

Konfirmační FA

PSY259 – ZÁKLADY PSYCHOMETRIKY (SEMINÁŘ 5)

20. 4. 2020 | ADAM ŤÁPAL

Specifika Konfirmatorní FA (CFA)

- V případě EFA (většinou) nemáme jasnou představu o faktorové struktuře
 - Chceme získat lepší představu o **počtu a charakteru** latentních proměnných
 - Necháme si odhadnout faktorový model s m faktory a získáme datům nejlépe vyhovující matici faktorových nábojů, Λ
 - Abychom mohli interpretovat význam jednotlivých faktorů, je většinou třeba využít **rotace** za účelem získání **jednoduché struktury** (*simple structure*)
 - EFA je data-driven

Specifika Konfirmatorní FA (CFA)

- V případě CFA máme již existující hypotézu o počtu a charakteru faktorů
 - Tato hypotéza je vlastně představou o nějakém teoretickém modelu, který pomocí latentních proměnných vysvětluje kovariance mezi manifestními proměnnými
 - Díky této hypotéze můžeme faktorový model nějak blíže specifikovat
 - ...model specifikujeme tím, že nějakým způsobem **omezujeme** parametry modelu
 - Žádnou rotaci již neprovádíme, jednoduché struktury dosahujeme přímo sami
 - CFA je theory-driven

Specifika Konfirmatorní FA (CFA)

- Jak již několikrát padlo, statistický model je v případě EFA i CFA **totožný**
 - V EFA si řekneme o počet faktorů, ale všechny faktorové náboje (λ) jsou volně odhadovány (jejich hodnota není námi omezená), zároveň platí některé předpoklady (rozptyl faktorů je 1, unikátní faktory mezi sebou nekorelují, ...)
 - V CFA máme jasnou představu o počtu faktorů a o hodnotě některých parametrů
 - ...typicky je to “pouze” představa o tom, které **faktorové náboje** λ jsou **nulové**, případně které **korelace** mezi společnými / obecnými (common) faktory jsou nulové

Hypotézy v CFA

- Hypotéza o faktorové struktuře a charakteru faktorů
- Položky 1 - 4, které mají měřit vizuální percepci, jsou syceny pouze *faktorem 1* (= schopností vizuální percepce)
- Položky 5 - 8, které mají měřit sluchovou diferenciaci, jsou syceny pouze *faktorem 2* (= schopností sluchové diferenciaci)

	Faktor 1	Faktor 2
P1	?	0
P2	?	0
P3	?	0
P4	?	0
P5	0	?
P6	0	?
P7	0	?
P8	0	?

0 = parametr je omezen na nulu

? = hodnota parametru je volně odhadována

Hypotézy v CFA

- Omezení některých faktorových nábojů na 0 je součástí CFA zpravidla vždy
- Naše apriorní hypotézy ale mohou nabývat i jiných podob:
 - Omezení parametru korelace mezi faktory (*Vizuální percepce a sluchová diferenciacce spolu nekorelují*)
 - Omezení počtu faktorů (*Moje teorie tvrdí, že neuroticismus a anxiozita jsou jedna a ta stejná věc*)
 - Jiná omezení parametrů modelu (*Faktorový náboj všech položek v testu X je stejný*)

Parametry CFA modelu

- Common Factor Model:

$$\Sigma = \Lambda\Phi\Lambda' + D_{\psi}$$

- Model je reprezentován třemi maticemi parametrů:
- Λ (lambda) je matice faktorových nábojů (apostrofov značí transpozici)
- Φ (phi / fí) je matice korelací / kovariancí mezi (obecnými) faktory.
- D_{ψ} (D-psi / D-psí) je matice rozptylů a korelací / kovariancí unikátních faktorů

Parametry CFA modelu

- Parametry uvnitř matic mohou nabývat třech podob:
- **Volně odhadované parametry** (*free parameters*) – neznámé a odhadované
- **Zafixované parametry** (*fixed parameters*) - jejich hodnota je pevně nastavena (typicky na 0, u nábojů a korelací, nebo na 1, u rozptylů)
- **Omezené parametry** (*constrained parameters*) - jejich hodnota je omezena hodnotou nějakého jiného parametru (např. „položky 1 a 2 mají shodný faktorový náboj“)

Hypotézy v CFA

- Apriorní hypotézy o modelu tedy „překládáme“ do různých apriorních omezení modelových parametrů
- Na základě toho, jak dobře výsledný model sedí na data, usuzujeme na plauzibilitu naší apriorní hypotézy
- Je v pořádku (dokonce je to v mnoha případech žádoucí) mít několik „soupeřících“ apriorních hypotéz. Výsledné modely pak můžeme srovnat.
- CFA může svádět k tomu, abyste ji používali data-driven způsobem a vaše hypotézy ad-hoc upravovali. To je nebezpečné, protože to může vést k tomu, že váš „konfirmatorní“ model bude pouhým statistickým artefaktem

Příklad v JASPu

- Klasický dataset Holzinger & Swineford (aka Svinibrod), 1939
- 301 dětí, skóry z 9 testů:
 - Visual Perception, Cubes, Lozenges
 - Paragraph Comprehension, Sentence Completion, Word Meaning
 - Speeded Addition, Speeded Counting, Speeded Discrimination

Zhodnocení modelu v CFA

- Model reprezentuje naši hypotézu o faktorové struktuře. Plauzibilitu hypotézy můžeme vyhodnotit třemi způsoby (které se navzájem doplňují):
 - 1) Dávají hodnoty volně odhadnutých parametrů teoretický smysl?
 - 2) Sedí model dobře na data?
 - 3) Jak naše hypotéza ob stojí ve srovnání s konfliktními hypotézami?

Shoda modelu s daty v CFA

- Podobně jako v EFA, ovšem s více možnostmi.
- Vždy jde však o variaci na to stejné – „*Jak moc se liší data očekávaná na základě modelu od toho, co jsme skutečně pozorovali?*“
- Realita a model se budou téměř vždy nějak lišit. Je už ale odlišnost **dost velká** na to, aby nám to začalo vadit?
- **Reziduální matice** (rozdíl mezi pozorovanými a modelem implikovanými korelacemi/kovariancemi – na rozdíl od EFA toto už JASP dokáže, ale umí pouze kovarianční matici)
- **Test of perfect fit** (χ^2 s *df* stupni volnosti) – platí stejná kritika, jako u EFA. Nepoužívejte.
- χ^2 / df ratio < 2 – zastaralé doporučení, nepoužívejte.
...testová statistika χ^2 se však využívá v řadě **indexů shody modelu s daty** (indexů fitu)

Indexy fitu v CFA

Rozlišujeme:

- 1) Absolutní indexy** – o jak moc je náš model horší než „perfektní“ model? (RMSEA, ...)
- 2) Inkrementální (relativní) indexy** - o jak moc je náš model lepší než nejhorší možný model? (TLI, CFI, ...)
- 3) Reziduální indexy** – sumarizují obsah reziduální matice (RMR, SRMR, ...)

...čerpat informaci bychom měli ideálně z všech tří druhů indexů.

RMSEA a TLI / CFI

- Už jsme si o nich pověděli během semináře o EFA
- RMSEA je **absolutním indexem**, bere v potaz nejen shodu modelu s daty, ale také komplexitu modelu (počet volně odhadovaných parametrů)
- Totéž platí pro TLI, s tím rozdílem, že TLI je **inkrementálním indexem**
- CFI (Comparative Fit Index) je příbuzný TLI, platí pro něj stejná doporučení a tyto indexy zpravidla velmi silně korelují. CFI však méně penalizuje za komplexitu modelu, doporučujeme tedy používat spíše TLI. V každém případě si však vyberte jen jeden 😊

SRMR

- Standardized Root Mean Square Residual
- Zjednodušeně řečeno jde o průměrnou velikost rezidua v reziduální matici
- Hodnoty 0 nabývá pouze v případě, že model sedí perfektně na data (= reziduální matice obsahuje samé nuly, nebo hodnoty velmi blízko 0)
- < .05 optimální, < .08 dobré, > .1 špatné

Srovnávání modelů

- Můžeme mít více konfliktních hypotéz. Z nich plynoucí modely můžeme mezi sebou srovnat.
- Jestliže jsou modely **vnořené** (nested), můžeme je porovnat přímo pomocí χ^2 testu
 - Testová statistika je pak $\Delta\chi^2$ s počtem stupňů volnosti Δdf
 - Modely jsou vnořené, jestliže volné parametry jednoho modelu jsou **podmnožinou** volných parametrů druhého modelu (např. jediný rozdíl mezi dvěma modely je ten, že Model 1 fixuje korelaci mezi dvěma faktory na 0, kdežto pro Model 2 je tento parametr volně odhadován)

Srovnávání modelů

- Jestliže modely vnořené nejsou, můžeme je porovnávat pouze za pomoci **indexů fitu** a nebo **informačních kritérií**
 - **AIC** = Akaike Information Criterion
 - **BIC** = Bayesian (Schwarz) Information Criterion
- Informační kritéria berou v potaz komplexitu modelu a mohou být použity pouze pro modely, které jsou odhadnuty na stejných datech
- Relativně menší hodnota informačního kritéria = preferovanější model

Další témata

- Standardizované faktorové náboje
- Modifikační indexy
- Estimátory – ML, ULS, GLS, DWLS
- Identifikace faktorů
- Kombinace EFA a CFA

Paralelní testy / položky

- CTT předpoklad praví, že položky v testu jsou paralelními položkami – zaměnitelnými měřítky. Paralelní položky jsou takové, které mají shodný systematický i chybový rozptyl
 - (až na to, že nic takového v psychologii neexistuje)
- Uvažujeme tedy o míře paralelnosti:
 - 1) Kongenerické položky (vybrány ze stejné domény a lokálně nezávislé)
 - 2) Tau-ekvivalentní (shodné faktorové náboje položek)
 - 3) Paralelní (shodné průměry – položky jsou stejně obtížné)
 - 4) Striktně paralelní (shodné reziduální rozptyly)

FA a reliabilita

- Cronbachovo alfa podhodnocuje, nejsou-li položky paralelní
- Spearman-Brownův vzorec nadhodnocuje, nejsou-li položky striktně paralelní
- FA je tedy možné využít pro (lepší) odhad vnitřní konzistence, který není zatížen těmito předpoklady. K tomuto účelu se využívá rodina koeficientů **omega**
- Tyto koeficienty (nejčastěji se setkáte s McDonaldovým hierarchickým omega) lze spočítat pouze na základě faktorové analýzy
- Jejich interpretace je shodná s interpretací jiných koeficientů vnitřní konzistence