

ÚVOD DO LOGLINEÁRNÍHO MODELOVÁNÍ

- historie

- až do 60. let se k analýze kontingenčních tabulek používal pouze chí-kvadrát test, byl schopen odpovědět na otázku, zdali existuje mezi proměnnými vztah
- při vícerozměrných tabulkách se počítal chí-kvadrát pro každou dvojrozměrnou sub-tabulku zvlášť, aby se ukázalo, kde vztah existuje a neexistuje
- v 70. letech se situace dramaticky mění s texty Leo Goodmana a se dvěma učebnicemi zaměřenými na analýzu kontingenčních tabulek (Bishop, Finberg, Holland, 1975; Habermann 1975)
- v průběhu 80. a 90. let se log-lineární modelování stává součástí standardních statistických znalostí

ÚVOD DO LOGLINEÁRNÍHO MODELOVÁNÍ (POKR.)

- log-lineární modely jsou navrženy pro modelování kontingenčních tabulek, používají se tedy k analýze vztahů mezi proměnnými v kontingenčních tabulkách,
- Goodman (1981) dělí kontingenční tabulky podle vztahů mezi proměnnými na 3 typy:
 - sdružená distribuce dvou vysvětlujících proměnných (např. váha a výška)
 - kauzální vztah mezi vysvětlovanou a vysvětlujícími proměnnými (např. kouření a rakovina)
 - asociace mezi dvěma vysvětlovanými proměnnými (např. postoj k interrupcím a postoj k předmanželskému sexu)

ÚVOD DO LOGLINEÁRNÍHO MODELOVÁNÍ

- závisle proměnná je v tomto případě počet případů v jednotlivých polích tabulky (poměrová proměnná), aplikace je tedy možná pouze na agregovaná data, při interpretaci pak nerozlišujeme závisle a nezávisle proměnnou jako v logistické regresi
- log-lineární modely jsou schopny ukázat pouze asociaci mezi proměnnými, v tomto smyslu je tato analýza analogická korelační analýze zaměřené na vzorec a sílu vztahu mezi spojitými proměnnými
- název log-lineární analýza je odvozen od transformace, při níž jsou frekvence v polích tabulky převedeny do přirozených logaritmů (v jazyce GLM se jedná o LOG link) a tyto hodnoty jsou modelovány jako lineární funkce sady parametrů

HIERARCHICKÉ LOGLINEÁRNÍ MODELY

- v hierarchických loglineárních modelech je přirozený logaritmus tabulkových četností modelován jako suma efektů, platí přitom princip hierarchie: každá složitější interakce (komplikovanější parametr) obsahuje vždy všechny jednodušší interakce (jednodušší parametry)
- **aditivní (lineární) rovnice** saturevaného modelu ($f_{ij} = F_{ij}$) pro trojrozměrnou tabulku je:

$$\log(F_{ijk}^{MWY}) = \lambda + \lambda_i^M + \lambda_j^W + \lambda_k^Y + \lambda_{ik}^{MY} + \lambda_{jk}^{WY} + \lambda_{ij}^{MW} + \lambda_{ijk}^{MWY}$$

kde $\log(F_{ijk}^{MWY})$ je přirozený logaritmus očekávané (modelované) četnosti, pro i -tý řádek (M), j -tý sloupec (W) a k -tou vrstvu (Y), přičemž λ je hlavním průměrem, λ_i^M , λ_j^W , λ_k^Y jsou marginálními efekty proměnných M, W, Y , λ_{ij}^{MW} , λ_{ik}^{MY} , λ_{jk}^{WY} jsou dvojrozměrnými interakcemi (asociacemi) mezi proměnnými M, W, Y a λ_{ijk}^{MWY} je trojrozměrnou interakcí mezi proměnnými M, W , a Y

- **upravená rovnice:**

$$F_{ijk}^{MWY} = e^{(\lambda + \lambda_i^M + \lambda_j^W + \lambda_k^Y + \lambda_{ik}^{MY} + \lambda_{jk}^{WY} + \lambda_{ij}^{MW} + \lambda_{ijk}^{MWY})}$$

$$F_{ijk}^{MWY} = e^\lambda (e^{\lambda_i})^M (e^{\lambda_j})^W (e^{\lambda_k})^Y (e^{\lambda_{ik}})^{MY} (e^{\lambda_{jk}})^{WY} (e^{\lambda_{ij}})^{MW} (e^{\lambda_{ijk}})^{MWY}$$
- **multiplikativní rovnice** saturevaného modelu tedy je:

$$F_{ijk}^{MWY} = \tau \tau_i^M \tau_j^W \tau_k^Y \tau_{ik}^{MY} \tau_{jk}^{WY} \tau_{ij}^{MW} \tau_{ijk}^{MWY}$$

HIERARCHICKÉ LOGLINEÁRNÍ MODELY

- v nesaturovaných modelech jsou některé z parametrů vynechány, znamená to, že předpokládáme, že jejich efekt odpovídá nule
- hierarchických nesaturovaných modelů přitom platí pravidlo, že pokud vynecháme některý z jednodušších parametrů, tak musíme vynechat rovněž všechny vyšší parametry/interakce, které tento parametr tvoří a naopak
- např. pokud model obsahuje parametr λ_{ij}^{MW} , tak musí obsahovat rovněž jednodušší parametry λ_i^M , λ_j^W
- nebo pokud je dvojrozměrná interakce λ_{ij}^{MW} z modelu vynechána, tak z modelu musí být vynechána rovněž i složitější interakce λ_{ijk}^{MWY} , která dvojrozměrnou interakci obsahuje, a rovněž musejí být rovny nule všechny další vyšší interakce

PARAMETRY LOGLINEÁRNÍCH MODELŮ

- parametry loglineárního modelu ukazují přirozené logaritmy očekávaných/modelových četností jako důsledek tzv. „efektů“, což znamená, že tyto parametry lze interpretovat jako velikost efektu, jímž poznamenávají:
 - distribuci marginálií (jednoduché parametry $\lambda_i, \lambda_j, \lambda_k$)
 - asociaci nebo parciální asociaci mezi dvěma proměnnými (dvojrozměrné interakční parametry $\lambda_{ij}, \lambda_{ik}, \lambda_{jk}$)
 - vícerozměrnou asociaci (vícerozměrné interakční parametry λ_{ijk})
- příklady modelů a interpretace parametrů pro trojrozměrnou tabulku M a W podle Y.
 - jednoduchý model $\log(F_{ijk}^{MWY}) = \lambda$ se označuje jako „grand mean model“ a předpokládá, že všechny přirozené logaritmy tabulkových četností jsou si rovné
 - jedná se o „equiprobability model“ a λ je zde chápána jako konstanta (intercept)
 - složitější model $\log(F_{ijk}^{MWY}) = \lambda + \lambda_i^M + \lambda_j^W + \lambda_k^Y$ předpokládá, že přirozené logaritmy tabulkových četností jsou navíc ještě funkcí marginálních četností jednotlivých proměnných
 - jedná se o model nezávislosti (nepředpokládáme výskyt interakcí)
 - parametry $\lambda_i^M, \lambda_j^W, \lambda_k^Y$ ukazují relativní počet případů v jednotlivých variantách proměnných M, W a Y.

PARAMETRY LOGLINEÁRNÍCH MODELŮ

- ještě složitější model $\log(F_{ij}^{MWY}) = \lambda + \lambda_i^M + \lambda_j^W + \lambda_k^Y + \lambda_{ik}^{MY} + \lambda_{jk}^{WY}$ předpokládá, že přirozené logaritmy tabulkových četností jsou navíc ještě funkcí dvojrozměrných interakcí MY a WY
 - jedná se o model podmíněné nezávislosti (vztah mezi MW je modelován tak, aby zavedením třetí proměnné Y zmizel, nepředpokládáme tedy interakci MW)
 - parametry λ_{ik}^{MY} , λ_{jk}^{WY} ukazují velikost parciální asociace mezi M a Y , M a Y
- ještě složitější model $\log(F_{ij}^{MWY}) = \lambda + \lambda_i^M + \lambda_j^W + \lambda_k^Y + \lambda_{ij}^{MW} + \lambda_{ik}^{MY} + \lambda_{jk}^{WY}$ předpokládá, že přirozené logaritmy tabulkových četností jsou ještě navíc funkcí dvojrozměrných interakcí MW , MY a WY
 - jedná se o model konstantní asociace (vztah mezi MW je modelován jako neměnný podle třetí proměnné Y)
 - parametry λ_{ij}^{MW} , λ_{ik}^{MY} , λ_{jk}^{WY} ukazují velikost parciální asociace mezi M a W , M a Y , M a Y
- nejsložitější model $\log(F_{ijk}^{MWY}) = \lambda + \lambda_i^M + \lambda_j^W + \lambda_k^Y + \lambda_{ij}^{MW} + \lambda_{ik}^{MY} + \lambda_{jk}^{WY} + \lambda_{ijk}^{MWY}$ předpokládá, že přirozené logaritmy tabulkových četností jsou ještě navíc funkcí trojrozměrné interakce MWY
 - jedná se o saturovaný model (všechny parametry, jež ovlivňují strukturu dat)
 - parametr λ_{ijk}^{MWY} v tomto případě ukazuje, jak se jednotlivé dvojrozměrné interakce liší jedna od druhé v rámci kategorií třetí proměnné, neboli popisuje rozdíl mezi parciální a podmíněnou asociací

PARAMETRY LOGLINEÁRNÍCH MODELŮ A INTERPRETACE

- při celkové interpretaci odlišujeme substantivně méně významné parametry (jednoduché parametry v rovnici, obvykle sedí na data přesně, protože jsou odhadnuty přesně) a substantivně významné parametry (obvykle interakční parametry)
- obecně platí, že parametry marginálií absorbují marginální distribuce a interakční parametry odkazují k asociaci.
- dvojrozměrné interakční parametry tedy přímo korespondují s přirozeným logaritmem poměru šancí v tabulkách:

$$\begin{aligned} \log(OR) &= \log \frac{F_{ij} F_{i'j'}}{F_{i'j} F_{ij'}} = \log F_{ij} + \log F_{i'j'} - \log F_{i'j} - \log F_{ij} = (\lambda + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_{ij}^{AB}) \\ &+ (\lambda + \lambda_{i'}^A + \lambda_{j'}^B + \lambda_{i'j'}^{AB}) - (\lambda + \lambda_i^A + \lambda_{j'}^B + \lambda_{ij'}^{AB}) - (\lambda + \lambda_{i'}^A + \lambda_j^B + \lambda_{ij}^{AB}) \\ &= \lambda_{ij}^{AB} + \lambda_{i'j'}^{AB} - \lambda_{ij'}^{AB} - \lambda_{i'j}^{AB} \end{aligned}$$

- odhadnuté parametry v rovnici musejí být normalizovány, aby mohly být identifikovány, rozlišujeme:
 - ANOVA typ normalizace, neboli effect coding
 - dummy coding

EFFECT CODING & DUMMY CODING

- effect coding:** součet každé sady parametrů u každého i nebo j se rovná 0 (nebo 1)

$$\log(F_{ij}^{AB}) = \lambda + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_{ij}^{AB}$$

$$F_{ij}^{AB} = \tau \tau_i^A \tau_j^B \tau_{ij}^{AB}$$

$$\sum_i \lambda_i^A = \sum_j \lambda_j^B = \sum_i \lambda_{ij}^{AB} = \sum_j \lambda_{ij}^{AB} = 0 \quad \prod_i \lambda_i^A = \prod_j \lambda_j^B = \prod_i \lambda_{ij}^{AB} = \prod_j \lambda_{ij}^{AB} = 1$$

parametry interpretujeme na základě vztahu k průměru, tedy k modelu, který předpokládá, že distribuce četností v tabulce jsou totožné a odpovídají 0 (nebo $e^0=1$), jedná se modelování všechny parametrů jako odchylek od „equiprobability“ modelu

- dummy coding:** interpretace parametrů na základě vztahu ke zvoleným (obvykle prvním) kategoriím, i' a j' jsou referenční kategorie (=0), a proto λ_{ij}^{AB} přímo vyjadřuje přirozený logaritmus poměru (nebo poměr) šancí mezi variantami proměnných vzhledem k referenčním kategoriím

$$\lambda_1^A = \lambda_1^B = \lambda_{1j}^{AB} = \lambda_{i1}^{AB} = 0$$

$$\tau_1^A = \tau_1^B = \tau_{1j}^{AB} = \tau_{i1}^{AB} = 1$$

- normalizace je otázkou konvence a i když jsou velikosti parametrů podle typu normalizace odlišné, rozdíly mezi nimi a výsledná interpretace modelu se neliší, stejně jako se neliší očekávané (modelové) četnosti (LEM preferuje effect coding, nicméně lze zvolit dummy coding, Stata pracuje s dummy coding)

PŘÍKLAD NORMALIZACE PARAMETRŮ

- effect coding:** parametry dvojrozměrné interakce (výstup z programu LEM)

	beta	std err	z-value	exp(beta)
1 1	1.8352	0.0358	51.302	6.2663
1 2	0.2354	0.0252	9.338	1.2655
1 3	-0.6977	0.0252	-27.707	0.4978
1 4	-1.3730			0.2534
2 1	0.1875	0.0211	8.896	1.2063
2 2	1.0131	0.0145	69.950	2.7542
2 3	-0.0843	0.0132	-6.401	0.9192
2 4	-1.1164			0.3275
3 1	-0.5475	0.0227	-24.119	0.5784
3 2	-0.1104	0.0146	-7.588	0.8955
3 3	0.4229	0.0125	33.857	1.5264
3 4	0.2350			1.2650
4 1	-1.4752			0.2287
4 2	-1.1382			0.3204
4 3	0.3590			1.4319
4 4	2.2543			9.5290

11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34
41	42	43	44

Proveď důkaz, že parametry ukazují jednu a tu samou věc a že tedy typ normalizace je otázkou konvence!!!

- dummy coding:** parametry dvojrozměrné interakce (výstup z programu STATA)

Variable	Label	estimate	s.e.	p-value
rc_fi2	Full interaction: level 2	2.4254	0.0281	0.0000
rc_fi3	Full interaction: level 3	2.2611	0.0371	0.0000
rc_fi4	Full interaction: level 4	1.9044	0.1116	0.0000
rc_fi5	Full interaction: level 5	2.0370	0.0392	0.0000
rc_fi6	Full interaction: level 6	3.5034	0.0564	0.0000
rc_fi7	Full interaction: level 7	3.9910	0.1241	0.0000
rc_fi8	Full interaction: level 8	1.9369	0.0933	0.0000
rc_fi9	Full interaction: level 9	4.3672	0.1043	0.0000
rc_fi10	Full interaction: level 10	6.9380	0.1613	0.0000

0	0	0	0
0	fi2	fi3	fi4
0	fi5	fi6	fi7
0	fi8	fi9	fi10

POSTUP PŘI LOGLINEÁRNÍM MODELOVÁNÍ

- kontingenční tabulky obvykle zachycují vzorec, který není běžnému pozorovateli zřejmý (v sociální realitě existuje struktura, která je součástí každodenního jednání, která je ovšem pozorovatelná při dostatečném počtu pozorování - **zákon velkých čísel** - „z ptáčích perspektivy“ právě tabulkovým uspořádáním jednotlivých proměnných
- v případě jednoduché (dvojrozměrné) tabulky se tento vzorec v sociálních vědách obvykle interpretuje na základě podílových vyjádření a koeficientů asociace
- v případě vícerozměrné tabulky musíme pro data odhadnout log-lineární model, v němž strukturu dat specifikujeme (modelujeme ji na základě určitých předpokladů) a v případě sednutí modelu na data pak můžeme interpretovat vztahy, které se v tabulce vyskytují
- specifikace loglineárních modelů a rozhodnutí o jejich „sednutí“ na data je tedy proces, v němž se rozhodujeme, která z asociací a interakcí se významně neliší od 0, tyto parametry pak z modelu eliminujeme a dostáváme se tak k parametrům, které významně přispívají ke vztahům v tabulce

POSTUP PŘI LOGLINEÁRNÍM MODELOVÁNÍ

- při modelování postupujeme stejným způsobem jako v logistické regresi nebo regresní analýze, hledáme co
 - co **nejpřesnější model** (rozdíl mezi modelovými četnostmi a měřenými četnostmi je malý, neboli velikost residuálů je malá a jejich rozložení + a - je stejné)
 - a zároveň co **nejúspornější model** (nízký počet parametrů, tedy vysoký počet df)
- nejpreciznější model ($df=0$) je saturovaný model - jedná se o parametrizaci pozorovaných četností bez odpovědi na otázku, který z parametrů substantivně přispívá ke struktuře dat v tabulce
- úsporný model má vysoký počet df , obvykle se jedná o model nezávislosti
- loglineární modelování je pak hledání modelu, který se nachází někde mezi modelem nezávislosti (pokud tento nesedí na data) a saturovaným modelem

ODHAD HIERARCHICKÉHO LOGLINEÁRNÍHO MODELU

- **přímý odhad**: výpočet očekávaných četností z distribucí marginálních četností, lze použít pouze v případě testování nulové hypotézy, tedy modelu nezávislosti
 - pro dvojrozměrnou tabulku očekávané četnosti pak vypočítáme podle vzorce:

$$F_{ij} = f_{i+} f_{+j} / f_{++}$$

- **nepřímý odhad**: výpočet očekávaných četností na základě iterací, používá se v případě testování jiných hypotéz než je nulová hypotéza (pro nulovou hypotézu je výsledek odhadu na základě této metody totožný s výsledkem na základě přímého odhadu)...

TESTY SEDNUTÍ MODELU NA DATA

- **Pearsonův chí-kvadrát** se stupni volnosti $(I - 1)(J - 1)$, nazývá se také jako reziduální statistika, protože ukazuje rozdíl mezi pozorovanými a očekávanými četnostmi, měří tedy velikost nepadnutí modelu na data
 - pro trojrozměrnou tabulku je jeho vzorec:

$$X^2 = \sum_{ijk} \frac{(f_{ijk} - F_{ijk})^2}{F_{ijk}}$$

- **věrohodnostní poměr**, označuje se jako L^2 (někdy také jako G^2)
 - pro trojrozměrnou tabulku je jeho vzorec: $L^2 = 2 \sum_{ijk} f_{ijk} \log \left(\frac{f_{ijk}}{F_{ijk}} \right)$
- stupně volnost (df) odkazují k počtu parametrů, které zůstávají při výpočtu „volné“
 - $df = 0$ (saturovaný model), $df = (M-1)(W-1)Y$ (model nezávislosti), $df = (M-1)(W-1)(Y-1)$ (model podmíněné nezávislosti)
 - výpočet df : $df = \text{počet polí v tabulce} - \text{počet parametrů}$

TESTY SEDNUTÍ MODELU NA DATA (POKRAČ.)

- doplňující statistiky
 - Cressie-Read statistika - podobné jako X^2 a L^2
 - Δ (delta), procentuální vyjádření počtu případů nezařazených do modelu
 - $rG2$, vysvětlující síla modelu, podíl L^2 odhadnutého modelu a L^2 modelu nezávislosti

KOMPARACE MODELŮ

- informační kritéria, jejich cílem není určit, který model je pravdivější, ale který model podává bohatší informaci o reálném světě
 - **BIC** (Bayesovské informační kritérium)
 - **AIC** (Akaikeovské informační kritérium)
 - tyto statistiky upřednostňují úspornost před přesností

Lekce 9: Nehierarchické a topologické log-lineární modely

NEHIERARCHICKÉ LOG-LINEÁRNÍ MODELY

- hierarchické modely nejsou pro specifikaci vztahů v kontingenční tabulce obvykle nejvhodnější
- parametry lze omezovat pouze tak, že je do modelu zařadíme nebo nikoliv
- konkrétnější specifikace parametrů není u hierarchických log-lineárních modelů možná
- k přesnějšímu a zároveň úspornějšímu log-lineárnímu modelu se lze dostat cestou specifikace jednotlivých parametrů
- znamená to, že navrhujeme matici, v níž jednotlivé parametry specifikujeme a na základě této specifikace je pak také modelujeme
- v navržené matici, která obsahuje pole x_{ij} , sloupce označují parametry a řádky tabulková pole
- existují dva způsoby jak specifikovat parametry (souvisejí s typy normalizace parametrů)
 - **effect coding**: první varianta proměnné v poli matice x_{ij} podle umístění v tabulce odpovídá 1 a poslední odpovídá -1, zbytek odpovídá 0
 - **dummy coding**: první varianta proměnné v poli matice x_{ij} podle umístění v tabulce odpovídá 1 a zbytek odpovídá 0
 - interakce dostaneme vynásobením parametrů vyjadřujících marginální distribuce, tedy čísel ve sloupcích

PŘÍKLAD SPECIFIKACE MODELU NA ZÁKLADĚ NAVRŽENÉ MATICE

- data 3x4x4 (Y-year, M-man's educational level, W-woman's educational level)

```
124 247 69 18
58 321 167 33
2 31 57 30
2 6 15 20
```

1) odhad modelu nezávislosti Y M C

počet parametrů = $\lambda + (M-1) + (W-1) + (Y-1) = 9$

($df = 48 - 9 = 39$)

```
78 183 68 13
72 619 292 54
6 95 150 65
0 29 61 60
```

2) odhad modelu podmíněné nezávislosti YM YC

počet parametrů = $\lambda + (M-1) + (W-1) + (Y-1) + [(M-1)(Y-1) + (W-1)(Y-1)] = 21$

($df = 48 - 21 = 27$)

```
16 45 20 4
46 361 283 47
10 74 195 63
4 26 136 97
```

NAVRŽENÁ MATICE PRO MODEL (YM YC), EFFECT CODING

pozice	λ - parametry																				
	1y	2y	1m	2m	3m	1w	2w	3w	11ym	12ym	13ym	21ym	22ym	23ym	11yw	12yw	13yw	21yw	22yw	23yw	
111	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
112	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
113	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
114	1	1	0	1	0	0	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	0
121	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
122	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
123	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
124	1	1	0	0	1	0	-1	-1	-1	0	1	0	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	0
131	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
132	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
133	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
134	1	1	0	0	0	1	-1	-1	-1	0	0	1	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	0
141	1	1	0	-1	-1	-1	1	0	0	-1	-1	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
142	1	1	0	-1	-1	-1	0	1	0	-1	-1	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
143	1	1	0	-1	-1	-1	0	0	1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
144	1	1	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	0
211	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
212	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
213	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
214	1	0	1	1	0	0	-1	-1	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	-1	-1
221	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
222	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
223	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
224	1	0	1	0	1	0	-1	-1	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	-1	-1
231	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
232	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
233	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
234	1	0	1	0	0	1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	-1	-1
241	1	0	1	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	0	1	0	0
242	1	0	1	-1	-1	-1	0	1	0	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	0	0	1	0
243	1	0	1	-1	-1	-1	0	0	1	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	1
244	1	0	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	0	-1	-1	-1
311	1	-1	-1	1	0	0	1	0	0	-1	0	0	-1	0	0	-1	0	0	-1	0	0
312	1	-1	-1	1	0	0	0	1	0	-1	0	0	-1	0	0	0	-1	0	0	-1	0
313	1	-1	-1	1	0	0	0	0	1	-1	0	0	-1	0	0	0	0	-1	0	0	-1
314	1	-1	-1	1	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	-1	0	0	1	1	1	1	1	1
321	1	-1	-1	0	1	0	1	0	0	0	-1	0	0	-1	0	-1	0	0	-1	0	0
322	1	-1	-1	0	1	0	0	1	0	0	-1	0	0	-1	0	0	-1	0	0	-1	0
323	1	-1	-1	0	1	0	0	0	1	0	-1	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0	-1
324	1	-1	-1	0	1	0	-1	-1	-1	0	-1	0	0	-1	0	1	-1	1	1	-1	1
331	1	-1	-1	0	0	1	1	0	0	0	0	-1	0	0	-1	-1	0	0	-1	0	0
332	1	-1	-1	0	0	1	0	1	0	0	0	-1	0	0	-1	0	-1	0	0	-1	0
333	1	-1	-1	0	0	1	0	0	1	0	0	-1	0	0	-1	0	0	-1	0	0	-1
334	1	-1	-1	0	0	1	-1	-1	-1	0	0	-1	0	0	-1	1	1	1	1	1	1
341	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	-1	0	0	-1	0	0
342	1	-1	-1	-1	-1	-1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	-1	0	0	-1	0
343	1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	-1	0	0	-1
344	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

TYPY OMEZENÍ PARAMETRŮ PŘI NAVRHOVÁNÍ MATICE

- navržená matice může být použita pro všechny druhy specifikace nehierarchických log-lineárních modelů, stejně jako pro specifikaci topologických log-lineárních modelů
- existují 3 typy omezení log-lineárních parametrů
 - parametr je specifikován jako roven nule (hierarchické a nehierarchické modely)
 - vybraný parametr specifikován jako roven jinému vybranému parametru (topologické modely)
 - vybraný parametr je specifikován jako daný poměr jiného vybraného parametru (asociativní modely u ordinálních proměnných)