ANOVA

Vít Gabrhel

vit.gabrhel@mail.muni.cz

FSS MU,

7. 11. 2016

Harmonogram

1. ANOVA

2. Faktoriální ANOVA

ANOVA

Úvod

ANOVA = **AN**alysis **O**f **VA**riance

- Slouží pro **srovnání skupinových průměrů** napříč **3 a více skupinami/podmínkami**
- Dvě výchozí varianty:
  - Between design: oddělené, na sobě nezávislé skupiny (ANOVA, ANCOVA, faktoriální ANOVA atd.)
    - *Liší se jednotlivé kraje v ČR z hlediska průměrné mzdy?*
  - Within design: srovnání skupinového průměru napříč různými podmínkami (Repeated Measures ANOVA)
    - *Lišily se průměrné výdaje domácností na pohonné hmoty během posledních 5 let?*

One-Way ANOVA

Data: Cognitive training

- Four independent groups (8, 12, 17, 19 sessions)
- Measured IQ before and after training
- **Dependent variable** is **IQ gain**
- **Null hypothesis**: *All groups are equal* (i.e. all groups have equal IQ gain)
- **Alternative hypothesis**: *More training leads to larger IQ gain*

One-Way ANOVA

Data: Cognitive training

```
setwd()
dir()

install.packages("readxl")
library("readxl")

excel_sheets("ANOVA.xlsx")

ANOVA = read_excel("ANOVA.xlsx", sheet = 1)
View(ANOVA)

ANOVA$condition2 = factor(ANOVA$condition, order = TRUE, levels = c("8
days", "12 days", "17 days", "19 days"))
```

One-Way ANOVA

<u>F-test a F-Ratio</u>

- **Null hypothesis**: <u>all groups are equal</u>
- ANOVA provides a significance test
  - Můžeme určit kritickou hodnotu (na určité hladině významnosti) a testovat, zda ji hodnota F v našem výzkumu překračuje, tj. testovat statistickou významnost nalezených rozdílů mezi skupinami
- Test statistic is the F-test (or F-ratio)

$$\mathbf{F} = \frac{\textbf{Variance between groups}}{\textbf{Variance within groups}}$$

- Poměr toho, co model vysvětlit dokáže, ku tomu, co vysvětlit nedokáže
- Large F-ratio indicates significant effect
  - Čím vyšší F, tím více záleží na rozdělení lidí do jednotlivých skupin, tj. tím více se skupiny od sebe liší v závislé proměnné

One-Way ANOVA

F-test a F-Ratio

Jak získáme příslušnou p-hodnotu?

- Obdoba t-testu a "rodině" t-rozložení
- "Rodina" **F-rozložení** se odvíjí od:
  - Počtu pozorování (případů) ve vzorku
  - Počtu srovnávaných skupin

One-Way ANOVA

F-test a F-Ratio

```
# Create the vector x
x <- seq(from = 0, to = 10, length = 2000)

# Evaluate the densities
y_1 <- df(x, 3, 100)
y_2 <- df(x, 1, 1)
y_3 <- df(x, 2, 100)
y_4 <- df(x, 3, 30)
y_5 <- df(x, 3, 500)
y_6 <- df(x, 3, 50)
y_7 <- df(x, 6, 1000)

# Plot the densities
plot(x, y_1, col = 1, type = "l")
lines(x, y_2, col = 2)
lines(x, y_3, col = 3)
lines(x, y_4, col = 4)
lines(x, y_5, col = 5)
lines(x, y_6, col = 6)
lines(x, y_7, col = 7)
```

```
# Add the legend
legend("topright", title = "F distributions",
       c("df = (3, 100)", "df = (1, 1)", "df = (2, 100)", "df = (3, 30)",
         "df = (3, 500)", "df = (3, 50)", "df = (6, 1000)"),
       col = c(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), lty = 1)
```

One-Way ANOVA

Summary Table

Source	SS	df	MS	F
A	$n\,\Sigma(Y_j - Y_T)^2$	$a - 1$	SS_A/df_A	$MS_A\,/MS_{S/A}$
S/A	$\Sigma(Y_{ij} - Y_j)^2$	$a(n - 1)$	$SS_{S/A}/df_{S/A}$	-
Total	$\Sigma(Y_{ij} - Y_T)^2$	$N - 1$	-	-

One-Way ANOVA

F-test a F-Ratio

Prozkoumání dat

 # Summary statistics by group

```
library(psych)
describeBy(ANOVA, group = ANOVA$condition2)
```

 # Boxplot

```
library(ggplot2)
bp1 = ggplot(ANOVA, aes(condition2, iq))
bp1 + geom_boxplot(aes(fill=condition2), alpha=I(0.5)) +
 geom_point(position="jitter", alpha=0.5) +
 geom_boxplot(outlier.size=0, alpha=0.5) +
 theme(
   axis.title.x = element_text(face="bold", color="black", size=12),
   axis.title.y = element_text(face="bold", color="black", size=12),
   plot.title = element_text(face="bold", color = "black", size=12)) +
 labs(x="Condition",
      y = "IQ gain",
      title= "IQ gain by the days of training") + theme(legend.position='none')
```

One-Way ANOVA

F-test a F-Ratio

Funkce aov

aov(dependent_var ~ independent_var)

summary()

 # Apply the aov function
anova_wm <- aov(iq ~ condition2, data = ANOVA)

 # Look at the summary table of the result
summary(anova_wm)

One-Way ANOVA

Velikost účinku

$$\eta^2 = \frac{SS_b}{SS_t}$$

$$\omega^2 = \frac{SS_b - df_b MS_w}{SS_t + MS_w}$$

library(lsr)

etaSquared(anova_wm, type = 2, anova = FALSE)

library(sjstats)

anova_wm2 <- lm(iq ~ condition2, data = ANOVA)

r2(anova_wm2, n = NULL)

One-Way ANOVA

Předpoklady použití

Povaha proměnných

- "Závislá" proměnná kardinální úrovně měření

Normalita rozložení závislé proměnné

- V rámci každé sledované skupiny
- *Narušení nepředstavuje závažný problém, pokud jsou skupiny stejně velké + mají velikost alespoň okolo 30*
- **Neparametrická** alternativa – Kruskal-Wallisův test

Homogenita rozptylu

- Sledujeme Levenův F-test, nulová hypotéza hovoří o homogenitě napříč skupinami
    - Pokud Levenův F-test vychází statisticky signifikantní:
- Sledujeme **poměr rozptylu** u skupin s největším a nejmenším rozptylem, přičemž chceme, aby byl tento **poměr menší než 3**
- Narušení by nemělo vadit, pokud jsou **skupiny stejně velké**
- Při narušení lze použít **Welchovo F**

Nezávislost pozorování

One-Way ANOVA

Předpoklady použití

```
install.packages("car")
library("car")
```

If you don't specify additional arguments, the deviation scores are calculated by comparing each score to its group median.

- This is the default behaviour, even though they are typically calculated by comparing each score to its group mean.
- If you want to use means and not medians, add an argument center = mean. Do this now and compare the results to the first test.

```
# Levene's test
leveneTest(iq ~ as.factor(condition2), data = ANOVA)
# Levene's test with center = mean
leveneTest(iq ~ as.factor(condition2), data = ANOVA, center = mean)
```

One-Way ANOVA

Předpoklady použití

 # Normalita rozložení

```
ggplot(data=ANOVA, aes(ANOVA$iq)) +
  geom_histogram(breaks=seq(0, 20, by = 2),
                 col="red",
                 aes(fill=..count..)) +
  scale_fill_gradient("Count", low = "green", high = "red")+
  labs(title="Histogram for IQ Gain") +
  labs(x="IQ Gain", y="Count") + theme(legend.position='none')
```

One-Way ANOVA

Welchův F-test

```
anova_wm_VNE = oneway.test(iq ~ condition2, data=ANOVA, var.equal=FALSE)
anova_wm_VNE

anova_wm_VE = oneway.test(iq ~ condition2, data=ANOVA, var.equal=TRUE)
anova_wm_VE
```

Post-Hoc testy

Úvod

Allow for multiple pairwise comparisons without an increase in the probability of a Type I error

Používáme, pokud nemáme dopředu jasné hypotézy

- Srovnávají **vše se vším** – každou skupinu s každou (ale **neumí slučovat skupiny jako kontrasty**)

Z principu jsou oboustranné

Je jich mnoho – liší se v několika parametrech:

- **Konzervativní** (Ch. II. typu) versus **Liberální** (Ch. I. typu)
  - *Most liberal = no adjustment*
  - *Most conservative = adjust for every possible comparison that could be made*
- Ne/vhodné pro **rozdílně velké skupiny**
- Ne/vhodné pro **rozdílné skupinové rozptyly**

Post-Hoc testy

Doporučení podle Fielda

Stejně velké skupiny a **skupinové rozptyly** (ideální situace):

- REGWQ
- Tukey

Pokud si chceme být jistí, že **P chyby I. typu** nepřekročí zvolenou hladinu:

- Bonferroni

Pokud jsou **velikosti skupin** trochu/hodně rozdílné:

- Gabriel
- Hochberg GT2

Pokud pochybujeme o **shodnosti skupinových rozptylů**:

- Games-Howell

Post-Hoc testy

Tukey

```
# Conduct ANOVA
anova_wm = aov(iq ~ condition2, data = ANOVA)

# View summary
summary(anova_wm)

# Conduct Tukey procedure
tukey <- TukeyHSD(anova_wm)

# Plot confidence intervals
plot(tukey)
```

Post-Hoc testy

Bonferroni

 # Use p.adjust

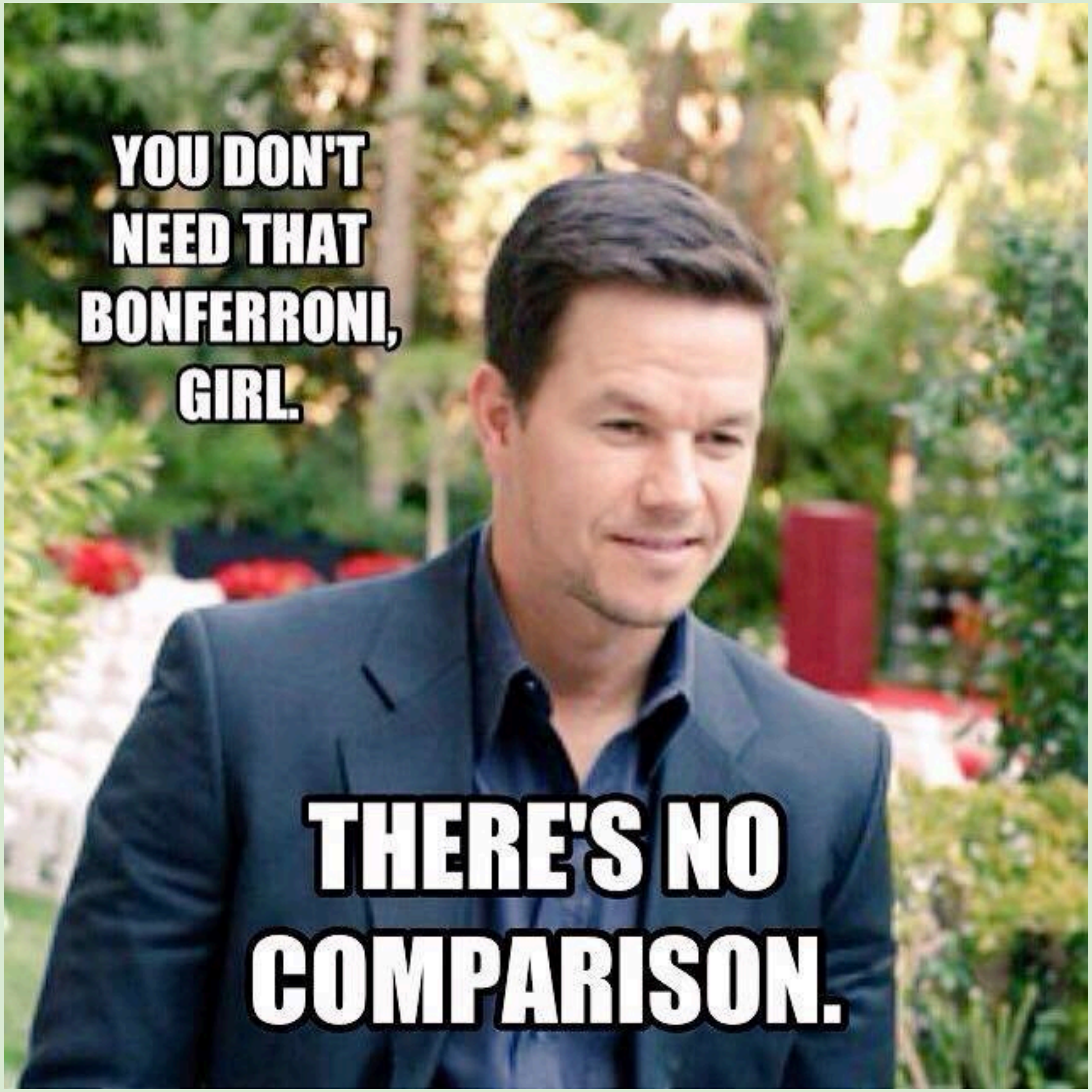
```
bonferroni_ex <- p.adjust(.005, method = "bonferroni", n = 8)
```

 # Print bonferroni_ex

```
bonferroni_ex
```

 # Pairwise t-test

```
pairwise.t.test(ANOVA$iq, ANOVA$condition2, p.adjust =
"bonferroni")
```


YOU DON'T NEED THAT BONFERRONI, GIRL.
THERE'S NO COMPARISON.

Kontrasty

<u>**Úvod**</u>

Umožňují porovnat jednotlivé skupiny v jednom kroku bez nutnosti korigovat hladinu významnosti (**bez snížení síly testu**)

- <u>Jen když máme dopředu hypotézy</u>
- Kontrastů lze provést tolik, kolik je počet skupin – 1

Každý kontrast **srovnává 2 průměry**

- Průměr skupiny nebo průměr více skupin dohromady
- *Např. "19 dnů" vs. "8 dnů" nebo "17 dnů" vs. "12 dnů"*

Ortogonální (nezávislé) **kontrasty**

- <u>Skupina použitá v jednom srovnání není použitá v dalším</u>

Neortogonální kontrasty

Kontrasty

Příklad

```
c1 = c(-1, 0, 0, 1)
c2 = c(0,-1,1,0)
mat <- cbind(c1,c2)
contrasts(ANOVA$condition2) <- mat
model1 <- lm(iq ~ condition2, data = ANOVA)
summary(model1)

options(contrasts = c("contr.helmert", "contr.poly"))
contrasts(ANOVA$condition2) <- "contr.helmert"
model1 <- lm(iq ~ condition2, data = ANOVA)
summary(model1)
```

Faktoriální ANOVA

Úvod

ANOVA s více kategorickými nezávislými proměnnými (**faktory**) nachází uplatnění v experimentálních designech,

- kde pracujeme s **několika druhy experimentální manipulace** nebo kde chceme zohlednit **kromě experimentální manipulace i další proměnné** (např. pohlaví)

Uplatnění v neexperimentálních designech, kde chceme posoudit vliv **více kategorických prediktorů najednou**

Faktoriální ANOVA

Úvod

Dependent variable

Assess impact on driving error

Independent variable

Randomly assign people to different (simulated) driving conditions

- **Driving difficulty**
- **Conversation demand**

Two independent variables

One continuous dependent variable

Faktoriální ANOVA

Data

```
library("readxl")
excel_sheets("FANOVA.xlsx")

FANOVA = read_excel("FANOVA.xlsx", sheet = 1)
View(FANOVA)

FANOVA$conversation2 = factor(FANOVA$conversation, order = TRUE, levels =
c("None demand", "Low demand", "High demand"))

FANOVA$driving2 = factor(FANOVA$driving, order = TRUE, levels = c("Easy",
"Difficult"))

library(psych)
describeBy(FANOVA, group = FANOVA$conversation2)
describeBy(FANOVA, group = FANOVA$driving2)
```

Faktoriální ANOVA

Úvod

We can test 3 hypotheses:

- More errors in the difficult simulator?
- More errors with more demanding conversation?
- More errors due to the interaction of driving difficulty and conversation demand?

Faktoriální ANOVA

<u>Úvod</u>

Three F-ratios

FA = 1st Independent variable, i.e. driving difficulty

FB = 2nd Independent variable, i.e. conversation demand

FAxB = Interaction between FA and FB

Main effect

- <u>Effect of one independent variable ignoring the other one</u>

Interaction effect

- <u>Effect of one independent variable depends on the other</u>

Simple effect

- <u>Effect of one independent variable at a particular level of the other</u>

Faktoriální ANOVA

Interakce

V různých úrovních jednoho faktoru se rozdíly mezi úrovněmi druhého faktoru liší (rozdíl rozdílů).

S **měnící se úrovní** jedné nezávislé proměnné se **mění vliv** druhé nezávislé proměnné **na závislou proměnnou**

Nezávislá proměnná nemusí mít **žádný hlavní efekt** (main effect) na závislou proměnnou, ale může ji ovlivňovat tím, že **ovlivňuje** vliv druhé nezávislé

Při interpretaci interakcí je obvykle velmi užitečné znázornění formou grafu.

Faktoriální ANOVA

F-ratio's a Interakce

```
ggplot(FANOVA,aes(x=factor(conversation2),y=errors,fill=factor(driving2)),
color=factor(vs)) +
  stat_summary(fun.y=mean,position=position_dodge(),geom="bar") +
  scale_y_continuous("Errors done while driving") +
  scale_x_discrete("Conversation difficulty") +
  scale_fill_discrete(name ="Driving difficulty", labels=c("Easy", "Difficult"))
```

```
Factorial_ANOVA = aov(errors ~ conversation2 * driving2, data = FANOVA)
summary(Factorial_ANOVA)
```

Faktoriální ANOVA

F-ratio's a Interakce

```
# Interaction plot
interaction.plot(x.factor = FANOVA$conversation2, trace.factor =
FANOVA$driving2,
            response = FANOVA$errors)


summary.lm(Factorial_ANOVA)
```

Faktoriální ANOVA

Velikost účinku

"Eta-squared (η^2) and partial eta-squared (ηp^2) are biased effect size estimators. I knew this, but I never understood how bad it was. Here's how bad it is: If η^2 was a flight from New York to Amsterdam, you would end up in Berlin."

"When there is no true effect, η^2 from small studies can easily give the wrong impression that there is a real small to medium effect, just due to the bias. Your p-value would not be statistically significant, but this overestimation could be problematic if you ignore the p-value and just focus on estimation."

D. Lakens, n.d.

One-Way ANOVA

<u>Velikost účinku</u>

$$\eta_p^2 = \frac{SS_{effect}}{SS_{effect} + SS_{error}}$$

$$\hat{\omega}_p^2 = (F - 1)/(F + (df_{Error} + 1)/df_{Effect}))$$

library(lsr)

etaSquared(Factorial_ANOVA, type = 2, anova = FALSE)

library(sjstats)

Factorial_ANOVA2 = lm(errors ~ conversation2 * driving2, data = FANOVA)

r2(Factorial_ANOVA2, n = NULL)

Faktoriální ANOVA

Předpoklady použití

Povaha proměnných

- "Závislá" proměnná kardinální úrovně měření

Normalita rozložení závislé proměnné

- V rámci <u>každé sledované skupiny</u>
- *Narušení nepředstavuje závažný problém, pokud jsou skupiny stejně velké + mají velikost alespoň okolo 30*
- **Neparametrická** alternativa – <u>Kruskal-Wallisův</u> test

Homogenita rozptylu

- Sledujeme Levenův F-test, nulová hypotéza hovoří o homogenitě napříč skupinami
  - Pokud Levenův F-test vychází statisticky signifikantní:
- Sledujeme **poměr rozptylu** u <u>skupin</u> s <u>největším</u> a <u>nejmenším rozptylem</u>, přičemž chceme, aby byl tento **poměr menší než 3**
- Narušení by nemělo vadit, pokud jsou **skupiny stejně velké**
- Při narušení lze použít **Welchovo F**

Nezávislost pozorování

Dostatečný počet případů pro každou kombinaci faktorů

Faktoriální ANOVA

Předpoklady použití

```
# Levene's test
leveneTest(errors ~ driving2, data = FANOVA)
# Levene's test with center = mean
leveneTest(errors ~ conversation2, data = FANOVA)


# Normalita rozložení
ggplot(data=FANOVA, aes(FANOVA$errors)) +
  geom_histogram(breaks=seq(0, 20, by = 2),
                 col="red",
                 aes(fill=..count..)) +
  scale_fill_gradient("Count", low = "blue", high = "purple")+
  labs(title="Errors done while driving") +
  labs(x="Errors done while driving", y="Count") + theme(legend.position='none')
```

Faktoriální ANOVA

Post-Hoc testy

```
tukey <- TukeyHSD(Factorial_ANOVA)


pairwise.t.test(FANOVA$errors, FANOVA$conversation2, p.adjust = "bonferroni")
pairwise.t.test(FANOVA$errors, FANOVA$driving2, p.adjust = "bonferroni")
```

Faktoriální ANOVA

Kontrasty

```
options(contrasts = c("contr.helmert", "contr.poly"))
```

```
contrasts(ANOVA$condition2) <- "contr.helmert"
model1 <- lm(iq ~ condition2, data = ANOVA)
summary(model1)
```

Základní literatura

Field, A., Miles, J., & Field, Z. (2012). Discovering Statistics Using R. Sage: UK.

Navarro, D. J. (2014). Learning statistics with R: A tutorial for psychology students and other beginners. Available online: http://health.adelaide.edu.au/psychology/ccs/teaching/lsr/