

PSY117/454

Statistická analýza dat v psychologii

Přednáška 10

---

# Statistické testování hypotéz II

Přehled testů, rozdíly průměrů, velikost účinku, síla testu

The great tragedy of Science – the slaying of a beautiful hypothesis by an ugly fact

*Thomas Huxley*

# Základní výzkumné otázky/hypotézy

---

## 1. Stanovení hodnoty parametru

=stanovení intervalu spolehlivosti na  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $\rho$ ,  $b$ ...

## 2. Rozdíl mezi skupinami

- mezi průměry, korelacemi, rozptyly, pravděpodobnostmi, pořadími....
- např. Muži a ženy se liší v míře úzkostnosti. (oboustranná)
- např. Muži jsou úzkostnější než ženy. (jednostranná, směrová)

## 3. Korelace mezi proměnnými

- korelace, regrese, chí-kvadrát
- např. Mezi věkem a počtem návštěv lékaře za rok existuje lineární korelace. (oboustranná)
- např. Mezi věkem a počtem návštěv lékaře za rok existuje pozitivní lineární korelace. (jednostranná)

2. lze převést na 3. a naopak

obecně mluvíme o velikosti efektu/účinku

# Přehledy statistických testů

---

## receptář Oseckých

- třídění podle
  - počtu výběrů – 1 či 2
  - úrovně měření – alternativní, nominální, intervalová
  - typu procedury – interval spolehlivosti, test hypotézy, velikost potřebného výběru

## Hendl – kapitola 12 a str. 235

## online

- <http://www.graphpad.com/www/book/Choose.htm>
  - <http://www.whichtest.info/index.html>
  - <http://www.socialresearchmethods.net/selstat/ssstart.htm>
  - česky: <http://meloun.upce.cz/metody/>
-

# Testy na rozdíly středních hodnot

---

## Nominální závislá

- *párový test*: binomický znaménkový test
- *nezávislé skupiny*: chí-kvadrát

## Ordinální závislá

- *párový test*: Wilcoxonovo T
- *nezávislé skupiny*: Mann-Whitney U

## Intervalová závislá

- *párový test*: párový t-test
- *nezávislé skupiny*:
  - známý rozptyl v populaci: z-test
  - neznámý rozptyl v populaci: t-test pro nezávislé skupiny
    - varianta pro stejné a nestejně rozptily mezi skupinami

# Srovnání 2 nezávislých průměrů: $t$ -test

Předpoklady použití ... jsou-li výrazně porušeny, volíme raději neparametrický test

- proměnná je v populaci **normálně rozložená** - neřeší se, pokud je  $n_1, n_2 > 30$
- homogenita rozptylů (**homoscedasticita**), pokud  $n_1 \neq n_2$ 
  - řeší modifikace  $t$ -testu pro nesejné rozptyly (6.2.3)
  - testuje se Levenovým testem (od oka  $s_1^2/s_2^2 < 2$ )
- **nezávislost pozorování** - řeší párový  $t$ -test (pro závislé výběry) (6.2.4)
- $H_0: m_1 - m_2 = 0$  (nebo roven konstantě, nebo  $>/< 0$  či  $d$ ) a zvolíme  $\alpha = 1\%$ ,  $5\%$ , nebo  $10\%$
- Rozdíl má  
výběrovou chybu  $s_d = \sqrt{\{[(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2] / (n_1 + n_2 - 2)\} * [1/n_1 + 1/n_2]}$   
 $t$ -rozložení s  $n_1 + n_2 - 2$  stupni volnosti ( $\nu$ )
- Spočítáme testovou statistiku  $t = (m_1 - m_2) / s_d$
- Zjistíme jaká je  $p$  ( $t \geq |zjištěná\ hodnota|$ ) - tabulky, TDIST( $t, \nu$ )
- Je-li  $p \geq \alpha$ , pak  $H_0$  zůstává platná, je-li  $p < \alpha$ ,  $H_0$  zamítáme (a konstatujeme existenci statisticky významného rozdílu).
- Spočítáme Cohenovo  $d$  a interval spolehlivosti pro rozdíl průměrů.

# Příklad: $t$ -test pro nezávislé výběry

- $H$ : Muži a ženy se liší v míře úzkostnosti.
  - $H_0: \delta = \mu_m - \mu_z = 0$
  - nasbíraná data:  $m_m = 2$ ;  $m_z = 3$ ;  $s_m = 1,5$ ;  $s_z = 1,6$ ;  $n_m = n_z = 20$
  - $H_0$  budeme testovat na 5% hladině statistické významnosti,  $\alpha = 0,05$
- Předpoklady splněny >> provádíme  $t$ -test pro nezávislé výběry (6.2.2)
- $d = m_z - m_m = 2 - 3 = -1$
- $s_d = \sqrt{\{[(20-1)1,5^2 + (20-1)1,6^2] / (20+20-2)\} * [1/20 + 1/20]} = 0,49$
- rozdíl má  $t$ -rozložení s  $n_1 + n_2 - 2 = 38$  stupni volnosti
- $t = (m_1 - m_2) / s_d = -1 / 0,49 = -2,04$
- $p(t \geq |-2,02|)$  je při  $\nu = 38$  rovna 0,048 (TDIST(2,04;38;2)=0,048)
- $p < \alpha$ , takže zamítáme  $H_0$ . Pokud by  $H_0$  platila, zjištěný rozdíl by byl nepravděpodobný.
- 95% interval spolehlivosti:  ${}_{0,025}t(38) = \text{TINV}(0,05;38) = 2,02$   
 $d - 2,02 * s_d < \delta < d + 2,02 * s_d$ , tj.  $-1,98 < \delta < -0,02$
- Cohenovo  $d = |-1| / 1,55 = 0,65$ , což je středně velký efekt.

# Velikost účinku/efektu

---

- Možnost srovnání mezi studii zkoumajícími tutéž výzkumnou otázku pomocí různě operacionalizovaných proměnných
- Možnost srovnání velikosti efektu vyjádřeného různými koeficienty
- Snadnější interpretace

Pro rozdíly středních hodnot

- Cohenovo  $d = |m_1 - m_2| / s_{\text{pooled}}$  ;  $s_{\text{pooled}} = \sqrt{[(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2] / (n_1 + n_2 - 2)}$
- varianta  $d' = |m_1 - m_2| / s_{\text{con}}$  ;  $s_{\text{con}} = s$  kontrolní skupiny

Pro těsnost vztahu (korelace)

- $r$  a  $r^2$ ,  $R^2$ ,  $\eta^2$ (eta),  $\omega^2$  – podíl vysvětleného rozptylu závislé proměnné

Indikátory velikosti efektu lze mezi sebou navzájem převádět

- Cohenovo  $d$  na  $r$ :  $r = \sqrt{d^2 / (d^2 + 4)}$
- $r$  na Cohenovo  $d$ :  $d = 2r / \sqrt{1 - r^2}$

# Síla testu

---

Síla testu ( $1-\beta$ ) je pravděpodobnost, že existující rozdíl bude detekován, zjištěn jako statisticky významný.

Záleží na

- skutečné velikosti účinku ( $d$ ,  $r...$ )
- variabilitě proměnné(ých) -  $s$
- velikosti vzorku
- zvoleném riziku chyby I. typu,  $\alpha$ : čím nižší je  $\alpha$  tím nižší je síla testu
- zvoleném testu (parametrické mají vyšší sílu)

Obvykle toužíme po co nejvyšší síle testu, cca 0,8 a výše.

- Bojujeme o ni velikostí vzorku a kontrolou intervenujících proměnných.
-



# Publikace výsledků testování hypotéz

---

- Primárně udáváme velikost efektu, nejlépe intervalem spolehlivosti
  - Sekundárně udáváme výsledek statistického testování
    - udáváme získanou hodnotu  $p$  (Sig.)
    - uvádíme i testovou statistiku (i se stupni volnosti) –  $t(\nu)$ ,  $F(\nu_1, \nu_2)$ ,  $\chi^2$ , M-W  $U$ ...
  - Interpretujeme nejlépe interval spolehlivosti. Výsledek statistického testování interpretujeme vzhledem k použité nulové hypotéze.
-

# Testy normality rozložení

---

- Kolmogorov-Smirnov s Lillieforsovou korekcí, Shapiro-Wilks a jiné
- Testují  $H_0$ , že rozložení proměnné se neliší od normálního rozložení
  - jsou to jedny z tzv. testů dobré shody (goodness-of-fit tests)
  - testovaná  $H_0$  je shoda; tj.  $p < \alpha$  znamená příliš velkou odchylku od normality
- Běžně se nepoužívají
  - na malých vzorcích nenormalitu nedetekují (při  $n=20$ ,  $1-\beta < 0,5$ )
  - na velkých vzorcích ( $n > 1000$ ) jsou naopak extrémně přísné
  - $t$ -testy a ANOVA jsou proti narušení normality robustní, takže nám obvykle stačí konstatovat unimodalitu bez extrémního zešikmení
  - pro rozhodování mezi použitím parametrických a neparametrických testů volíme spíše úroveň měření a výzkumný kontext