

# TEAM WORK



## Kooperativní hry

POLb1123

# Kooperativní hry a kooperativní řešení

- Kooperativní hry předpokládají, že **hráči mohou uzavírat závazné dohody.**
- Vězňovo dilema není dilematem, pokud je možné uzavřít závaznou dohodu
- Některé z kooperativních her jsou charakteristické tím, že si hráči mezi sebou předají část užitků (tzv. **vedlejší platby- *side payments***). Cílem je, aby na tom žádný z hráčů nebyl hůře jako výsledek toho, že souhlasil s koordinací strategie.
- U her **bez vedlejších plateb** vyjednávají hráči o řešeních (různých párech korelovaných strategií), každý pár pro ně přináší trochu jiné užitky.

# Kooperativní hry dvou hráčů



- Někteří autoři tvrdí, že u 2PG neexistují „kooperativní hry“, jen „kooperativní výsledky“

ř. následující situace: Pepa má peníze- 100 Kč, ale chtěl by si za ně koupit komiks, který chce raději než peníze, které má (= cení si ho na 100 Kč). Franta má komiks, ale nemá peníze na alkohol v ceně 80 Kč, který by měl raději než komiks (= Franta si cení komiks na 80 Kč). Výsledkem jejich komunikace je, že Franta dá Pepovi komiks a dostane za něj 90 Kč.

Nekooperativní výsledek je (nechá si-nechá si)-ekvilibrum, není Pareto-optimální.

„Kooperativní výsledek“ (dá-dá) je Pareto-optimální.

		Franta	
		dá	nechá si
Pepa	dá	110,90	10,170
	nechá si	200,0	100,80

# Vyjednávání v kooperativních hrách: jiný pohled

- Závazná dohoda znamená, že hráči vystupují jako **koalice** (vzdávají se unilaterálních strategií ve prospěch koordinované, viděli jsme jako možnost u případu s odpadky).
- Řada sociálních institucí, podporujících závazné dohody.
- Je naznačená dohoda jedinou, kterou mohli Pepa a Franta uzavřít, aby šlo o kooperativní hru/řešení?

# Alokace (Imputace)

- Plán plateb členům koalice se nazývá **imputace**
- Množina imputací bývá obvykle poměrně velká, typicky ji omezují: **tlaky ostatních prodávajících/kupujících, jak je počítována férovost, vyjednávání.**

# Vyjednávání mezi imputacemi v kooperativních hrách

Vyjednávání je typické pro situace, kdy existuje více kooperativních řešení (**párů strategií**), které hráči preferují před nedohodou.

Důležité je, že každý z hráčů **může výsledek vyjednávání (dohodu) odmítnout.**

**Příklad:** Prezident trvá na rozpočtových škrtech, nejméně v rozsahu 50 miliard, parlament je ochotný jednat o škrtech od 0 až do výše 80 miliard. Pokud se neshodnou do určitého data, vstoupí v platnost zákon, který stanovuje škrty v rozpočtu 40 miliard a v následujícím roce opět 40 miliard. Prezident preferuje tento zákon, pokud parlament nenavrhne škrty alespoň 50 miliard.

# Vyjednávání v kooperativních hrách (II.)

- Pokud se obě strany nedohodnou (prezident bude navrhopvat škrty větší než 80mld. nebo vláda menší než 50mld.) nazývá se takový výsledek **konfliktní bod**.
- Každá ze stran má krajní pozici (*reservation level*), při níž už preferuje nedohodu před dohodou. Území mezi krajními pozicemi se nazývá **zóna dohody** (*zone of agreement*). V příkladu je tato zóna definována pozicemi 50-80 mld.
- Výsledkem dohody je Pareto optimální pár strategií v rámci **zóny dohody**.
- Výsledek vyjednávání shrnuje **Nashovo vyjednávací řešení**

# Nashovo vyjednávací řešení (charakteristiky)

1. **Pareto optimální výsledek** (řešení je na horní hranici užitkové funkce v zóně dohody)
2. **Symetrie** ( výsledek vyjednávání je uprostřed zóny dohody, nebere v úvahu další charakteristiky hráčů).
3. **Nezávislost nezávislých alternativ** pokud se odstraní některá možná řešení, (ale Nashovo řešení a konfliktní bod zůstává), je výsledkem stále Nashovo řešení
4. **Nezávislost k transformacím užitkových funkcí**- řešení je nezávislé na lineárních transformacích užitkových funkcí hráčů.



# Vyjednávací řešení (vlastnosti)

- **Nash:** je rozdělena veškerá nadhodnota
- **Kalai-Smorodinsky:** přírůstek je dělen férově
- **Kalai:** navržené dělení respektuje princip, že dohoda je lepší než nedohoda
- **Rubinstein:** při tom, jak je nadhodnota dělena, záleží na pořadí, v němž je vyjednává.

# Příklad: hra s nemovitostmi

Koalice	Hodnota
K,L,M	10
K,L	7
L,M	7
K,M	6
K	3
L	3
M	3

K,L, M= velká koalice, K nebo L nebo M= jednočlenná koalice

Jak musí být rozděleny zisky mezi hráče velké koalice, aby byla dohoda stabilní?

# Jádro kooperativní hry

- Jádrem (*the core*) kooperativní hry jsou všechny imputace, které jsou stabilní v tom smyslu, že žádný hráč nemá pobídku z koalice odstoupit a vylepšit si tím svůj zisk.
- Jádro představuje možný přístup k řešení kooperativních her

# Příklad: hra s nemovitostmi (II.)

Koalice	Hodnota
K,L,M	10
K,L	7
L,M	7
K,M	7
K	3
L	3
M	3

Zde je jádrem velké koalice prázdná množina imputací, velká koalice nemá takovou hodnotu, aby bylo možné zaplatit všem tak, aby někdo z hráčů neměl pobídky jednostranně z dohody odstoupit.

# Typické znaky koaličních her

- Neanalyzují, co koalice „dělá“, jen její vytvoření
- Jsou **superaditivní**- pokud se spojí dvě koalice, je hodnota nové koalice stejná nebo větší než předchozích dvou
- **Vedlejší platby** (hráči si platí za zaujetí určitých strategií)
- Mají buďto **přenosný** nebo **nepřenosný užitek** (u přenosného užitku jsou zisky snadno korelovány s penězi)

# Shapleyho hodnota (jiné vyjednávací řešení koaličních her než *jádro*)

	K	L	M
K,L,M	3	4	3
K,M,L	3	4	3
L,K,M	4	3	3
L,M,K	3	3	4
M,K,L	3	4	3
M,L,K	3	4	3
PRŮMĚR	3 1/6	3 2/3	3 1/6

Klíčové, v jakém pořadí přistupují hráči do koalice. Je otázka, jaké řešení je lepší (Shapleyho jakoby lépe demonstruje reálný proces, námitka: první hráč je **krátkozraký**, reálně by nikdo s koalicí nechtěl začít).

# Hry s nepřenositelným užitekem: příklad s hudebníky

	Abe	Barb	Curt	Deb
Rock	2	2	2	2
Bluegrass	4	1	4	1
Jazz	1	5	1	5
Country	5	3	5	4
Folk	3	4	3	3

(A,B,C,D)- všechny žánry

(A,B,C)- Jazz, Country, Folk

(A,B,D)- Country, Folk

(A,C,D)- Jazz, Country, Folk

(B,C,D)- Jazz, Country Folk

Dvoj a jednočlenné koalice- Country nebo Folk

Je koalice A,B,D jádrem?

Je koalice A,B,C jádrem?

Má situace nějaké jádro?

# Koalice s nepřenositelnými užitky

- Každá z koalice vede k určitému **preferenčnímu profilu**, příklad A,B,D k profilu (3,4,3) nebo (5,3,4).
- Koalice koordinuje své strategie, aby dosáhla určitého výsledku (**efektivní** koalice pro určitý výsledek)
- Výběr strategií závisí na preferencích členů koalice
- Koaliční hra reprezentovaná tímto způsobem, je **koalice v efektivní formě**
- Výsledkem her s nepřenositelnými užitky složitý objekt (v tomto případě různé typy kapel)
- **Jádrem** preferenční profil, 1. pro který existuje efektivní koalice a 2. v jakékoliv jiné koalici, která může být v preferenčním profilu zformována, je na tom alespoň jeden z členů stávající koalice hůře než doposud.



# Kooperativní hry více než dvou hráčů v politice

- Kterékoliv z řešení (core, Shaplyeho hodnota) obvykle není v politice prázdnou množinou
- V tomto typu her je hlavním výzkumným problémem **vytváření koalic**
- **Koalice** je podmnožina množiny všech hráčů, která není prázdná.
- Koalice vznikají, pokud hráči souhlasí s koordinací strategií, neboť tak doufají, že suma zisků všech, kdo se koalici účastní, bude vyšší, než kdyby postupovali samostatně (předpokládá se, že čistý zisk z koordinované akce oproti samostatné akci si hráči dělí po hře v rámci vedlejších plateb). Pokud tomu tak je, jde o **esenciální** hry, pokud ne, o hry **neesenciální** (v nich není motivace k vytváření koalic).
- Pro politologii (ale např. i ekonomii- kartely, akciové společnosti) je klíčovou otázkou analýza **vyjednávací pozice aktérů při vytváření koalic**. Souvisí s „mocí aktérů“.
- Kvantitativně se jí snaží popsat Banzhafův index a Shapley-Shubikův index (moci).

# Shapley-Shubik index (1953)

Pracuje s kategorií „rozhodujícího subjektu“ (critical subject).

Zkoumá, kdo je při tvorbě požadované většiny „rozhodujícím“ (*critical*) hráčem.

Vychází z předpokladu, že záleží na pořadí, ve kterém se hráči k většině přidávají (pozdě příchozí nejsou potřeba).

Postup výpočtu:

1. Seřadí se všechna možná pořadí všech hráčů
2. Zkoumá se, po hlasování kterého z nich má koalice požadovanou většinu
3. Tento hráč získává bod. Součet bodů jednotlivých hráčů je určen po posouzení všech pořadí.

# Př.

- Vypočtěte Shapley-Shubikův index, pro situaci: A:50,B:49,C:1, 1) potřebná většina 50, 2) potřebná většina 49, 3) potřebná většina je 51

	Kritický hráč situace 1	Kritický hráč situace 2	Kritický hráč situace 3
A,B,C	A	A	B
A,C,B	A	A	C
B,A,C	A	B	A
B,C,A	C	B	A
C,B,A	B	B	A
C,A,B	A	A	A

# Banzhafův index

- Označuje politickou sílu subjektu (strany, státu) a pravděpodobnost, že jeho hlas rozhodne výsledek volby.
- Navržen J. Banzhafem (advokát v oblasti *public health*, jeho pomocí dokumentoval nerovnoměrnou distribuci hlasovací síly v radě *Nassau County*).
- Využívá se při analýze parlamentních hlasování, či např. hlasování v EU.
- Jeho výpočet je následující:
  1. Určí se **všechny** koalice s potřebnou většinou
  2. Pro každý subjekt se vypočítá, kolikrát je členem koalice, která, když o něj přijde jako o člena, ztratí požadovanou většinu
  3. Sečte se počet sub 2 pro všechny hráče
  4. Normalizovaná síla subjektu je vyjádřena jako zlomek kombinací, v nichž je členem koalic sub 2 a počtu sub 3.

# Příklad

- Vypočtete Banzhafův index pro následující situaci (51; A: 50 hlasů B:49 hlasů C: 1 hlas)

## Řešení:

Koalice: AB, AC, ABC

Počet „kritických“ účastí v koalicích, tj. těch, v nichž dochází při odstranění subjektu k přechodu od většiny k menšině (= ke změně rozhodnutí) A:3, B:1, C:1

Síla: A:  $3/5$  (60%), B:  $1/5$  (20%), C:  $1/5$  (20%)

Příklad: Vypočtete Banzhafův index pro povolební situaci 2006 (většina 101, všichni musí hlasovat)

a) ODS:81, KDU-ČSL:13, SZ:6, ČSSD:74  
KSČM:26

b) ODS:81, KDU-ČSL:13, SZ:6, ČSSD:72,  
KSČM:26, Melčák/Pohanka:2

Vyzkoušejte si online třeba zde:

[http://people.math.binghamton.edu/fer/courses/math130/ZIS\\_Spr14/chapter1/Banzhaf.html](http://people.math.binghamton.edu/fer/courses/math130/ZIS_Spr14/chapter1/Banzhaf.html)

**Příklad: vypočtete Banzhafův index pro následující situaci (zastupitelstvo MČ Brno- Líšeň)**

(většina 15, ODS: 10, ČSSD:5, Líšeňský Blok: 5, KDU: 4, KSČM:3, ZB: 2)

[http://people.math.binghamton.edu/fer/courses/math130/ZIS\\_Spr14/chapter1/Banzhaf.html](http://people.math.binghamton.edu/fer/courses/math130/ZIS_Spr14/chapter1/Banzhaf.html)

# Příklad koalice s vyrovnanou silou hráčů (McCain: 433-436)

Strana	Hlasů	Program
Křesťanství demokrati	40%	Konzervativní v morálních otázkách, umírněná ekonomicky, podporující small business
Sociální demokraté	40%	Podporuje dělníky, kontrolu ekonomiky, neutrální v mprálních otázkách
Radikálové	20%	Podporuje malou vládu, extrémně libertariánská v morálních otázkách



# Témata: jaká vznikne koalice? (vedlejší platby zakázány)

	Téma	Konzer vativci	Sociali sté	Radikálo vé
1	Volný obchod	+1	-3	+10
2	Výhody same-sex partnerů v systému sociálního zabezpečení	-10	0	+9
3	Omezení sociálních dávek	+3	-10	+8
4	Přímé platby farmářům, kteří bojují s importem	+6	+3	-10

# Koalice a zisky aktérů

Koalice	Složení	Projde	C	S	R
1	(C,S,R)	1,3	4	-13	18
2	(C,R) (S)	1,3	4	-13	18
3	(S,R) (C)	2	-10	0	9
4	(C,S) (R)	4	6	3	-10
5	(C) (S) (R)	0	0	0	0

Pouze koalice 4 je stabilní