Neparametrické testy

- parametrické a neparametrické testy
- pořadové neparametrické testy
- test Chí-kvadrát
  - test nezávislosti proměnných
  - test dobré shody

Parametrické testy

- t-testy a analýza rozptylu jsou tzv. parametrické testy
- parametr = charakteristika populace (průměr, rozptyl)
- parametrické testy používají při výpočtech charakteristiky populace (parametry)

Parametrické testy

- parametrické testy pracují s předpoklady o charakteristikách populace
- např. u t-testu předpokládáme, že směrodatné odchylky výběrů mohou posloužit jako odhad pro směrodatnou odchylku populace
- podobně počítají s normálním rozdělením měřeného znaku

Parametrické testy

- pokud nejsou tyto předpoklady splněny, můžeme dojít k nepřesným výsledkům

Neparametrické testy

- neparametrické testy nezávisí na charakteristikách populace ani o nich nečiní žádné závěry
- není vyžadováno normální rozdělení znaku
- proto jsou tyto testy označovány také jako „distribution-free“ testy

Neparametrické testy

- proč potom vůbec používat parametrické testy?
  - mnoho parametrických testů je poměrně „odolných“ (tzv. robustních) vůči narušení předpokladů testu (např. menší odchylky od normálního rozdělení výsledky nezkreslí)
  - parametrické testy mají větší statistickou sílu než neparametrické (větší pravděpodobnost zjištění rozdílu, pokud skutečně existuje)
  - pro některé typy analýz neparametrické metody nejsou (např. neexistuje obecně přijímaná neparametrická faktoriální ANOVA)

Neparametrické testy

- hlavní **výhody** neparametrických testů
  - nejsou omezeny předpokladem normálního rozdělení
  - jsou často založeny na pořadí, dají se použít i pro ordinální data (kde můžeme spočítat pouze průměr, nikoli medián) i pro nominální (test Chí-kvadrát)
  - nejsou citlivé na extrémní hodnoty (jsou většinou založeny na mediánu)

Neparametrické testy

- hlavní **nevýhody** neparametrických testů
  - menší statistická síla
  - pro složitější analýzy často není neparametrická varianta metody k dispozici

Neparametrické testy

- přehled neparametrických ekvivalentů parametrických testů
  - t-test pro nezávislé výběry – Mann-Whitney U test
  - t-test pro závislé výběry – Wilcoxon test
  - analýza rozptylu – Kruskall-Wallis test
  - opakovaná měření (ANOVA) – Friedman Rank Test

Test Chí-kvadrát

- chí-kvadrát může být použit
  - pro testování rozdělení jedné proměnné (test dobré shody)
  - testování nezávislosti dvou proměnných

Test Chí-kvadrát

- chí-kvadrát pro testování nezávislosti proměnných se používá pro nominální nebo ordinální proměnné
- data jsou uspořádána do tzv. kontingenční tabulky (viz příklad)

Příklad

- zajímá nás, jak souvisí model manželství s jeho vydařeností
  - model manželství má kategorie: dominance žena, dominance muž, kooperace
  - vydařenost má 3 kategorie – vydařené, průměrné, nevydařené
- pozn.: jde o manželství rodičů respondentů, tak jak je posuzují oni (zdroj dat – výzkum doc. Plaňavy)

Příklad

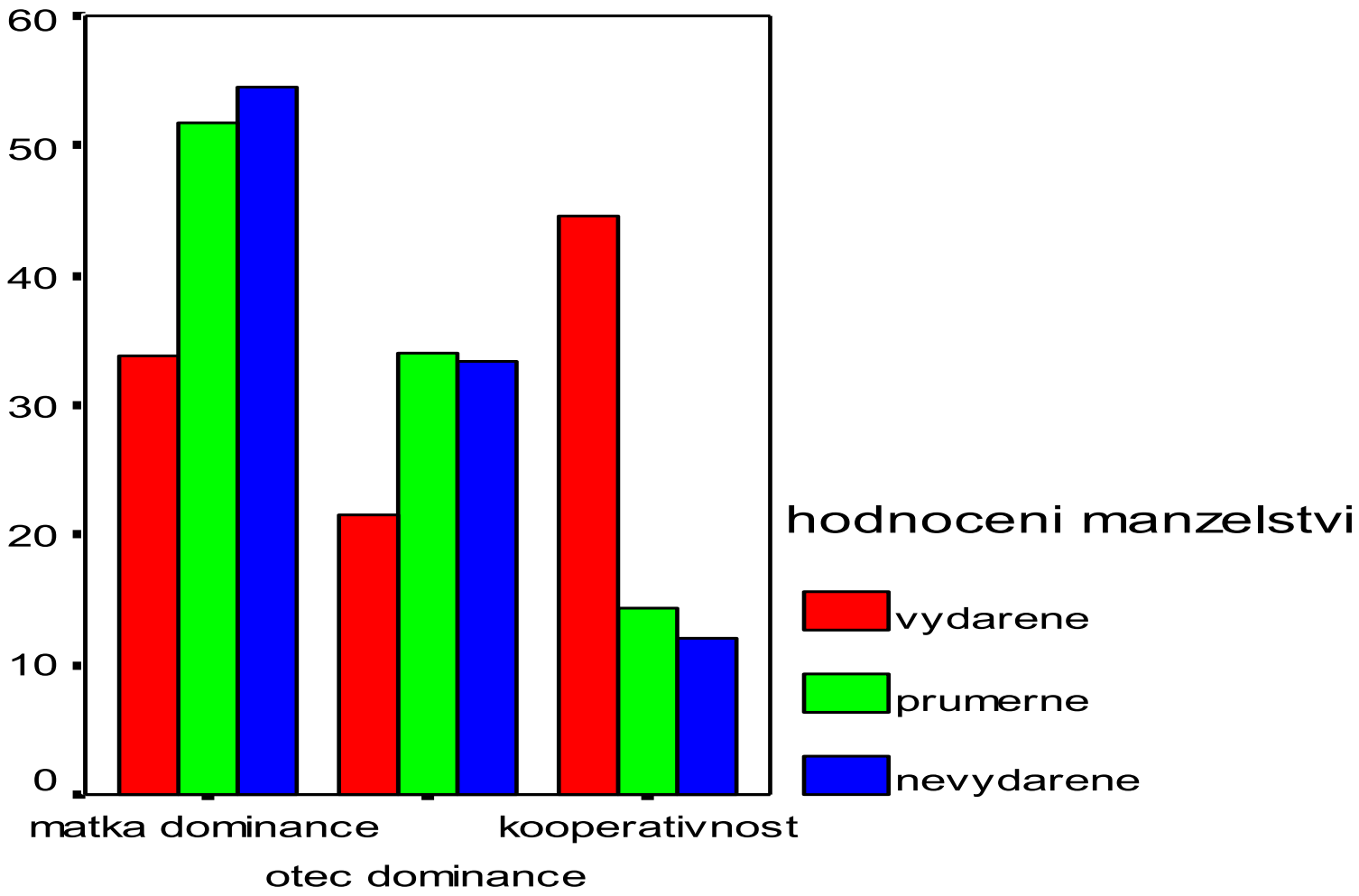
- otázka zní: liší se podíl vydařených, průměrných a nevydařených manželství u rodin, kde dominovala matka, rodin, kde dominoval otec a u rodin, kde nedominoval ani jeden z nich?

Kontingenční tabulka (SPSS)

'odiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Cr

Count

		oceni manzelstvi rodicu -			
		vydarene	rumerne	evydaren	Total
model roc	matka domin	22	29	18	69
rodiny - r	otec domina	14	19	11	44
	kooperativnc	29	8	4	41
Total		65	56	33	154



model rodic. rodiny - muz

Test Chí-kvadrát

- chí-kvadrát porovnává očekávané a pozorované četnosti
- očekávané jsou četnosti za předpokladu, že proměnné jsou nezávislé

'odic. rodiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Crosstab

			oceni manzelstvi rodicu -			
			ydarene	rumerne	evydaren	Total
model roc	matka domin	Count	22	29	18	69
rodiny - r		% within moc rodic. rodiny	31,9%	42,0%	26,1%	00,0%
	otec domina	Count	14	19	11	44
		% within moc rodic. rodiny	31,8%	43,2%	25,0%	00,0%
	kooperativnc	Count	29	8	4	41
		% within moc rodic. rodiny	70,7%	19,5%	9,8%	00,0%
Total		Count	65	56	33	154
		% within moc rodic. rodiny	42,2%	36,4%	21,4%	00,0%

Příklad

- v našem příkladu bylo 42,2% vydařených manželství
- pokud by proměnné (model a vydařenost manželství) byly vzájemně nezávislé, poměr vydařených manželství v jednotlivých modelech manželství by měl být přibližně stejný (a odrážet celkový podíl) – 42%
- podobně ostatní kategorie…

Test Chí-kvadrát

- očekávané četnosti – výpočet:

$$O_{ij} = (\check{r}_i \, s_j \,) / \, N$$

(pro každé políčko tabulky se vynásobí celkové četnosti z příslušného řádku se sloupcovými četnostmi a vydělí celkovým počtem osob)

Příklad

'odiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Cr

Count

		oceni manzelstvi rodicu -			
		ydarene	rumerne	evydaren	Total
model roc	matka domin	22	29	18	69
rodiny - r	otec domina	14	19	11	44
	kooperativnc	29	8	4	41
Total		65	56	33	154

Příklad

- pro první políčko tabulky (vydařená manželství s dominantní matkou) je očekávaná četnost

  $O_{ij} = (ř_i\ s_j\ )/\ N$

  $O_{11} = (ř_1\ s_1\ )/\ N$

  $O_{11} = (69*65\ )/\ 154$

  $\underline{O_{11} = 29{,}12}$

Očekávané četnosti

odic. rodiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Crossta

			oceni manzelstvi rodicu - muz			Total
			vydarene	rumerne	vyvydaren	
model roc	matka domin	Count	22	29	18	69
rodiny - r		Expected C	29,1	25,1	14,8	69,0
	otec domina	Count	14	19	11	44
		Expected C	18,6	16,0	9,4	44,0
	kooperativnc	Count	29	8	4	41
		Expected C	17,3	14,9	8,8	41,0
Total		Count	65	56	33	154
		Expected C	65,0	56,0	33,0	154,0

Test Chí-kvadrát

- chí-kvadrát porovná očekávané četnosti s pozorovanými

$$\chi^2 = \Sigma\ [(\text{pozor. četnosti} - \text{oček.})^2/\text{oček.}]$$

Příklad

$\chi^2 = \Sigma$ [(pozor. četnosti – oček.)^2/oček.]

$\chi^2 = (-7,1)^2/29,1 + 3,9^2/25,1 + 3,2^2/14,8 +$
$(-4.6)^2/18,6 + 3^2/16 + 1,6^2/9,4 +$
$11,7^2/17,3 + (-6,9)^2/14,9 + (-4,8)^2/8,8$

χ^2 = 18, 71

Test Chí-kvadrát

- pro vyhledání kritické hodnoty χ^2 v tabulce musíme vypočítat ještě počet stupňů volnosti (df)
- **df = (ř-1) (s-1)**

(tj. počet řádků -1 krát počet sloupců -1)

Příklad

- df = (ř-1) (s-1)
  df = (3-1) * (3-1)
  df = 4
- v tabulkách vyhledáme kritickou hodnotu χ^2 pro df = 4 a 5% hladinu významnosti
- χ^2_{krit} **= 9,49**

Příklad

- $\chi^2_{krit} = 9{,}49$
- $\chi^2 = 18{,}71$
- **závěr:** vypočítaná hodnota je větší než kritická hodnota - očekávané a pozorované četnosti se liší na 5% hladině významnosti (tj. je malá pravděpodobnost, že proměnné jsou nezávislé)

Test Chí-kvadrát v SPSS

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig (2-sided)
Pearson Chi-S	18,712[a]	4	,001
Likelihood Rat	18,837	4	,001
Linear-by-Line Association	11,482	1	,001
N of Valid Cas	154		

a. 0 cells (,0%) have expected count les minimum expected count is 8,79.

Chí-kvadrát pro 1 proměnnou

- tzv. test dobré shody (goodness-of-fit test)
- opět porovnává očekávané a pozorované četnosti
- předpokladem očekávaných četností není tentokrát nezávislost proměnných (máme jen 1)

Test dobré shody

- jak určíme očekávané četnosti?
- 2 způsoby:
  - předpoklad vyplývá z teorie (např. u genetických dat – poměr osob s projevem dominantní a recesivní alely)
  - nebo můžeme předpokládat náhodné rozdělení do kategorií

Příklad

- je počet sebevražd stejný každý den v týdnu?
- zjistíme data pro rok 2000 (ČR)

Příklad

pondělí	255
úterý	247
středa	240
čtvrtek	206
pátek	236
sobota	192
neděle	226

Příklad

- **očekávané četnosti**
  - stejný počet sebevražd pro každý den v týdnu
  - celkem 1602 sebevražd
  - očekávaná četnost pro každý den je 228,9

Příklad

sebevrazdy - den v tydnu

	Observed	Expected	Residua
ponde	255	228,9	26,1
utery	247	228,9	18,1
streda	240	228,9	11,1
ctvrtek	206	228,9	-22,9
patek	236	228,9	7,1
sobota	192	228,9	-36,9
nedele	226	228,9	-2,9
Total	1602		

Příklad

- vzorec pro výpočet je stejný
- $\chi^2 = 13,44$
- df = k -1 (počet kategorií -1)
- df = 6
- pro df =6 a 5% hladinu významnosti je $\chi^2_{krit} = 12,59$
- **rozdíl je statisticky významný**

Výstup v SPSS

Test Statistics

	ebevrazdy en v tydnu
Chi-Squa	13,444
df	6
Asymp.	,036

a. 0 cells (,0%) have expected frequ
5. The minimum expected cell frec

Omezení Chí-kvadrátu

- 2 potenciální problémy:
  - malý počet osob – pokud má velké % políček tabulky očekávanou četnost menší než 5 (v ideálním případě by všechna měla mít oček. četnost nejméně 5 osob)
  - příliš velký počet osob – čím vyšší N, tím vyšší χ^2 (vyjdou významné i malé rozdíly)

Míry asociace

- obecná definice – síla a směr vztahu
- míry asociace pro nominální data
  - založené na chí-kvadrátu
  - PRE míry
- míry asociace pro ordinální data

Míry asociace

- míry asociace vyjadřují **těsnost vztahu proměnných** (a případně **směr** vztahu)
- z chí-kvadrátu se dozvíme pouze, **zda nějaký vztah mezi proměnnými existuje** (tj. zda se liší četnosti pozorované a četnosti očekávané za předpokladu, že proměnné jsou nezávislé)

Míry asociace

- **těsnost (síla) vztahu** – vyjádřena absolutní hodnotou koeficientu
- není shoda v tom, od jaké hodnoty je vztah považován za těsný (někdy uváděno >0.70, jindy >0.30), středně těsný či slabý

Míry asociace

- **směr vztahu** – pouze u ordinálních a kardinálních proměnných
- **pozitivní vztah** – čím vyšší hodnoty jedné proměnné, tím vyšší hodnoty druhé proměnné
- **negativní vztah** - čím vyšší hodnoty jedné proměnné, tím nižší hodnoty druhé proměnné

Míry asociace pro nominální data

- míry asociace pro nominální data ukazují pouze sílu vztahu dvou proměnných, nikoli směr či jiné informace o povaze vztahu
- rozlišujeme míry založené na chí-kvadrátu a míry PRE

Míry založené na chí-kvadrátu

- velikost hodnoty chí-kvadrát je ovlivněna velikostí výběru a počtem kategorií tabulky
- účelem koeficientů založených na chí-kvadrátu je eliminovat tyto vlivy

Míry založené na chí-kvadrátu

- rozsah koeficientů je obvykle mezi 0 a 1
  - čím vyšší hodnota, tím těsnější vztah
  - 0 – žádný vztah
  - 1 – absolutní vztah (z hodnot jedné proměnné můžeme předpovědět hodnoty druhé proměnné)
- pro koeficienty je možno spočítat statistickou významnost

Míry založené na chí-kvadrátu

- mezi nejčastěji užívané míry asociace založené na chí-kvadrátu patří koeficienty
  - Fí (Phi)
  - Cramerovo V (Cramer's V)
  - koeficient kontingence (Contingency Coefficient)

Míry založené na chí-kvadrátu

- **Fí koeficient** - užívá se pro tabulky 2x2 (tj. pro dichotomické proměnné, např. pohlaví)
- vypočte se tak, že se hodnota chí-kvadrátu vydělí počtem osob a výsledek se odmocní

Míry založené na chí-kvadrátu

- koeficient kontingence – užívá se někdy místo Fí pro tabulky větší než 2x2
- bohužel jeho max. hodnota je nižší než 1 (závisí na počtu políček tabulky)
- neužívá se proto příliš často

Míry založené na chí-kvadrátu

- Cramerovo V – podobný výpočet jako Fí; počet osob se navíc násobí počtem řádků - 1
  - (pokud je počet řádků menší než počet sloupců, jinak počtem sloupců – 1)
- používá se pro tabulky větší než 2x2

Příklad

- příklad z minulé přednášky - jak souvisí model manželství s jeho vydařeností
- Chí-kvadrát = 18.71
- počet osob N = 154
- m = počet řádků - 1 = 3 – 1 = 2

Kontingenční tabulka (SPSS)

'odiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Cr

Count

		oceni manzelstvi rodicu -			
		vydarene	rumerne	evydaren	Total
model roc	matka domin	22	29	18	69
rodiny - r	otec domina	14	19	11	44
	kooperativnc	29	8	4	41
Total		65	56	33	154

Příklad

- tabulka 3x3 – použijeme Cramerovo V
- $V = \sqrt{\chi^2/(N*m)}$
- $V = \sqrt{18.71/(154*2)}$
- **V = 0,246**

Příklad

- **interpretace:** hodnota 0,246 je poměrně nízká – vztah mezi modelem manželství a jeho vydařeností není příliš těsný (i když statisticky významný – viz výstup v SPSS)
- v SPSS jsou uvedeny oba koeficienty (Fí i V), je třeba zvolit ten správný pro každou tabulku

Výstup v SPSS

Symmetric Measures

		Value	pprox. Si
Nominal by Nominal	Phi	,349	,001
	Cramer's V	,246	,001
N of Valid Cases		154	

a. Not assuming the null hypothesis.

b. Using the asymptotic standard error a
hypothesis.

Míry PRE

- **PRE** je zkratka pro **Proportional Reduction in Error** (poměrná redukce chyby odhadu)
- princip PRE: porovnání odhadu hodnot závislé proměnné bez znalosti hodnot nezávislé proměnné a s její znalostí (o kolik se sníží chyba odhadu?)

Míry PRE

- **příklad** – jaký je vztah mezi pohlavím a užíváním rtěnky?*
- vypočítáme koeficient **lambda**
- pokud bychom měli odhadnout, zda náhodně vybraný respondent používá rtěnku: jaká je pravděpodobnost chybného odhadu?

- *převzat z Disman: Jak se vyrábí sociologická znalost

Míry PRE

- můžeme očekávat, že více lidí rtěnku nepoužívá než používá (naprostá většina mužů + některé ženy)
- takže bude výhodnější odhadnout, že náhodně vybraný respondent rtěnku nepoužívá
- pravděpodobnost chyby závisí na podílu lidí užívajících rtěnku

Míry PRE

RTENKA

	requenc	Percent
Valic nepouž	97	60,6
používa	63	39,4
Total	160	100,0

Míry PRE

- při tomto podílu osob je pravděpobnost chyby asi 40% (když budeme odhadovat, že nádodný respondent rtěnku neužívá)
- ze 160 případů bychom se zmýlili 63x

Míry PRE

- **o kolik by se chyba zmenšila, kdybychom znali pohlaví respondenta?**
- pro muže bychom odhadovali, že rtěnku nepoužívá, pro ženu naopak - že ji používá

Míry PRE

POHLAVI * RTENKA Crosstabulation

Count

		RTENKA		
		nepoužívá	používá	Total
POHLAVI	muži	78	2	80
	ženy	19	61	80
Total		97	63	160

Míry PRE

- pokud bychom znali pohlaví respondenta, zmýlili bychom se ve svém odhadu 21x (2 x u muže a 19x u ženy)
- **o kolik by se náš odhad zlepšil?**

Míry PRE

- chyby předtím – chyby teď = 63-21 = 42
- poměrná redukce chyby (tj. vzhledem k předchozím chybám) = **lambda** = 42/63 = **0,667**
- **chyba v odhadu užívání rtěnky se sníží asi o 67%, pokud známe pohlaví respondenta**

Míry PRE

- rozsah koeficientu lambda je od 0 do 1
- **0** znamená, že znalost hodnoty nezávislé proměnné vůbec nesníží chybu v odhadu hodnot závislé proměnné; **proměnné jsou vzájemně nezávislé**
- čím blíže **1**, tím lépe můžeme z hodnot nezávislé proměnné předpovědět hodnoty závislé proměnné

Míry PRE

- v SPSS jsou počítány 3 varianty koeficientu lambda
  - symetrická – není určeno, co je závislá a co nezávislá proměnná
  - 2 asymetrické – pro proměnnou 1 jako závislou a pro proměnnou 2 jako závislou

Výstup v SPSS

Directional Measures

			Value	Asymp. Std. Erro	Approx. T	Approx. Sig.
Nomina by Nomina	Lambc	Symmetric	,706	,063	7,120	,000
		POHLAVI De	,738	,051	9,187	,000
		RTENKA Dep	,667	,082	5,057	,000

Míry PRE pro nominální data

- kromě koeficientu lambda se užívají také
  - Goodmanovo a Kruskalovo **tau** (nevyužívá při predikci nejčastější kategorii závislé proměnné jako lambda, ale rozdělení ve všech kategoriích závisle proměnné)
  - Cohenova **Kappa** – pro měření **shody dvou posuzovatelů**

Míry asociace pro ordinální data

- u ordinálních dat je výpočet založen na poměru souhlasných a nesouhlasných párů případů
- **souhlasný** pár případů – hodnota obou proměnných je vyšší (nebo nižší) u jednoho člena páru
- **nesouhlasný** pár případů – hodnota jedné proměnné je u jednoho člena páru vyšší a hodnota druhé proměnné je nižší

Míry asociace pro ordinální data

- pokud je většina párů souhlasných, je hodnota gamma kladná – tj. **pozitivní vztah** (až +1)
- pokud je většina párů nesouhlasných, je hodnota gamma záporná – tj. **negativní vztah** (až -1)
- pokud je počet souhlasných a nesouhlasných párů vyrovnán – gamma kolem 0

Míry asociace pro ordinální data

- gamma je symetrická míra – nedělá rozdíly mezi závislou a nezávislou proměnnou
- asymetrická varianta koeficientu gamma – **Somersovo D**
- **Kendallovo tau b**– bere v úvahu i nerozhodné páry (tzv. ties); ale hodnoty v rozsahu -1 až +1 mohou být získány pouze pro čtvercové tabulky (tj. stejný počet kategorií obou proměnných)

Shrnutí

- u nominálních dat hodnota míry asociace proměnných indikuje sílu vztahu – rozsah od 0 do 1
  - nejužívanější Fí nebo Cramerovo V; když víme, která proměnná nezávislá - lambda
- u ordinálních dat míry asociace indikují jak sílu vztahu (abs. hodnota koeficientu), tak směr vztahu

Kontrolní otázky

- hlavní rozdíl mezi parametrickými a neparametrickými testy
- výhody a nevýhody neparametrických testů
- kdy je možno využít chí–kvadrát jako test nezávislosti proměnných? (pro jaké typy proměnných?)
- kdy se chí–kvadrát využívá jako test dobré shody?

Kontrolní otázky

- k čemu slouží míry asociace proměnných?
- rozdíl mezi mírami založenými na chí-kvadrátu a mírami PRE
- nejužívanější míry pro nominální data
- nejužívanější míry pro ordinální data