

Otázky k tématu 3 – střední hodnoty, variabilita a z-skóry

I. Střední hodnoty

0. Hodnoty proměnné X jsou 10 8 9 5 10 11 7 8 2 7 a hodnoty proměnné Y jsou 9 9 5 3 8 4 6 6 5 2. Vyzkoušejte si, že

- a) $\sum (X+Y) = \sum X + \sum Y$
- b) $\sum XY \neq \sum X \sum Y$
- c) $\sum kX = k\sum X$ (kde k je libovolná konstanta)
- d) $\sum X^2 \neq (\sum X)^2$

1. Jestliže máme soubor skóreů proměnné X : 1,3,6,8,9,9,10,10,10

- 1.1 Jaká je hodnota modu?
- 1.2 Jaké je n ? Jaká je hodnota mediánu?
- 1.3. Jaká je hodnota $\sum_i X_i$? Jaká je hodnota průměru?
- 1.4 Jaký je tvar rozložení těchto dat?

2. Následující otázky se týkají *modu, mediánu a aritmetického průměru*.

- 2.1 Který z nich vyžaduje pouze nominální škálu?
- 2.2 Který je tím „nejprostřednějším“ skórem?
- 2.3 Který z nich je bodem, pod i nad kterým leží polovina skóreů seřazených podle velikosti?
- 2.4 Který z nich je ovlivněn každým jednotlivým skórem v souboru?
- 2.5 Které dva z nich jsou si rovny u symetrického rozložení?
- 2.6 Jsou si u normálního rozložení rovny všechny tři?
- 2.7 Který z nich bude mít nejvyšší hodnotu u pozitivně zešikmeného rozložení?
- 2.8 Který z nich bude mít nejvyšší hodnotu u negativně zešikmeného rozložení?
- 2.9 Který z nich nemá u zešikmených rozložení ani nejvyšší ani nejnižší hodnotu?
- 2.10 Se kterým z nich můžeme dále dobře aritmeticky pracovat?
- 2.11 Který z nich se nejvíce používá ve statistickém usuzování (statistické indukci)?
- 2.12 Který z nich snadno určíme z histogramu či sloupcového diagramu?
- 2.13 Který z nich je roven P_{50} či Q_2 ?
- 2.14 Který z nich je obvykle znázorněn v *boxplotu*?

3. Představte si, že máte soubor skóreů, jehož průměr je 65,5, medián je 64 a modus 60. Později se dozvíte, že jeden ze skóreů je chybný, místo 70 měl být skóre 90. Která ze středních hodnot byla touto chybou určitě ovlivněna?

4. Kdyby v souboru skóreů v předchozí otázce bylo 40 skóreů. Jak by se změnil průměr pro opravě chybné sedmdesátky na 90?

5. Pokud je průměrná mzda deseti učitelek 45000 Kč a průměrná mzda 40 učitelů 50000 Kč, jaká je průměrná mzda všech padesáti vyučujících?

6. Pro následující 2 otázky mějme 2 testy: průměrný výkon v prvním testu (T1) je 40 bodů a průměrný výkon v druhém testu(T2) je 50 bodů. Testy absolvovalo 93 lidí.

6.1 Jakého průměrného součtu bodů dosáhli studenti v obou testech (jaký je průměr T1+T2)?

6.2 Jaký je průměrný rozdíl mezi skóry v obou testech (jaký je průměr T2-T1)?

7. Určete modus, medián a průměr následující sady skórů:

1,2 1,5 1,7 2,1 2,4 2,4 2,7 2,8
3,0 3,0 3,0 3,0 3,1 3,1 3,4

8. Kdybychom ke každému skóru u příkladu 7 přičetli 1, jaké budou hodnoty modu, mediánu a průměru?

9. Kdybychom každý skór u příkladu 7 vynásobili 3, jaké budou hodnoty modu, mediánu a průměru?

10. Sada A obsahuje 10 skórů o průměru 14,5 a mediánu 13. Sada B obsahuje 20 skórů o průměru 12,7 a mediánu 10. Jaký je průměr a medián všech 30 skórů?

11. Pět celých čísel má průměr 4, modus 1 a medián 5. Určete tato čísla.

12. V jednom výzkumu byli respondenti dotazováni na počet sexuálních partnerů, které v životě měli. Zamyslete se nad očekávatelným tvarem rozložení této proměnné ...

- a) její průměr bude přibližně stejný jako medián
- b) její průměr bude menší než medián
- c) její průměr bude větší než medián
- d) o jejím průměru a mediánu z jejího rozložení nic nevyplývá

13. Máme symetrické rozložení s mediánem 4. Jaký je průměr tohoto rozložení?

14. Určete průměr, medián a modus u těchto čtyř rozložení (sad dat):

- a. 3, 3, 4, 5, 6, 8, 8, 8, 9
- b. 2, 4, 4, 4, 6, 7, 7
- c. 7, 7, 8, 9, 10, 10, 10
- d. 1, 1, 3, 4, 4, 5, 9

15. Pro rozložení a, b z minulého příkladu určete:

- a. $\sum(X - \text{průměr})$
- b. $\sum(X - \text{medián})$
- c. $\sum(X - \text{modus})$

18. Jaký je medián tohoto rozložení?

4, 5, 7, 7, 7, 7, 9, 10

19. Jaký je medián tohoto intervalového rozložení četností? (otázka nad rámeček)

X	f	cum f
16–20	5	30
11–15	10	25
6–10	11	15
1–5	4	4

20. Jaký je medián tohoto intervalového rozložení četností?

X	f	cum f
28–30	2	16
25–27	4	14
22–24	6	10
19–21	3	4
16–18	1	1

21. Co byste řekli o tvaru každého z těchto rozložení?

- mean = 24; median = 16; mode = 12
- mean = 123; median = 143; mode = 150
- mean = 6; median = 6; mode = 6
- mean = 19; median = 19; mode = 9 and 29
- mean = 56; median = 66; mode = 70
- mean = 48; median = 36; mode = 32

22. Tým výzkumníků studuje depresi mezi ženami. V rámci určitých krajů ČR je provedeno několik šetření, a pro každé z nich je vypočítán průměrný skór deprese. Data jsou shrnuta v následující tabulce. Jaký je průměrný skór deprese pro *všechny* ženy?

	Jihomoravský	Středočeský	Západočeský
Průměr	12	19	14
n	46	29	32

23. Školní psycholog zjistil následující vzorek IQ skórů na střední škole. Jaký je (a) průměr a (b) medián?

98 111 101 100 99 99 123 100 134 101 96 102 102 101 105

24. Následující rozložení je hypotetický vzorek IQ skórů u studentů prvního ročníku vysoké školy. Z těchto dat načrtněte histogram a vypočítejte průměr, medián a modus. Jakým způsobem ovlivňuje tvar tohoto rozložení *relativní hodnoty* těchto tří měření centrální tendence?

100	100	102	135	143	94	120	114	111	87	95
109	82	94	142	100	97	100	100	101	99	98
167	176	154	100	85	88	124	180	90	96	92
149	103	102	101	104	92	103	103	105	99	92

25. Následující hypotetický vzorek dat obsahuje všechny skóry, které byly zjištěny při závěrečné zkoušce ze statistiky. Zkonstruujte histogram, vypočítejte všechny hodnoty centrální tendence a v kontextu tvaru daného rozložení okomentujte hodnoty průměru, mediánu a modu.

35	35	36	50	23	16	22	23	35	35	42	43	47
13	20	9	11	2	42	23	35	40	42	47	22	19
11	8	22	19	4	8	14	28	29	32	41	40	44
2	10	38	33	9	16	22	31	30	35	35	5	20
19	23	35	44	48	34	34	29	33	36	37	37	39
12	35	33	32	33	30	30	29	35	28	39	40	4
11	49	50	35	37	37	38	33	34	35	32	30	28
13	16	17	11	19	18	15	10	35	17	40	41	42

26. Máme zadané skóre hypotetickej premennej: 5; 5; 6; 9; 12; 12; 14; 15; 16; 17; 29; 30.
- 26.1 Vypočítajte modus.
 - 26.2 Vypočítajte priemer.
 - 26.3 Vypočítajte medián.
 - 26.4 Aké sú kumulatívne početnosti pre skóre 9 a 12?
 - 26.5 Je skóre unimodálne, bimodálne, alebo multimodálne?
 - 26.6 Ak by bol priemer, medián a modus pre zadané skóre rovný 27, ako by sme popísali distribúciu tejto hypotetickej premennej?

27. Čo z navrhovaných možností je možné povedať o premennej pohlavie (muži a ženy)?

- a) medián je muži a ženy
- b) priemerné pohlavie je 1,3
- c) modus pre premennú pohlavie je ženy
- d) nič z daných možností

28. Vymyslete si data (třeba $N=10$), pro která bude platit, že průměr bude vyšší než medián.

29. Vymyslete si data unimodálně rozložené proměnné, jejíž průměr i medián jsou stejné, ale modus se od průměru a mediánu liší.

II. Variabilita

101. Jestliže máme sadu tří skóreů: 40, 45, 50

- 101.1. Jaká je hodnota variačního rozpětí?
- 101.2 Jaká je suma čtverců, $\sum x_i^2$?
- 101.3 Jaká je hodnota výběrového rozptylu?
- 101.4 Jaká je hodnota s ?
- 101.5 Když každý ze tří skóreů zvýšíme o 10, jak se změní s a s^2 ?
- 101.6 Když každý ze tří skóreů vynásobíme 10, jak se změní s a s^2 ?

102. Jsou dány dva vzorky, v jednom se $n = 36$, ve druhém $n = 60$. Které rozložení bude mít větší rozptyl? Který vzorek má pravděpodobně větší variační rozpětí?

103. Předpokládejme dva vzorky: v prvním je průměr = 78, ve druhém = 155. Který vzorek bude mít větší rozptyl?

104. Školní psycholog chce informovat učitele o průměru a směrodatné odchylce IQ skóreů studentů. Vypočítejte průměr a směrodatnou odchylku IQ skóreů: 98, 111, 102, 100, 101, 109

105. Vypočítejte variační rozpětí, rozptyl a směrodatnou odchylku z těchto skóreů: 2, 4, 7, 4, 8, 5, 1, 4, 4, 5

106. Na následujících datech spočítejte výběrovou směrodatnou odchylku.

10	6	8	7	5	5	4	9	2	9	8	6
7	8	3	4	3	5	5	7	6	4	6	6
7											

Jaká by byla její hodnota, kdybychom všechny skóre vynásobili dvěma a přičetli 100?

107. Výzkumník, který použil srdeční tep jako závislou proměnnou, zjistil, že rozložení skóreů srdečního tepu je pozitivně zešíkmené. 75. percentil je zjištěn u tepu = 111 a 25. percentil u tepu = 81. Druhý kvartil má hodnotu 101.

107.1 Spočítejte kvartilové rozpětí (IQR)

107.2 Spočítejte kvartilovou odchylku (SIQR, semi-interquartile range)¹

108. Pro každou situaci uvažte, zda byste použili s nebo σ (populační směrodatnou odchylku):²

108.1 Trenéra zajímá variabilita skóre jeho týmu za celou sezónu

108.2 Klinický lékař hodnotí nový lék na sexuální dysfunkci

108.3 Vyučující chce poskytnout zpětnou vazbu studentům o pololetních zkouškách

108.4 Výrobce vezme vzorek žárovek, aby odhadl variabilitu jejich života

109. Spočítejte populační rozptyl a směrodatnou odchylku těchto skóre: 22, 32, 21, 20, 19, 15, 23

110. Která sada skóre má větší rozptyl?

Sada A: 2, 4, 5, 1, 1, 2, 3, 9

Sada B: 34, 39, 34, 35, 33, 32

111. Rozložení má průměr 500 a směrodatnou odchylku 100. Předpokládejte, že rozložení je negativně zešikmené. Je možné určit procento skóre, které spadají mezi 400 a 600? Jestliže ano, jaké procento skóre bude v tomto intervalu?

112. Jaká je hlavní nevýhoda při použití variačního rozpětí pro měření rozptýlenosti?

113. Jaká je populační směrodatná odchylka této sady skóre? 9, 7, 10, 14, 12, 9, 16, 13, 11

114. Jestliže má rozložení průměr = 4,5 a $s^2 = 1,6$, jaký bude průměr a s^2 , když ke všem hrubým skórem přičteme 10?

115. Průměr sady skóre je 5 a směrodatná odchylka je 3. Vynásobíme-li skóre 10 a přičteme ke každému 5, jaké budou jejich průměr a směrodatná odchylka?

116. V rámci experimentu jsou hodnoceny dvě odlišné techniky změny postojů. Závislou proměnou je postoj vůči imigrantům. V následující tabulce vyšší čísla znamenají pozitivnější postoj.

Technika A		Technika B	
<i>Pretest</i>	<i>Post-test</i>	<i>Pretest</i>	<i>Post-test</i>
3	7	2	4
4	4	3	2
5	6	4	5
2	5	3	3

Pro Techniku A spočítejte:

- a. Pretest \bar{X} b. Pretest s^2 c. Pretest s
d. Post-test \bar{X} e. Post-test s^2 f. Post-test s

Pro Techniku B spočítejte:

- a. Pretest \bar{X} b. Pretest s^2 c. Pretest s
d. Post-test \bar{X} e. Post-test s^2 f. Post-test s

117. Doplňte následující tabulku. Průměr $\mu = 50$ a směrodatná odchylka $\sigma = 5$. Specifikované konstanty jsou použity tak, že transformují skóre rozložení.

¹ Používá se v psychologii jen zřídka, ke zkoušce netřeba.

² Tato otázka Vám bude jasná až v druhé polovině semestru.

$X + 10$	$X - 10$	$X \cdot 10$	$X \div 10$
$\mu = ?$	$\mu = ?$	$\mu = ?$	$\mu = ?$
$\sigma^2 = ?$	$\sigma^2 = ?$	$\sigma^2 = ?$	$\sigma^2 = ?$

118. Určete průměr, rozptyl, směrodatnou odchylku a variční rozpětí pro každé z následujících sad skóru.

118.1 Skóry:

3	5	3	7	9	10	2	12	15
1	8	9	6	4	11	1	11	10
1	4	5	5	3	10	9	13	14

118.2 Skóry:

102	100	99	81	75	113	100
106	114	82	79	88	111	104
100	106	85	99	82	101	100

118.3 Skóry:

1020	1000	990	810	750	1130	1000
1060	1140	820	790	880	1110	1040
1000	1060	850	990	820	1010	1000

120. Kdybychom obecně místo průměru použili při výpočtu směrodatné odchylky medián, byla by takto vypočtená odchylka

- větší nebo stejná
- menší nebo stejná
- větší
- menší
- stejná
- nelze odhadnout

122. Jako popisná statistika je lepším indexem variability rozptyl nebo směrodatná odchylka? Proč?

123. Badatel pracuje ve své práci s proměnnou „počet předmětů za celé studium, u nichž student musel opakovat zkoušku“. Na počátku sekce *výsledky* tuto proměnnou prezentuje následující tabulkou s popisnými statistikami:

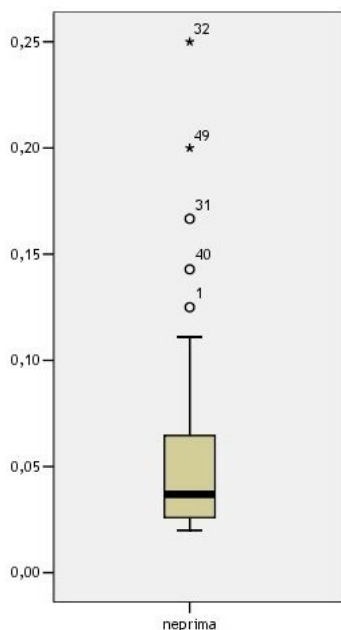
Proměnná	N	variční rozpětí	průměr	směrodatná odchylka
pocet_opak_predm	897	20	2,1	2,5

123.1 Na způsobu, jakým popisuje svou proměnnou, jsou problematické přinejmenším 2 zásadní věci. Které to jsou?

123.2 Jaký je rozptyl proměnné „počet opakovaných předmětů za studium“?

123.3 Kolik byl patrně nejvyšší dosažený „počet opakovaných předmětů za studium“?

124. Co vše lze vyčíst z následujícího diagramu o popisované proměnné?



125. Zde je sada skóre intervalové proměnné optimismus. Vytvořte boxplot znázorňující rozložení hodnot této proměnné

23,0 21,8 21,9 22,0 21,6 21,9 21,9 22,2 21,8 22,7 22,0 22,5 21,5 21,9
22,2 21,8

126. Následující úlohy se týkají datového souboru „datička.xls“ (též datička.sav). (Ve výsledcích jsou uvedeny statistiky pro celý soubor obsahující 768 případů – najdete ho v „Příklad kódování proměnných.zip – data_rozsirena.sav“)

126.1 Jaký je modus proměnné škola?

126.2 Jaké jsou základní momentové popisné statistiky proměnné věk v mladší a ve starší kohortě?

126.3 Jaké jsou základní popisné statistiky proměnné známka z matematiky (mat99) v mladší a ve starší kohortě?

126.4 Udělejte boxploty proměnné individualismus zvlášť pro obě pohlaví. Co z nich můžeme říci o rozdílech rozložení mezi chlapci a dívkami?

127. Ve skupině dvanácti žáků byly naměřeny následující IQ skóre: 125, 116, 114, 111, 122, 115, 113, 106, 118, 114, 112, 102. Spočítejte postupně rozpětí, kvartilové rozpětí (IQR), rozptyl a směrodatnou odchylku. Co mají tyto statistiky společného? Jaké jsou jejich výhody a nevýhody?

128. Vráťme se nyní k Pepovi a tabulce o jeho spolužácích do Horních Kotěhůrek.

	Věk	Vesnice	Váha	Barva očí	Známka z chování	Oblíbená zmrzlina	Kterou rukou píše
Arnošt	12	Horní K.	52,9	modrá	1	vanilková	pravá
Béďa	9	Dolní K.	42,9	hnědá	2	vanilková	levá
Cyřil	10	Oulehllice	47,3	modrá	1	vanilková	pravá
Denča	12	Horní K.	45,5	modrá	1	vanilková	pravá
Ema	11	Horní K.	51	hnědá	1	vanilková	pravá
Filip	7	Horní K.	35,1	modrá	1	vanilková	levá
Gustav	13	Oulehllice	54,8	modrá	3	vanilková	pravá
Hynek	10	Dolní K.	49	hnědá	1	vanilková	pravá

Ivan	9	Oulehlice	42,5	modrá	1	vanilková	pravá
Jenda	10	Horní K.	49	hnědá	2	vanilková	levá

128.1 a. Pro všechny proměnné z tabulky vypočtete střední hodnoty. Neboli, vyplňte:

	Věk	Vesnice	Váha	Barva očí	Známka z chování	Kterou rukou píše
Modus						
Medián						
Průměr						

- b. U kterých proměnných můžeme vypočítat modus?
- c. Co musí proměnná splňovat, abychom u ní mohli vypočítat medián?
- d. Má smysl počítat průměr u známky z chování? Proč?

128.2 Jak se změní střední hodnoty u věku za pět let (kdy všichni budou o pět let starší)?

128.3 Jak by se změnily střední hodnoty u věku, kdybychom ho vyjádřili v měsících (pro jednoduchost, věk v měsících = věk v letech x 12)?

128.4 Jak by se změnily střední hodnoty u hmotnosti, kdybychom Arnošta nahradili jeho starším bratrem Zbyškem, který je přesně o 30 kg těžší, tedy váží 82,9 kg?

128.5 A jak by se střední hodnoty hmotnosti změnily, kdybychom Arnošta ponechali ve vzorku a Zbyška zahrnuli namísto Bédi?

128.6 Pro věk spočítejte (variační) rozpětí, rozptyl a směrodatnou odchylku.

128.7 Co musí proměnná splňovat, abychom u ní mohli vypočítat rozpětí?

128.8 Která míra se zpravidla užívá místo variačního rozpětí a proč?

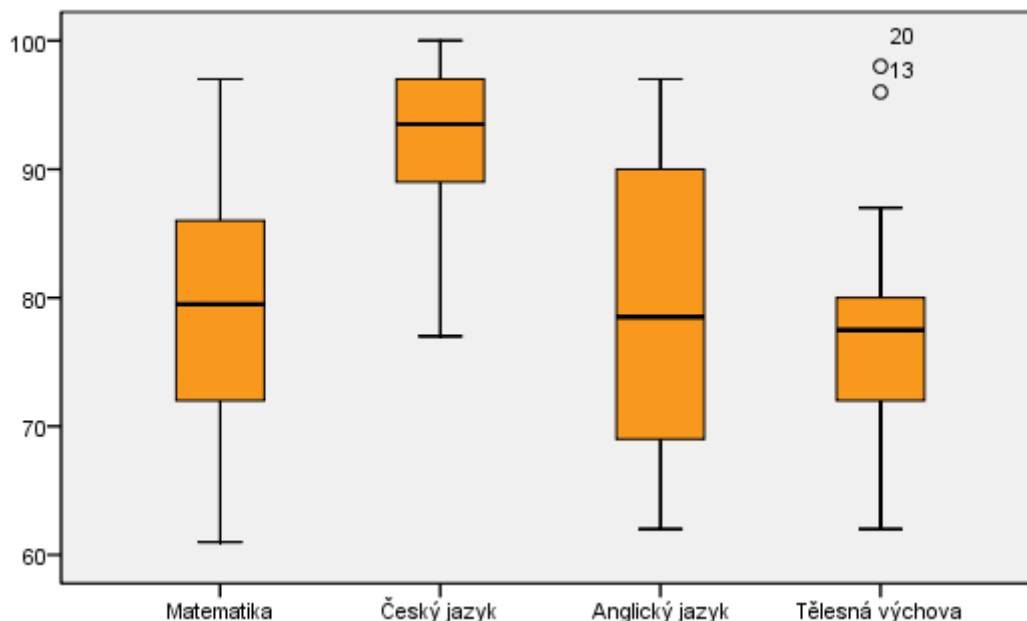
128.9 Co musí proměnná splňovat, abychom u ní mohli vypočítat rozptyl?

128.10 Co musí proměnná splňovat, abychom u ní mohli vypočítat směrodatnou odchylku? V čem je směrodatná odchylka výhodnější než rozptyl?

128.11 Jak se změní tyto tři míry variability (rozptýlenosti) u věku za pět let (kdy všichni budou o pět let starší)?

128.12 A jak by se změnily míry variability u věku, kdybychom ho vyjádřili v měsících (pro jednoduchost, věk v měsících = věk v letech x 12)?

129. V Horních Kotěhůrkách na základní škole proběhlo zhodnocení výuky, kdy žáci byli testováni z matematiky, ČJ, AJ a tělesné výchovy. Následující boxploty (= krabicové grafy s anténami) shrnují výsledky žáků ze VII.B:



129.1 Který předmět má nejmenší variační rozpětí?

129.2 Seřadte předměty podle IQR (kvartilového rozpětí), od největšího k nejmenšímu.

129.3 Jak podle grafu poznáme medián jednotlivých předmětů?

129.4 Který z předmětů obsahuje outliersy?

129.5 Které předměty mají pravděpodobně podle grafu zešikmené rozdělení?

130. Hazardní hráč Karel stále neupustil od svého záměru porozumět kostkám.

130.1 Vzal si jednu obyčejnou šestistěnnou kostku a desetkrát si s ní hodil. Padla mu následující čísla: 1, 3, 6, 2, 2, 1, 4, 6, 3, 3. Jaký byl průměrný hod? Jaká je směrodatná odchylka?

130.2 Pro srovnání si zkusil hodit i speciální dvacetistěnnou kostkou. Tentokrát padlo: 19, 10, 19, 20, 12, 5, 15, 11, 13, 1. Jaký je průměr a směrodatná odchylka tentokrát?

130.3 Naposled vyzkoušel zcela jinou možnost – házel čtyřmi kostkami a výsledky sčítal. Součty jednotlivých hodů byly: 15, 20, 14, 9, 14, 7, 7, 19, 18, 14. Dokážete odhadnout, jaká bude směrodatná odchylka v porovnání s předchozím příkladem? Pokud házíte dvacetistěnnou kostkou, dostáváte čísla 1 – 20, součet čtyř šestistěnných dává čísla z intervalu 4 – 24, tedy podobné rozmezí. Bude odchylka stejná nebo se bude lišit? A proč? Poté ji spočítejte.

131. Pořadové statistiky jsou oproti momentovým (deviačním) rezistentnější. Tím se míní, že...

- ...s rostoucím vzorkem se rychleji blíží parametrům
- ...s rostoucím vzorkem jsou zatíženy menší výběrovou chybou
- ...při dostatečně velkém vzorku přestává být nesplnění některých jejich předpokladů problémem
- ...jsou méně ohrožené nedostatkem reliability
- ...jsou méně ovlivněny odlehlými hodnotami

132. Interkvartilové rozpětí je:

- v deviatich z desiatich prípadov je identické s priemerom
- je vždy väčšie ako variačné rozpätie
- je zvyčajne menšie ako variačné rozpätie

133. Akú štatistiku znázorňuje dĺžka krabice v boxpote?

134. Študentka Daniela v rámci svojho výskumu zisťovala od respondentov postoj k počítačovým hrám. Otázka na postoj k počítačovým hrám ponúkala 5 možností odpovedi na škále od 1 (hranie hier je škodlivé) do 5 (hranie hier je prínosné). Tiež sa ešte respondentov pýtala, ako často (hodiny v týždni) hrajú počítačové hry. Akými 5 popisnými štatistikami by ste popísali rozloženie premennej *hranie hier* v štúdiu, ktorej cieľom je komunikovať, koľko hodín týždenne v nejakej populácii hráči hrajú (bez ďalších analýz).

III. Normální rozložení a z-skóry

201. Představte si následující shrnutí výsledků tří psychologických výkonových testů. Předpokládejte, že skóry ve všech testech jsou normálně rozložené.

	Wechsler IQ	Čtení			Počítání
		3. ročník	5. ročník	8. ročník	5. ročník
<i>m</i>	100	3,0	5,0	8,0	5,0
<i>s</i>	15	1,0	1,4	1,9	1,1

201.1 Kolik procent populace má vyšší skór IQ než 115?

201.2 Pokud páťák dosáhne ve čtení 84. percentilu, jaký získal skór?

201.3 Honza dosáhl ve čtení v 8. ročníku skóru 6,1. Pokud je jeho výkon ve Wechslerově testu na stejném percentilu jako ve čtení, jaký je jeho IQ skór?

201.4 Má-li Honza v 8. ročníku skór ze čtení 6,1, kolik procent dětí v jeho ročníku čte hůře než on?

201.5 Přibližně kolik procent třetáků má ve čtení

- a) má skóre 3,0 nebo lepší?
- b) má skóre 4,0 nebo lepší?
- c) má skóre 5,0 nebo lepší?

201.6 Přibližně kolik procent třetáků má ve čtení

- a) má skóre 2,0 nebo horší?
- b) má skóre 4,0 nebo horší?
- c) má skóre 5,0 nebo horší?

201.7 O kolik se dítě musí ve čtení postupně zlepšit od 3. do 8. ročníku, aby...

- a) se pohybovalo stále na úrovni 50. percentilu?
- b) se pohybovalo stále na úrovni 84. percentilu?
- c) se pohybovalo stále na úrovni 16. percentilu?

202. Pokud $X_3=176$ a víme-li, že $m=163$ a $s=26$, vyjádřete X_3 jako

- a) z-skór
- b) T-skór
- c) percentilový ekvivalent

203. Jsou-li IQ v populaci normálně rozloženy, přibližně kolik lidí v Brně má IQ vyšší než 145? ($m=100$, $s=15$, $N=300\ 000$)

204. Jaká část populace má IQ mezi 85 a 115? A mezi 100 a 145?

205. Která z následujících charakteristik k normálnímu rozložení nepatří

- a) symetrické
- b) unimodální
- c) zešikmené
- d) mezokurtické

206. Který z následujících výsledků v testu, který má normální rozložení, je nejhorším výsledkem?

- a) P_{10}
- b) $z = -1,5$
- c) $T = 30$

207. Když se hrubé skóry transformují na z-skóry, změní se tím tvar rozložení?

208. Vynásobíme-li z-skóry 10, změní se rozptyl výsledného rozložení z _____ na _____.

209. Jaký je rozptyl rozložení a) z-skórů b) T-skórů?

210. Malé změny z-skórů blízko průměru (např. z 0 na 0,5) odpovídají malým, či velkým změnám v percentilových ekvivalentech? Velké změny z-skórů daleko od průměru (např. z 2 na 3) odpovídají malým, či velkým změnám v percentilových ekvivalentech?

211. Přibližně jaká plocha pod normální křivkou leží... (použijte obrázek a odpovědi si zapamatujte)

- a) nad $z = 1$
- b) pod $z = 2$
- c) nad $z = 1,64$
- d) pod $z = -1,96$
- e) mezi $z_1 = 0$ a $z_2 = 3$
- f) nad $z = -0,5$
- g) mezi $z_1 = -1,5$ a $z_2 = 1,5$

212. Určete z-skóry pro následující percentily

- a) 0,50
- b) 0,16
- c) 0,84
- d) 0,05
- e) 0,005
- f) 0,995
- g) 0,10

213. Normy (=popis rozložení) k výkonovému testu ze čtení a matematiky jsou udány pouze v percentilech, a to následovně:

percentily	Čtení	matematika
84	9,0	6,8
50	5,0	5,0
16	3,0	3,4

213.1 odhadněte směrodatnou odchylku v testech čtení a matematiky³

213.2 který z testů má rozložení více zešikmené?

214. V minulosti bylo v USA módou známkovat „podle křivky“, tj. tak, aby známky měly normální rozložení. Často to probíhalo podle následující tabulky. Kdybychom tento systém uplatnili na závěrečné zkoušce ze statistiky, kolik lidí by dostalo jakou známku? Pro jednoduchost počítejme se 100 zapsanými studenty.

Známka	z-skór
A	nad 1,5
B	0,5 – 1,5
C	-0,5 – 0,5
D	-1,5 – -0,5
F	pod -1,5

215. Mějme znalostní test o 100 otázkách typu ano-ne (1b/0b). Kdyby zkoušení pouze náhodně hádali odpovědi, jejich průměrný skór by byl 50b se směrodatnou odchylkou 5. Skóry by byly normálně rozložené. Kolik procent lidí si pouhým hádáním v tomto testu získá 65 bodů nebo více?

216. Je dáno následující rozložení četností, jaký je percentil těchto skórů:

- a. 56
- b. 60
- c. 54
- d. 49

³ Nápověda: $s \approx (P_{84} - P_{16})/2$

X	f
62	3
60	4
58	7
56	12
54	10
49	7
44	6

217. Transformujte tyto skóry na z-skóry a T-skóry:⁴ 4, 5, 7, 9, 10, 11
218. Je dán průměr = 14 a $s^2 = 16$. Jaký je z-skór hrubého skóru 11?
219. V rozložení je průměr = 25 a $s = 3$. Jaký hrubý skór odpovídá z-skóru = 0,36?
220. Jestliže má rozložení průměr = 130 a směrodatnou odchylku = 13, jaká je pravděpodobnost náhodně vybraného skóru nad 140?
221. Je-li průměr = 34 a $s = 3$, jaké procento skórů je nižších než 27?
222. Jaké je celkové procento skórů, které v normálním rozložení leží za z-skóry $\pm 1,96$?
223. Jaká část skórů spadá v normálním rozložení mezi z-skóry $\pm 1,64$?
224. Pro jaké z platí uvedená pravděpodobnost náhodně vybraného skóru v zadaném intervalu⁵
- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| a. $P(-\infty; z) = 0,4207$ | f. $P(z; \infty) = 0,2946$ |
| b. $P(-\infty; z) = 0,3821$ | g. $P(z; \infty) = 0,4641$ |
| c. $P(z; \infty) = 0,3192$ | h. $P(-\infty; z) = 0,4247$ |
| d. $P(z; \infty) = 0,0694$ | i. $P(z; \infty) = 0,2119$ |
| e. $P(-\infty; z) = 0,1151$ | |
225. Jaká je pravděpodobnost náhodně vylosovaného skóru mezi z-skóry $-1,2$ a $+ 0,56$ v normálním rozložení?
226. V normálním rozložení je $m = 78$ a $s = 7$, jaká je pravděpodobnost vybraného skóru mezi 72 a 80?
227. V normálním rozložení s $m = 123$ a $s^2 = 49$, určete celkové procento skórů spadající nad 130 a pod 116.
228. Standardizovaný dotazník depresivity produkuje data s $m = 25$ a $s = 5$. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná osoba bude mít skór mezi 20 a 30, budeme-li předpokládat, že depresivita je normálně rozložená?
229. Standardizovaný test analytického myšlení má $m = 70$ a $s = 7$. Ředitel školy chce identifikovat nejlepší a nejhorší studenty na základě jejich skórů. Nejlepší jsou ti, jejichž percentil je 90 a vyšší, nejhorší ti, jejichž percentil je 10 a nižší. Jaké jsou mezní hrubé skóry, které by měl ředitel použít, aby identifikoval dané dvě skupiny studentů, pokud by ředitel předpokládal normalitu rozložení analytického myšlení?
230. Převedte následující soubor hrubých skórů na T-skóry. 2, 4, 5, 6, 8, 9
231. Je dáno normální rozložení s $m = 48$ a $s = 4$. Jaký mají percentil následující hodnoty:
a. 43 b. 57 c. 48 d. 50 e. 47

⁴ T-skóry najdete v přednáškách v černobílém obrázku normálního rozložení.

⁵ Pravděpodobnost je zde totéž, co relativní četnost.

232. Ve 100 bodovém závěrečném testu máme $\mu = 78$ a $\sigma = 7$. Jaké skóry mají tito čtyři studenti?

- a. Laura, s percentilem 95
- b. Jana, jestliže patří do 80. percentilu
- c. Honza, jehož skór byl lepší než 30 procent ostatních studentů
- d. Gabriel, s percentilem 45

233. Pro následující rozložení s průměrem = 35 a $s = 3$, určete procento skórů, které jsou:

- a. nad $z = + 1,20$
- b. nad $z = - 0,36$
- c. pod $z = - 0,56$
- d. pod $z = - 0,79$
- e. pod $z = - 1,10$
- f. pod $z = + 0,98$
- g. nad $z = + 0,13$

234. Profesorka Engelová dala studentům závěrečný test z psychopatologie a zjistila, že $\mu = 56$ a $\sigma = 5$.

- a. Jestliže je 38 minimální úspěšný skór, kolik procent studentů neuspělo?
- b. Jestliže profesorka Engelová chce, aby známka C pokryla středních 30 procent daného rozložení, jaké budou hraniční skóry?
- c. Jaký bude hraniční skór pro známku A, když víte, že pouze 10 procent nejlepších ji obdrželo?

235. Student obdržel skór, který patří do 80 percentilu.

- a. Jaký z-skór odpovídá tomuto pořadí?
- b. Je možné, na základě uvedených informací, určit hrubý skór?

236. Jistá škola si zakládá na své exkluzivitě, a tak si v ústním přijímacím řízení vybírá výhradně z uchazečů, kteří patří mezi 2% nejtalentovanějších. Talent zjišťují talentovým testem, jehož výsledky mají v populaci přibližně normální rozložení s průměrem 23 a směrodatnou odchylkou 3.

236.1 Jakého skóru musí uchazeč v testu dosáhnout, aby se mohl zúčastnit ústní části přijímacího řízení?

236. 2 Jakému percentilu tento skór odpovídá?

237. Jiná, méně exkluzivní škola, si v ústním přijímacím řízení vybírá z uchazečů, kteří patří mezi 16% nejtalentovanějších. Talent zjišťují talentovým testem, jehož výsledky mají v populaci přibližně normální rozložení s průměrem 12 a směrodatnou odchylkou 4.

237.1 Jakého skóru musí uchazeč v testu dosáhnout, aby se mohl zúčastnit ústní části přijímacího řízení?

237.2 Jakému percentilu tento skór odpovídá?

238. Pavel byl vyšetřen psycholožkou dvěma talentovými testy – testem hudebního nadání a testem matematického nadání. V testu hudebního nadání dosáhl výkonu na úrovni 20. percentilu a v testu matematického nadání byl jeho výkon vyjádřený v z-skórech -1. Ve které z testovaných oblastí má Pavel větší talent?

239. Alois byl rovněž vyšetřen dvěma talentovými testy – testem výtvarného nadání a testem verbálního nadání. V testu výtvarného nadání dosáhl výkonu na úrovni 80. percentilu a v testu verbálního nadání dosáhl 120 bodů. Oba testy mají přibližně normální rozložení; ten výtvarný s $m = 50$ a $s = 10$ a ten verbální s $m = 100$ a $s = 20$. Ve které z testovaných oblastí má Alois větší talent? (2b)

240. Zbyněk byl testován třemi metodami, zjišťujícími odlišné aspekty tvořivosti. V testu verbální kreativity byl jeho T - skór roven 75, v testu kresebné tvořivosti jeho výkon odpovídal 40. percentilu a v testu prostorové představivosti byl jeho hrubý skór 84, přičemž škála prostorové představivosti má m

= 76 a $s = 4$. V které oblasti jeho schopnosti dominují a kde jsou naopak nejslabší? Předpokládejme, že všechny měřené schopnosti mají přibližně normální rozložení.

241. Hrál by v předchozí otázce nějakou roli to, kdyby test kresebné tvořivosti neměl normální rozložení?

242. Průměr skóre při písemce z matematiky byl $m = 79$ a směrodatná odchylka $s = 9$.

242.1 Za předpokladu, že byla data rozdělena normálně, vypočítejte z-skór a percentil žáka, který získal $x = 70$ bodů.

242.2 Vypočítejte z-skór a percentil žáka, který získal 97 bodů.

242.3 Kolika bodů a jakého percentilu dosáhl žák se z-skórem -2?

242.4 Kolik bodů a jaký z-skór odpovídá 50. percentilu?

243. Je dáno následující skupinové frekvenční rozložení. Jaký je percentil náležející skóru 172?

<i>Class Interval</i>	<i>Frequency</i>
180–184	7
175–179	11
170–174	16
165–169	15
160–164	11
155–159	9
150–154	7

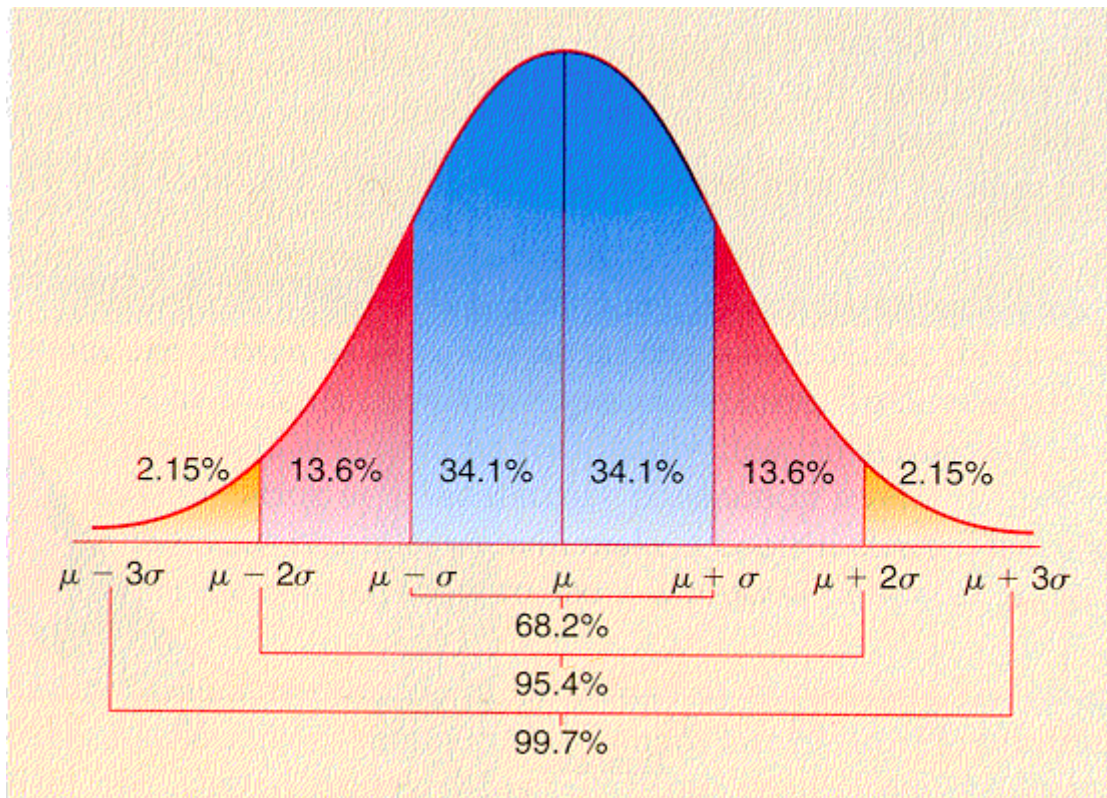
244. Pro následující skupinové frekvenční rozložení určete:

$X_{.40}$, $X_{.50}$, $X_{.65}$, $X_{.90}$.

<i>Class Interval</i>	<i>Frequency</i>
26–29	17
22–25	13
18–21	23
14–17	27
10–13	25
6–9	12
2–5	9

245. Pro následující soubor dat, určete skóre, které spadají do 25., 50., 75. percentilu.

12	15	34	23	32	12	22	21	19	25	14	11	12
11	10	14	15	13	12	16	18	21	29	32	31	30
24	30	29	28	26	21	19	17	16	15	11	10	17
32	30	29	29	28	27	21	14	21	18	16	16	11
20	23	14	15	17	11	21	32	20	20	25	15	17
14	15	23	26	30	24	19	23	22	21	24	17	15



246. Mezi jakými z-skóry se ve standardizovaném normálním rozložení vyskytuje 50% populace?
 a) -1 a 1 b) -2 a 2 c) -3 a 3 d) 0 a 4 e) -1 a 2

247. Mezi jakými z-skóry se nachází naprostá většina (tj. přes 99%) populace, je-li proměnná rozložena přibližně normálně?

248. Který z následujících skóru je jiného druhu než ostatní?

a) z-skór b) T-skór c) sten d) stanine e) percentil

249. Mezi 1. a 2. kvartilem je...

a) přibližně 50% rozložení b) přibližně 25% rozložení c) přibližně 75% rozložení
 d) nelze určit, záleží na tvaru rozložení

250. Z centrálního limitního teorému (věty) plyne, že...

- a. ...výběrové rozložení průměru se blíží normálnímu i při jiném než normálním rozložení proměnné
- b. ...výběrové rozložení statistik se s rostoucí velikostí vzorku blíží rozložení parametrů
- c. ...rozložení proměnných se s rostoucí velikostí vzorku postupně blíží normálnímu
- d. ...výběrové rozložení průměru se při neznámém σ s rostoucí velikostí vzorku blíží t -rozložení
- e. ...výběrová chyba se s rostoucím vzorkem limitně blíží nule

251. Počty chýb v teste angličtiny boli pre jednotlivcov: 5; 10; 2; 0; 8; 12; 7; 6; 0; 9

- 250.1 Aké je najčastejšie zastúpené skóre?
- 250.2 Aké je kumulatívna frekvencia skóre 8?
- 250.3 Aká je relatívna početnosť pre skóre 0?
- 250.4 Aká je kumulatívna početnosť pre skóre 5?
- 250.5 Ktorý je 50 percentil pre dáta?
- 250.6 Aké percento skóre predstavuje 30 percentil?

252. Čo z nasledujúcich výrokov platí?

- a) ak je distribúcia normálne rozložená, 50 percentil je rovnaký jako priemer, medián a modus
- b) ak je distribúcia zošikmená, nie je možné vyrátať percentily
- c) percentily sú vhodnejšie ako kumulatívne početnosti

d) žiadny z uvedených výrokov neplatí

253. Čo z nasledujúcich výrokov platí?

- a) percentily nie sú vhodné pre bimodálne distribúcie
- b) pri normálnom rozložení dát je hodnota percentilov rovná početnostiam
- c) štandardná odchýlka kumulatívnych frekvencií nadobúda hodnoty od -1 po +1
- d) žiadny z uvedených výrokov neplatí

254. K čomu slúži linearizačná transformácia?

255. Zakrúžkujte graf *kumulatívnej distribučnej funkcie* (cumulative distribution function) normálneho rozloženia.

