Testování hypotéz: filozofický úvod

Výrok: „Všechny vrány jsou černé“

Je možné dokázat tento výrok?

Nikoli - nelze pozorovat všechny vrány

Řešení = Falzifikace výroku: pokud najdeme nečernou vránu, ukážeme že ne všechny vrány jsou černé

Jediné pozorování může vést k závěru že výrok je nepravdivý: metoda *modus tollens*

H0: všechny vrány jsou černé
H1: ne všechny vrány jsou černé
Snažíme se falzifikovat H0

Aplikace na příklad s IQ

- Př. Výsledky IQ testu jsou aproximovány (blíží se) normálním rozložením o průměru μ = 100 a σ=16. Třída 36 dětí dosáhne průměru 105 bodů. Učitel si myslí že děti patří do populace $\mu > 100$
- H 0: $\mu <= 100$
  H 1: $\mu > 100$
- Snažíme se falzifikovat H0, statisticky řečeno zamítnout H0
- Kdy zamítáme? Když máme dostatečnou evidenci
- Zamítnutí H0 založíme na náhodě/riziku/šanci

Šanci, že najdeme výběrový průměr 105 nebo vyšší pokud je vzorek tahán z populace s μ = 100.

Pokud je šance malá (α) zamítáme H0.

Testování hypotéz: logika

1. Člověk učiní předpoklad o hodnotě parametru, např. populačního průměru a tímto stanoví nulovou hypotézu H_0
2. Za předpokladu že H_0 je pravdivá, člověk zkonstruuje distribuci všech možných (potenciálních) hodnot statistiky vzorku, zde průměru vzorku, když vybírá jednoduchý náhodný vzorek o velikosti N z populace o průměru předpokládaném $H_{0.}$ Takto vzniká výběrová distribuce statistiky, zde výběrová distribuce průměru.Tvar této distribuce může být odvozen nezávisle na tvaru populační distribuce (centrální limitní věta) jako normální s průměrem rovným populačnímu průměru, přičemž tvar se blíži normálnímu s rostoucí velikostí vzorku
3. S výběrovou distribucí průměru člověk stanovuje podmíněnou pravděpodobnost (p-hodnotu), s jakou se daná nebo extrémnější hodnota výběrového průměru vyskytne za předpokladu že $H_{0.}$ je pravdivá
4. Pokud je p-hodnota nižší než α (alfa), tj. námi předem stanovená kritická hodnota (též riziko chyby 1.druhu), člověk říká: „Pokud je H_0 pravdivá, tak podmíněná pravděpodobnost že najdu danou hodnotu výběrového průměru nebo extrémnější je nižší než α. Tato pravděpodobnost je tak nízká, že již nedůvěřuji H_0 a zamítám ji.

Pokud je p-hodnota větší než α, pak člověk říká: „Pokud je H_0 pravdivá, tak podmíněná pravděpodobnost že najdu danou hodnotu výběrového průměru nebo extrémnější je vyšší než α. Proto nemám potřebnou jistotu (dostatečnou evidenci) a H_0 nezamítám.

Formulace H1 a regiony zamítnutí

- Hypotézy mohou být formulovány jednosměrně nebo obousměrně
- Př. Jednosměrně: H0=100, H1≠100

  (průměry H1 mohou být menší nebo větší než 100, proto obousměrně)
- Př. Obousměrně: H0=100,H1>100

  (zajímají nás průměry H1 pouze větší než 100, proto jednosměrně)

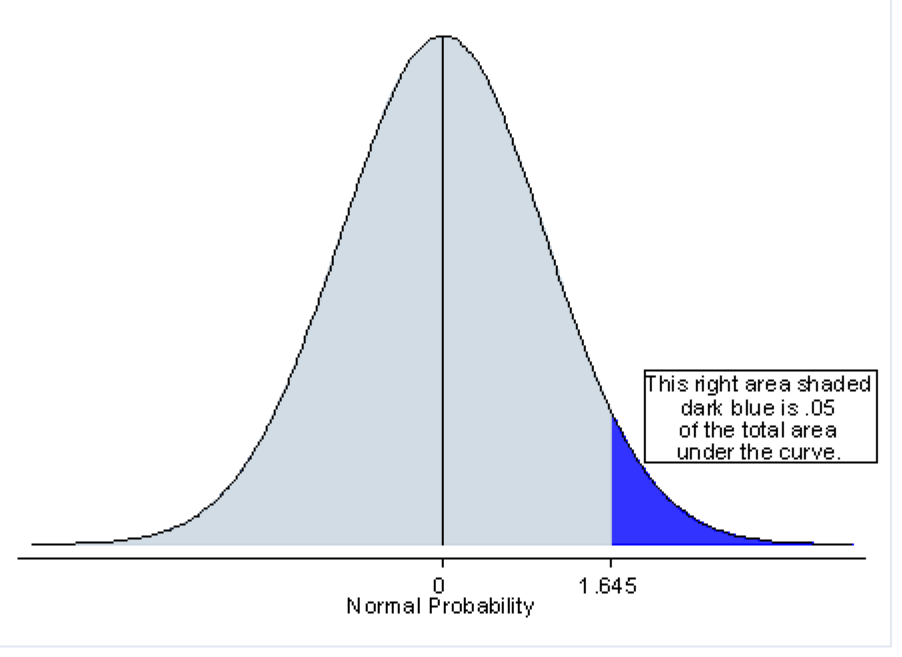
- Jednosměrně – jednostranný test α=0.05
- Obousměrně – oboustranný test α=0.05 = (0.025 spodní interval + 0.025 horní interval)

Tabulka z-hodnot pod 1-straným a 2-straným testem (viz tabulka z-skoru)

Test \ α	0.05	0.01	0.001
1-straný	1.645 F(z) = .95	2.33 F(z) = .99	3.09 F(z) = .999
2-straný	1.96 F(z) = .975	2.58 F(z) = .995	3.29 F(z) = .9995

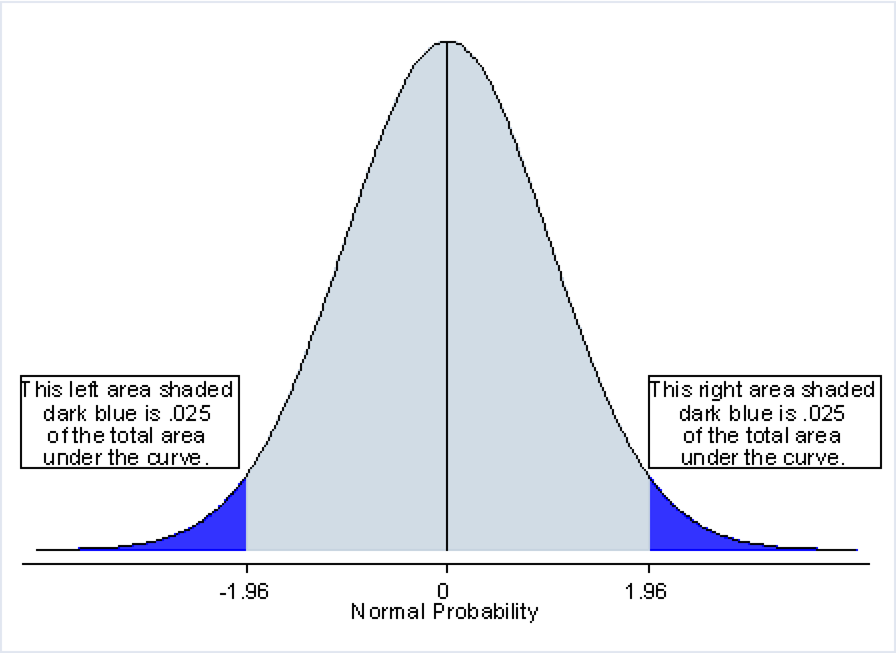
1-straný test

• Jednosměrně – jednostranný test α=0.05



2-straný test

oboustranný test pro α=0.05 = α / 2 = (0.025 spodní interval + 0.025 horní interval)



Chyby 1. a 2. druhu

- Ikdyž podmíněná pravděpodobnost vytáhnutí daného nebo extrémnějšího průměru vzorku bude menší než alfa a člověk důsledkem toho zamítne H_0, stále existuje pravděpodobnost, ikdyž nízká (menší než α), že daný průměr pochází z populace s H_0a člověk se tak rozhodnu špatně – učiní chybu 1. druhu.

- Stejně tak existuje situace kdy podmíněná pravděpodobnost vytáhnutí daného nebo extrémnějšího průměru vzorku bude větší než alfa a člověk důsledkem toho nezamítne H_0, ikdyž existuje pravděpodobnost (v závislosti na alternativní hypotéze H_1) že daný průměr pochází z populace H_1a člověk také učiní špatné rozhodnutí – chybu 2. druhu β.

Čtyři možné situace a síla testu

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2">skutečnost</td></tr>
<tr><td>H0</td><td>H1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">rozhodnutí</td><td>„H0“</td><td>p(„H0“ | H0)

1 – α</td><td>Chyba 2. typu (β)

riziko chybného nezamítnutí nulové hypotézy
p(„H0“ | H1)</td></tr>
<tr><td>„H1“</td><td>Chyba 1.typu (α)

riziko chybného zamítnutí nulové hypotézy
p(„H1“ | H0)</td><td>p(„H1“ | H1)

Síla testu (1 – β)</td></tr>
</table>