_B \end{array} + \begin{array}{c} \text{Súčet štvorcov} \\ \text{odchýlok} \\ \text{pre A} \times \text{B} \\ S_{AB} \end{array} + \begin{array}{c} \text{Reziduálny súčet} \\ \text{štvorcov odchýlok} \\ \text{vnútri skupín} \\ S_{rez} \end{array} \qquad (5.8)$$

V našom príklade budú potom jednotlivé súčty štvorcov

$$\text{celkový } S = 9^2 + 14^2 + \ldots + 8^2 - \frac{735^2}{80} = 1082{,}18$$

Súčet štvorcov odchýlok vnútri skupín dostaneme, ak sčítame súčty štvorcov vnútri všetkých štyroch skupín.

$$\Sigma A_1B_1^2 = 9^2 + 14^2 + \ldots + 6^2 - \frac{217^2}{20} = 188{,}55$$
$$\Sigma A_1B_2^2 = 2^2 + 6^2 + \ldots + 5^2 - \frac{124^2}{20} = 148{,}95$$
$$\Sigma A_2B_1^2 = 8^2 + 10^2 + \ldots + 15^2 - \frac{219^2}{20} = 333{,}2$$
$$\Sigma A_2B_2^2 = 11^2 + 12^2 + \ldots + 8^2 - \frac{175^2}{20} = 111{,}75$$

Potom

$$S_{rez} = 188{,}55 + 148{,}95 + 333{,}2 + 111{,}75 = 782{,}45$$

Pre výpočet S_A si najprv vypočítame súčty

$$A_1 = 217 + 124 = 341$$
$$A_2 = 219 + 175 = 394$$
$$S_A = \frac{341^2}{40} + \frac{394^2}{40} - \frac{735^2}{80} = 35{,}11$$

S_B analogicky

$$B_1 = 217 + 119 = 436$$
$$B_2 = 124 + 175 = 299$$
$$S_B = \frac{436^2}{40} + \frac{299^2}{40} - \frac{735^2}{80} = 234{,}61$$

Súčet štvorcov odchýlok pre interakciu A × B si vypočítame podľa nasledovného vzorca

$$S_{AB} = \frac{/(a + d) - (b + c)/^2}{4(n)} \tag{5.9}$$

kde jednotlivé písmená a, b, c, d zodpovedajú súčtom v políčkach podľa tabuľky 5.12 a n je počet pozorovaní pre každé políčko. To znamená v našom príklade n = 20.

TABUĽKA 5.12

Schematická tabuľka 2 × 2 pre výpočet S_{AB}

	B_1	B_2
A_1	a	b
A_2	c	d

Teda v našom príklade

a = súčet pre A_1B_1 = 217
b = súčet pre A_1B_2 = 124

c = súčet pre A_2B_1 = 219
d = súčet pre A_2B_2 = 175

keď dosadíme do (5.9) dostaneme

$$S_{AB} = \frac{[(217 + 175) - (124 + 219)]^2}{4 \cdot 20} = \frac{240,1}{80} = 30,01$$

Výslednú analýzu rozptylu uvádza tabuľka 5.13.

TABUĽKA 5.13

Analýza rozptylu pre faktoriálny experiment 2 × 2

Zdroj rozptylu	Súčet štvorcov odchýlok	Stupne voľnosti	Priemerný štvorec	F
A (praktické cvičenia)	35,11	1	34,11	3,41
B (interval odpočinku)	234,61	1	234,61	22,79**
A × B (interakcia)	30,01	1	30,01	2,92
Reziduálny (chybový)	782,45	76	10,29	
Celkový	1082,18	79		

Príslušné nulové hypotézy testujeme pomocou F-testu. V našom príklade sú nulové hypotézy, že nie sú rozdiely medzi praktickými cvičeniami, medzi intervalmi odpočinku a na výsledky experimentu nevplýva ani ich interakcia.

F hodnoty, ktoré sú uvedené v tabuľke 5.13 sme dostali vydelením príslušného priemerného štvorca, chybovým priemerným štvorcom, t. j. priemerným štvorcom vnútri skupín.

Pre praktické cvičenia $F = \dfrac{35,11}{10,29} = 3,41$ s 1 a 79 stupňami voľnosti.

Táto hodnota je menšia, ako $F_{0,05}$ (1,79) = 3,96. Nulovú hypotézu teda nemôžeme zamietnuť, čo znamená, že vplyv praktických cvičení spriemernený vzhľadom na interval odpočinku nemá v našom experimente štatisticky významný vplyv na motorickú zručnosť. Prípadné rozdiely v príslušných skóre sú spôsobené náhodne.

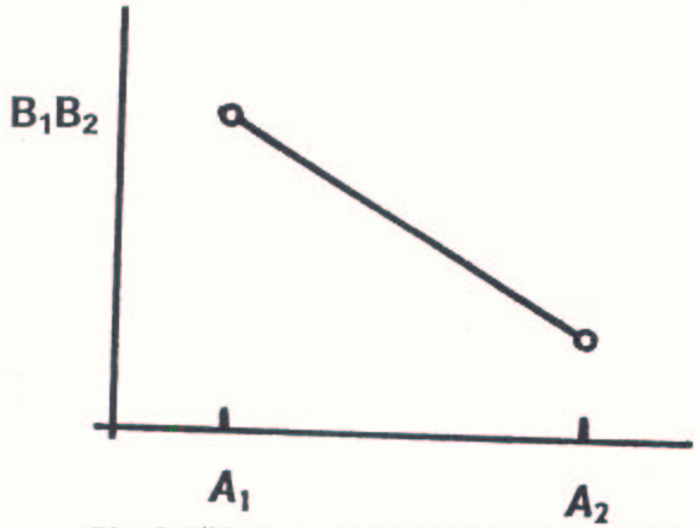
Pre interval odpočinku $F = \dfrac{234,61}{10,29} = 22,79$ s 1 a 79 stupňami voľnosti.

Pretože naša hodnota je väčšia, ako $F_{0,01}(1,79) = 6,96$, nulovú hypotézu zamietame. Vplyv intervalu odpočinku, spriemernený vzhľadom na praktické cvičenia je štatisticky významný na hladine významnosti $\alpha = 0,01$.

Pre vplyv interakcie je $F = \dfrac{30,01}{10,29} = 2,92$ s 1 a 79 stupňami voľnosti, čo je hodnota menšia ako $F_{0,05}$ (1,79) = 3,96. Vplyv interakcie teda nie je štatisticky významný. Vzhľadom na to môžeme skonštatovať, že interval odpočinku pre 5 praktických cvičení týždenne a 3 praktické cvičenia týždenne pôsobí rovnako.

Pri použití experimentálneho plánu 2 × 2 môžeme dostať rôzne kombinácie významnosti vplyvu faktorov a ich **vzájomnej interakcie.** Najjednoduchšie prípady na interpretáciu, ktoré ilustratívne uvádzame aj s príslušnými číselnými hodnotami, sú tieto:

a) Ak faktor A má významný vplyv, faktor B nemá vplyv a interakcia A × B je nevýznamná. Grafické znázornenie takéhoto vzťahu vidíme na obrázku 5.1.

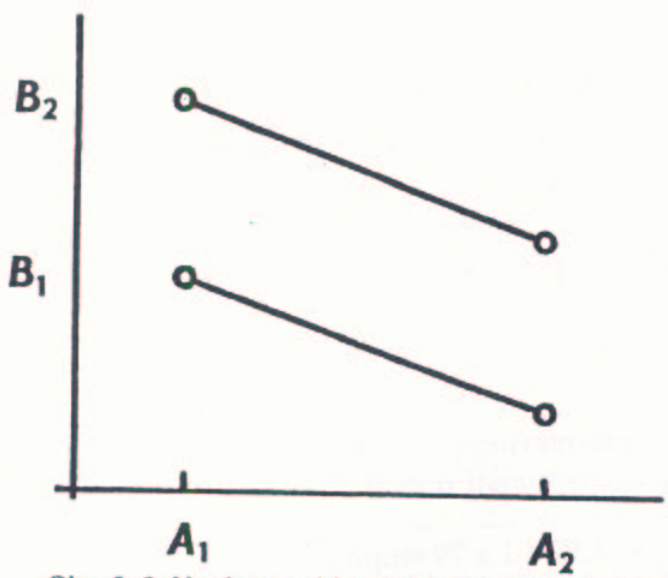


	A_1	A_2
B_1	30	20
B_2	30	20

Obr. 5. 1 Nevýznamná interakcia (A významné)

V takomto prípade sa A_1 a A_2 významne líšia na obidvoch úrovniach faktora B.

b) Podobný prípad nastane, ak obidva faktory A aj B majú významný vplyv a interakcia A × B je nevýznamná. Grafické znázornenie je na obr. 5.2.



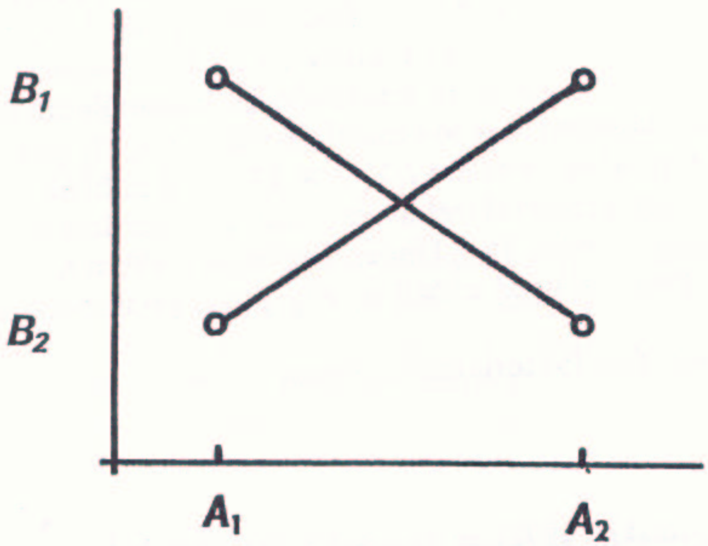
	A_1	A_2
B_1	30	20
B_2	40	30

Obr. 5. 2 Nevýznamná interakcia (A aj B významné)

Aj v tomto prípade má faktor A vplyv bez ohľadu na faktor B.

Zložitejšia situácia nastane v prípadoch, keď sa objaví významná interakcia. Vtedy je interpretácia interakcie veľmi dôležitá. Najtypickejšie príklady takejto interakcie sú

c) Ak je vplyv A aj B nevýznamný a interakcia A × B je významná. Grafické znázornenie ukazuje obr. 5.3.

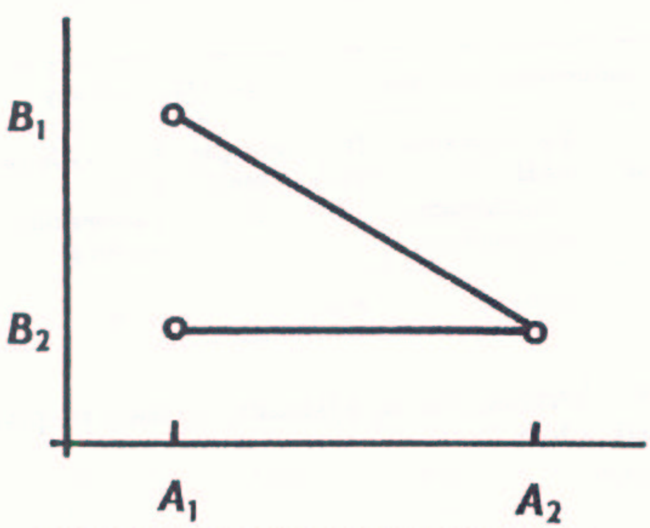


Obr. 5. 3 Významná interakcia (symetrická)

	A_1	A_2
B_1	30	20
B_2	20	30

Takýto typ interakcie sa nazýva symetrická. Tu je pôsobenie faktora A na obidvoch úrovniach faktora B opačné. To znamená, že za podmienky B_1 dáva A_1 väčšiu hodnotu ako A_2, ale za podmienky B_2 je A_2 väčšie ako A_1.

d) Ak je významný vplyv A aj B a vplyv interakcie A × B je tiež významný. Grafické znázornenie vidíme na obrázku 5.4.



Obr. 5.4 Významná interakcia (nesymetrická)

	A_1	A_2
B_1	30	20
B_2	20	20

Tu je významný vplyv faktora A na úrovni B_1, ale nie na úrovni B_2. Teda za podmienky B_1 je A_1 väčšie ako A_2, ale za podmienky B_2 sú obidve hodnoty rovnaké.

V predchádzajúcom príklade sme sledovali vplyv 2 faktorov, z ktorých každý mal 2 úrovne. Ako sme už spomenuli, išlo o faktoriálny experiment typu 2 × 2.

Analogickým spôsobom môžeme pomocou analýzy rozptylu sledovať aj **vplyv viacerých faktorov** na viac ako 2 úrovniach. V takýchto prípadoch používame faktoriálne experimenty typu 2 × 3, 2 × 4, 3 × 4, . . . (dva faktory na 2, 3, 4 . . . úrovniach) alebo 2 × 2 × 2, 2 × 2 × 3, . . . (3 faktory na 2, 3 . . . úrovniach). Počet skupín pokusných osôb, t.j. počet políčok v príslušnom faktoriálnom pláne bude závisieť od toho, koľko je vzájomných kombinácií úrovní všetkých faktorov. Napríklad v pláne 2 × 3 bude 6 políčok, v pláne 2 × 2 × 2 bude 8 políčok a pod. Pri použití zložitejších faktoriálnych plánov si treba uvedomiť, že v každom políčku potrebujeme určitý počet pokusných osôb. Pri plánoch s veľkým počtom faktorov, resp. úrovní faktorov si treba preto vopred uvážiť aj aký počet pokusných osôb máme k dispozícii.
Príklady použitia úplného náhodného faktoriálneho plánu:

Príklad 5.8

V experimente (G. V. Suchodoľskij, 1972) sa skúmal vplyv dvoch faktorov na výkon laboratórnych potkanov v bludisku. Jeden z faktorov bol aktívnosť potkana a sledoval sa na 3 úrovniach: A_1 — bystré potkany, A_2 — priemerne bystré potkany a A_3 — hlúpe potkany. Druhý sledovaný faktor — podmienky vývinu mali 2 úrovne: B_1 — voľnejšie vychovávané potkany a B_2 — potkany vychovávané v stiesnenom prostredí. V tomto prípade ide o faktoriálny experiment typu 3 × 2. Spôsob priradenia laboratórnych potkanov do 6 skupín naznačuje tabuľka 5.14.

TABUĽKA 5.14

Plán faktoriálneho experimentu 3 × 2

A_1 — bystré potkany		A_2 — priemerne bystré potkany		A_3 — hlúpe potkany	
B_1 — voľnejšie vychovávané	B_2 — vychovávané v stiesnenom prostredí	B_1 — voľnejšie vychovávané	B_2 — vychovávané v stiesnenom prostredí	B_1 — voľnejšie vychovávané	B_2 — vychovávané v stiesnenom prostredí
A_1B_1	A_1B_2	A_2B_1	A_2B_2	A_3B_1	A_3B_2

Výpočty jednotlivých súčtov štvorcov odchýlok, ako aj výslednej analýzy rozptylu sú analogické ako v pláne 2 × 2 z príkladu 5.7.

Príklad 5.9

V ďalšom experimente sa sledoval vplyv troch faktorov na množstvo učebnej látky osvojenej na konci určitého obdobia nácviku. Faktory, ktoré sa skúmali boli: A — miera únavy na dvoch úrovniach (veľká a malá), B — zmysluplnosť učebnej látky na dvoch úrovniach (bezzmyslové slabiky a próza) a C — pohlavie tiež na dvoch úrovniach (muži a ženy). Plán takéhoto faktoriálneho experimentu typu 2 × 2 × 2 uvádza tabuľka 5.15.

TABUĽKA 5.15.

Plán faktoriálneho experimentu 2 × 2 × 2

A_1				A_2			
B_1		B_2		B_1		B_2	
C_1	C_2	C_1	C_2	C_1	C_2	C_1	C_2
$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_2$						$A_2B_2C_2$

Z tabuľky vidíme, že v takomto experimente potrebujeme 8 skupín pokusných osôb. V prvej skupine budú pokusné osoby, ktoré sa budú učiť v stave veľkej únavy (A_1), pričom zadanou učebnou látkou budú bezzmyslové slabiky (B_1) a v tejto skupine budú iba muži (C_1). V poslednej skupine budú osoby, ktoré sa budú učiť pri malej únave (A_2), učebnou látkou bude próza (B_2) a v skupine budú ženy (C_2). Podobne sa vytvoria aj ostatné skupiny pokusných osôb.

5.1.1.3.2 Faktoriálne plány s náhodnými blokmi

Uvažujme znovu faktoriálny experiment 2 × 2. V takomto experimente teda potrebujeme 4 skupiny pokusných osôb — t. j. 4 experimentálne podmienky. V prípade, že by sme použili úplný náhodný faktoriálny plán, priradíme každej podmienke náhodne určitý počet pokusných osôb. Predpokladajme však, že vplyv faktorov, ktoré skúmame môže napr. skresliť aj rôzna výška inteligencie pokusných osôb, ktorú v danom pláne nesledujeme. Aby sme toto skreslenie mohli kontrolovať použijeme **faktoriálny plán s náhodnými blokmi.**

P r í k l a d 5.10

20 pokusných osôb, u ktorých chceme použiť faktoriálny experiment 2 × 2 rozdelíme na základe inteligenčného testu na 5 homogénnych blokov, po 4 pokusných osobách. Jednotlivé experimentálne podmienky A_1B_1, A_1B_2, A_2B_1, A_2B_2 priradíme pokusným osobám v každom bloku náhodne. Príklad takéhoto priradenia je v tabuľke 5.16.

TABUĽKA 5.16

Náhodné priradenie podmienok v blokoch

Blok 1	A_1B_2	A_2B_1	A_1B_1	A_2B_2
Blok 2	A_1B_1	A_2B_1	A_2B_2	A_1B_2
Blok 3	A_2B_2	A_1B_2	A_2B_1	A_1B_1
Blok 4	A_2B_2	A_1B_2	A_1B_1	A_2B_1
Blok 5	A_1B_2	A_1B_1	A_2B_1	A_2B_2

Tabuľka 5.17 uvádza výsledky experimentu, v ktorom sa použil faktoriálny plán 2 × 2 s náhodnými blokmi.

TABUĽKA 5.17

Výsledky experimentu

Bloky	Podmienky				
	A_1B_1	A_1B_2	A_2B_1	A_2B_2	Σ
1	5	4	4	7	20
2	4	5	3	5	17
3	3	6	2	6	17
4	2	3	1	4	10
5	1	2	0	3	6
Σ	15	20	10	25	70

Celkový súčet štvorcov odchýlok v tomto prípade sa rozloží na nasledovné zložky:

$$\underset{S}{\text{Celkový súčet štvorcov odchýlok}} = \underset{S_A}{\text{Súčet štvorcov odchýlok pre A}} + \underset{S_B}{\text{Súčet štvorcov odchýlok pre B}} + \underset{S_{AB}}{\text{Súčet štvorcov odchýlok pre A} \times \text{B}} +$$

$$+ \underset{S_{bl}}{\text{Súčet štvorcov odchýlok pre bloky}} + \underset{S_{rez}}{\text{Reziduálny (chybový) súčet štvorcov odchýlok}} \qquad (5.10)$$

Vypočítame si tieto súčty štvorcov pre výsledky z tabuľky 5.17.

$$\text{Celkový } S = (5)^2 + (4)^2 + \ldots + (3)^2 - \frac{(70)^2}{20} = 65{,}0$$

$$\text{Bloky } S_{bl} = \frac{(20)^2}{4} + \frac{(17)^2}{4} + \ldots + \frac{(6)^2}{4} - \frac{(70)^2}{20} = 33{,}5$$

Pre výpočet S_A, S_B, a S_{AB} si z tabuľky 5.17 urobíme pomocnú tabuľku.

TABUĽKA 5.18

	B_1	B_2	Σ
A_1	15	20	35
A_2	10	25	35
Σ	25	45	70

Potom

$$S_A = \frac{(35)^2}{10} + \frac{(35)^2}{10} - \frac{(70)^2}{20} = 0$$

$$S_B = \frac{(25)^2}{10} + \frac{(45)^2}{10} - \frac{(70)^2}{20} = 20{,}0$$

$$S_{AB} = \frac{/(15 + 25) - (20 + 10)/^2}{(4) . (5)} = 5,0$$

Reziduálny, čiže chybový súčet štvorcov odchýlok

$$S_{rez} = S - S_A - S_B - S_{AB} - S_{bl} = 65,0 - 0 - 20,0 - 5,0 - 33,5 = 6,5$$

Výslednú analýzu rozptylu uvádza tabuľka 5.19.

TABUĽKA 5.19

Analýza rozptylu pre faktoriálny experiment s náhodnými blokmi

Zdroj rozptylu	Súčet štvorca odchýlok	Stupne voľnosti	Priemerný štvorec	F
A	0,0	1		
B	20,0	1	20,00	37,0**
A × B	5,0	1	5,00	9,3*
Bloky	33,5	4	8,38	
Reziduálny (chybový)	6,5	12	0,54	
Celkový	65,0	19		

5.1.1.3.3 Výhody faktoriálneho plánu

Faktoriálny plán má mnohé vlastnosti, pre ktoré ho často treba uprednostniť pred inými jednoduchšími plánmi.

Faktoriálny plán je účinnejší ako úplný náhodný plán, pretože môže súčasne poskytnúť informácie o účinku viacerých nezávislých premenných na príslušnú závislú premennú. Napríklad môžeme zistiť nielen to, ktoré metódy vyučovania sú vzhľadom na jeho kvalitu najvhodnejšie, ale aj ako na ňu pôsobí typ učiteľa, druh hodnotenia výsledkov, postoj žiaka k učeniu, atď. Tieto otázky by mohol zodpovedať aj úplný náhodný plán, ale by bolo treba viac experimentov, čím by vzrástol počet pokusných osôb. Navyše nám faktoriálny plán umožňuje študovať účinky interakcie nezávislých premenných — faktorov na závislú premennú.

Premenné,.s ktorými sa nedá manipulovať, môžeme použitím faktoriálneho plánu kontrolovať. Namiesto zostavovania homogénnych skupín, napr. podľa pohlavia, inteligencie, schopnosti a pod., môžeme zabudovať tieto premenné — a mnoho iných takýchto premenných do faktoriálneho plánu.

Ďalšou výhodou je presnosť v analýze rozptylu. Pre úplný náhodný plán počítame s rozptylom vnútri skupín, ako keby bol skutočne „náhodný". To však v mnohých prípadoch nie je úplne správne. Tento rozptyl obsahuje okrem skutočne náhodného aj rozptyl spôsobený individuálnymi rozdielmi. Ak nájdeme spôsob, ako kontrolovať alebo merať interindividuálny rozptyl, t. j., ako ho oddeliť, potom môžeme presnejšie merať skutočný náhodný rozptyl. Teda zavedením ďalšej nezávislej premennej identifikujeme časť rozptylu, ktorú sme pripisovali náhodným vplyvom a chybám.