

# ANOVA & spol.

---

JAN ŠEREK & STANDA JEŽEK

PSY252 STATISTICKÁ ANALÝZA DAT II

# Program dnešní přednášky

---

jednofaktorová (one-way) ANOVA

faktoriální (two...-way) ANOVA

ANCOVA (ANOVA s kovariáty)

MANOVA (ANOVA s více závislými)

# ANOVA (**a**nalysis of **v**ariance)

---

Liší se 2 skupiny v průměru nějaké proměnné?

→ **t-test**

Liší se 3 (a více) skupiny v průměru nějaké proměnné? → **ANOVA**

- „Liší se děti z úplných rodin, neúplných rodin a náhradní péče ve své partnerské spokojenosti?“
- „Liší se průměrná tepová frekvence participantů, kteří byli vystavení podnětu A, podnětu B a žádnému podnětu (kontrolní skupina)?“

# ANOVA (**a**nalysis of **v**ariance)

---

Liší se 2 skupiny v průměru nějaké proměnné?

→ **t-test**

Liší se 3 (a více) skupiny v průměru nějaké proměnné? → **ANOVA**

- „Liší se děti z úplných rodin, neúplných rodin a náhradní péče ve své partnerské spokojenosti?“
- „Liší se průměrná tepová frekvence participantů, kteří byli vystavení podnětu A, podnětu B a žádnému podnětu (kontrolní skupina)?“

1 nezávislá kategorická → 1 závislá intervalová

# ANOVA (**a**nalysis of **v**ariance)

---

Liší se 2 skupiny v průměru nějaké proměnné?

→ **t-test**

Liší se 3 (a více) skupiny v průměru nějaké proměnné? → **ANOVA**

- Liší se děti z úplných rodin, neúplných rodin a partnerské spokojenosti?“  
ová frekvence participantů,  
podnětu A, podnětu B a  
kontrolní skupina)?“

1 nezávislá kategorická → 1 závislá intervalová

# ANOVA

---

ANOVU v zásadě provádíme ve 2 krocích:

**KROK 1: Existuje mezi skupinami nějaká odlišnost?**

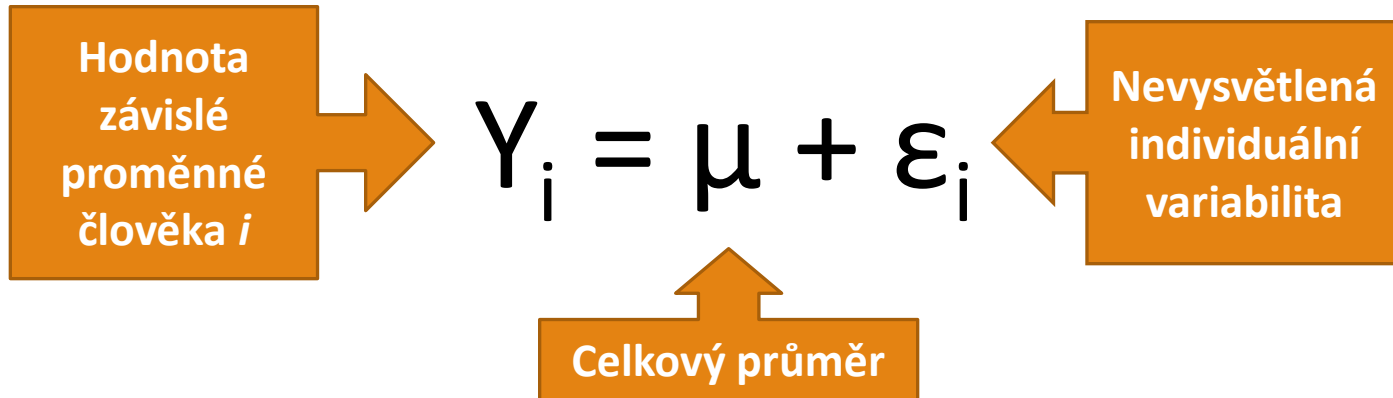
- spočítáme testovou statistiku  $F$  ptáme se po  $p$

Pokud NE → konec

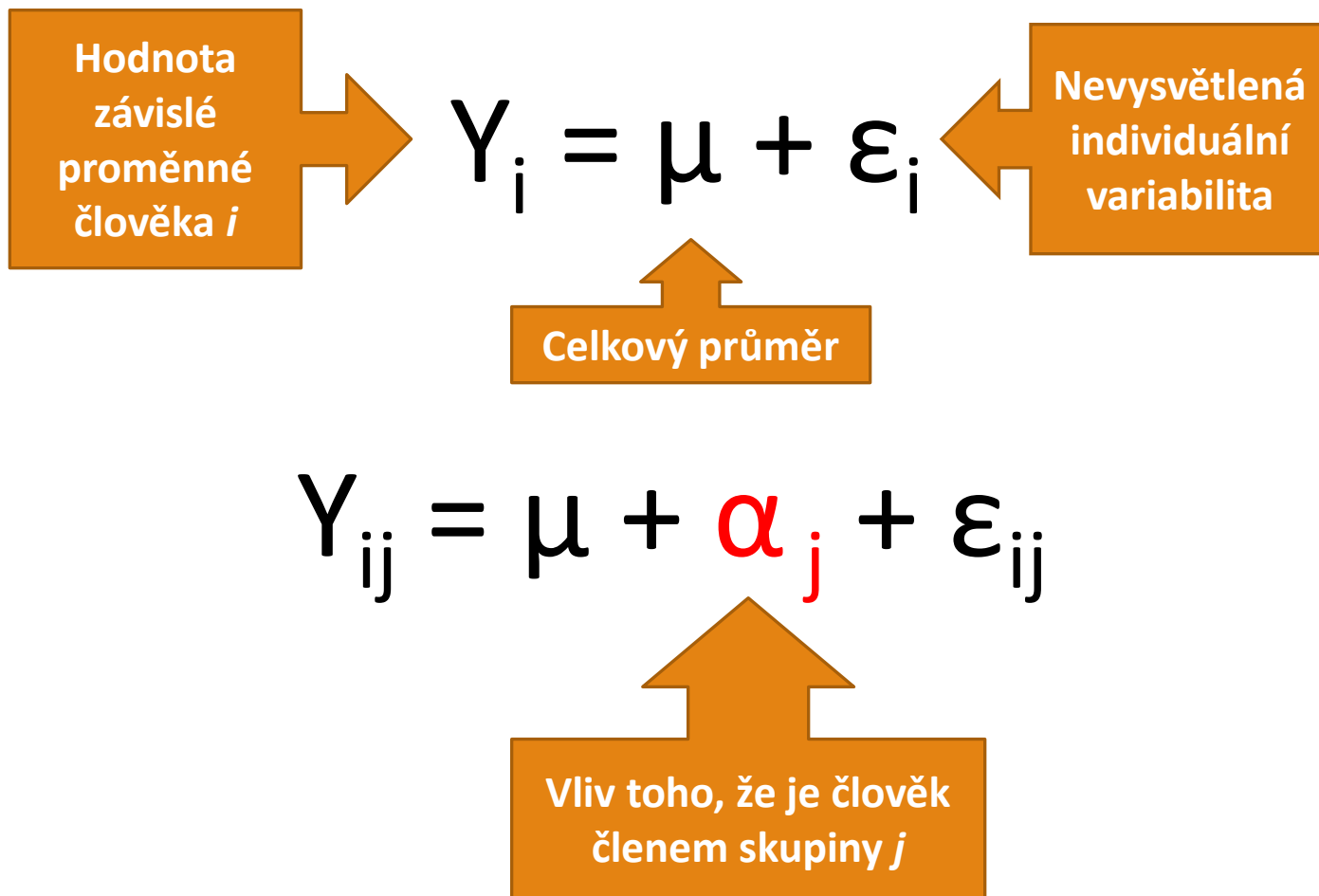
Pokud ANO → **KROK 2: Mezi jakými skupinami konkrétně tato odlišnost existuje?**

- máme o tom hypotézy → plánované kontrasty
- nemáme o tom hypotézy → post-hoc testy

# ANOVA jako regrese

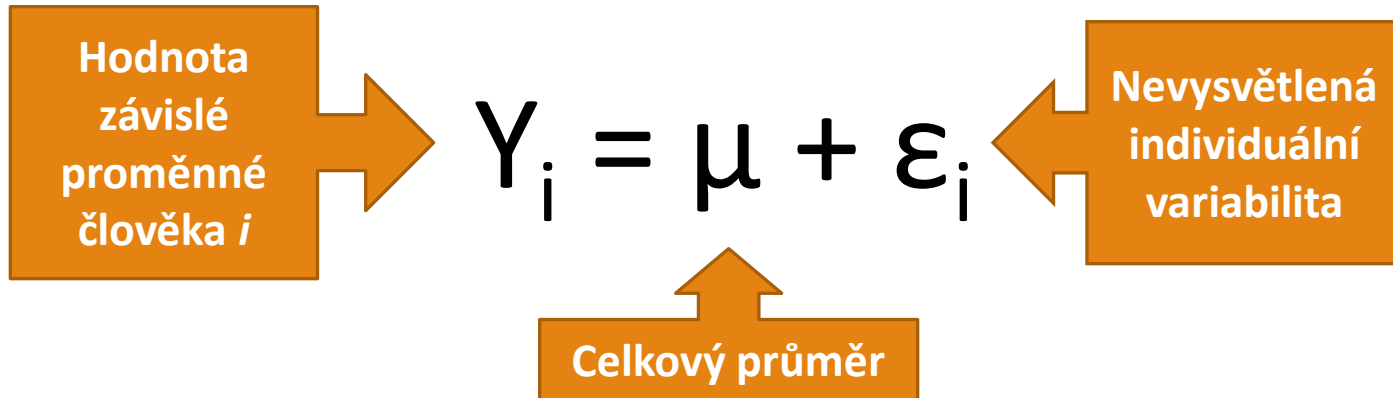


# ANOVA jako regrese





# ANOVA jako regrese



$$Y_i = \mu + \alpha_j + \varepsilon_i$$

## Podstata ANOVY

Jak dobře je závislá proměnná vysvětlena modelem, který předpokládá odlišnost skupin ( $\alpha \neq 0$ )? Nepostačí nám stejně dobře model, který předpokládá, že se skupiny neliší?

# ANOVA jako regrese

---

Souvisí socioekonomický status rodiny s tím, jak často dítě používá internet?

Nezávislá kategorická proměnná (*faktor*):

**socioekonomický status**

3 hodnoty (*úrovně*): nízký, střední, vysoký

Závislá intervalová proměnná: **frekvence používání internetu**

Liší se děti z rodin s nízkým, středním a vysokým SES v tom, jak často používají internet?

# ANOVA jako regrese

$$\text{INTER}_i = \mu + \varepsilon_i$$

Celkový průměr

$$\text{INTER}_i = \mu + \text{SES}_j + \varepsilon_i$$

Vliv toho, že je člověk  
členem skupiny  $j$

# ANOVA jako regrese

---

$$[\text{inter}]_i = [\text{průměrný inter}] + \varepsilon_i$$

# ANOVA jako regrese

---

$$[\text{inter}]_i = [\text{průměrný inter}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{inter}]_i = [\text{průměrný inter}] + \mathbf{b[\text{ses}]} + \varepsilon_i$$

# ANOVA jako regrese

---

$$[\text{inter}]_i = [\text{průměrný inter}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{inter}]_i = [\text{průměrný inter}] + \mathbf{b}[\mathbf{ses}] + \varepsilon_i$$

Každá kategorická proměnná o  $k$  hodnotách (úrovních) může být vyjádřena souborem  $k-1$  binárních dummy proměnných.

3 typy SES  $\rightarrow$  2 binární proměnné **vys** a **str**

**vys** = 1 & **str** = 0  $\rightarrow$  vysoký SES

**vys** = 0 & **str** = 1  $\rightarrow$  střední SES

**vys** = 0 & **str** = 0  $\rightarrow$  nízký SES

# ANOVA jako regrese

---

$$[\text{inter}]_i = [\text{průměrný inter}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{inter}]_i = [\text{průměrný inter}] + \mathbf{b}[\mathbf{ses}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{inter}]_i = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1[\mathbf{vys}] + \mathbf{b}_2[\mathbf{str}] + \varepsilon_i$$

Každá kategorická proměnná o  $k$  hodnotách (úrovních) může být vyjádřena souborem  $k-1$  binárních dummy proměnných.

3 typy SES  $\rightarrow$  2 binární proměnné **vys** a **str**

**vys** = 1 & **str** = 0  $\rightarrow$  vysoký SES

**vys** = 0 & **str** = 1  $\rightarrow$  střední SES

**vys** = 0 & **str** = 0  $\rightarrow$  nízký SES

# ANOVA jak

Průměrná  
frekvence dětí z  
rodin s nízkým  
SES

O kolik se liší  
průměrná  
frekvence dětí z  
rodin s vysokým  
SES

O kolik se liší  
průměrná  
frekvence dětí z  
rodin se  
středním SES

$$[\text{inter}]_i = b_0 + b_1[\text{vys}] + b_2[\text{str}] + \varepsilon_i$$

Každá kategorická proměnná o  $k$  hodnotách (úrovních) může být vyjádřena souborem  $k-1$  binárních dummy proměnných.

3 typy SES  $\rightarrow$  2 binární proměnné **vys** a **str**

**vys** = 1 & **str** = 0  $\rightarrow$  vysoký SES

**vys** = 0 & **str** = 1  $\rightarrow$  střední SES

**vys** = 0 & **str** = 0  $\rightarrow$  nízký SES



# ANOVA jak

O kolik se liší

O kolik se liší

Jestliže  $b_1 = 0$  a  $b_2 = 0$ , znamená to, že SES nemá žádný vliv a všechny skupiny mají stejnou průměrnou frekvenci.

Potom by nám stačil základní model predikující frekvenci pouze z celkové průměrné frekvence a nevysvětlitelné individuální variability.

Vysvětlí nám model předpokládající nenulové  $b_1$  a/nebo  $b_2$  něco navíc?

vys = 0 & st = 0 / nízký SES

# ANOVA jako regrese

Lze SES nakódovat tak, aby  $b_0$  byl celkový průměr?

$$[\text{inter}]_i = [\text{průměrný inter}] + \mathbf{b}[\text{ses}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{inter}]_i = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1[\mathbf{vys}] + \mathbf{b}_2[\mathbf{str}] + \varepsilon_i$$

efektové kódování SES  $\rightarrow$  **vys** a **str**

**vys** = 1 & **str** = 0 pro vysoký SES

**vys** = 0 & **str** = 1 pro střední SES

**vys** = -1 & **str** = -1 pro nízký SES

nízký SES stále referenční, ale  $b$  vyjadřují rozdíl skupinového průměru proti celkovému

# SPSS

---

DCtimeuse Estimated minutes online each day

SES	M	SD	N
1 High	102,9	63,3	6 274
2 Medium	107,7	65,2	7 989
3 Low	96,1	64,2	3 555
<i>Celkem</i>	<i>103,7</i>	<i>64,5</i>	<i>17 818</i>
Nevážený průměr	102,2		

# ANOVA – statistika F

## Model sum of squares

$SS_M$  – kolik variability závislé proměnné dokáže vysvětlit model, který předpokládá odlišnost skupin (tj. že záleží na členství ve skupině)

$$SS_M = \sum_j \text{velikost skupiny } j * (\text{průměr skupiny } j - \text{celkový průměr})^2$$

Mean squares:  $MS_M = SS_M / df_M$

$$df_M = (\text{počet skupin} - 1)$$

## Residual sum of squares

$SS_R$  – kolik variability závislé proměnné zůstává nevysvětleno tímto modelem

$$SS_R = \sum_{ij} (\text{hodnota člověka } i \text{ ze skupiny } j - \text{průměr skupiny } j)^2$$

Mean squares:  $MS_R = SS_R / df_R$

$$df_R = (\text{celkový počet lidí} - \text{počet skupin})$$

# ANOVA – statistika F

$$F = MS_M / MS_R$$

poměr toho, co model vysvětlit dokáže, ku tomu, co vysvětlit nedokáže

Čím vyšší F, tím více záleží na rozdělení lidí do jednotlivých skupin, **tj. tím více se skupiny od sebe liší v závislé proměnné**

*F* je výběrová statistika, která má *Fisherovo* rozložení, definované dvojicí stupňů volnosti ( $df_M$ ,  $df_R$ )

Můžeme určit kritickou hodnotu (na určité hladině významnosti) a testovat, zda ji hodnota F v našem výzkumu překračuje, **tj. testovat statistickou významnost nalezených rozdílů mezi skupinami**

# ANOVA – předpoklady

---

**nezávislost pozorování** (→ ANOVA pro opakovaná měření)

**normalita rozložení** (v rámci každé skupiny)

- narušení nevadí, pokud jsou skupiny stejně velké + mají velikost alespoň okolo 30
- neparametrická alternativa – Kruskal-Wallisův test

**homogenita rozptylů** (skupiny mají stejné rozptyly)

- Levenův test – chceme, aby byl nesignifikantní
- $s^2_{\max} / s^2_{\min} < 3$
- narušení by nemělo vadit, pokud jsou skupiny stejně velké
- při narušení lze použít **Welchovo F**

# ANOVA – SPSS

---

Analyze → Compare Means → One-Way ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	$SS_M$	$df_M$	$MS_M$		
Within Groups	$SS_R$	$df_R$	$MS_R$		
Total	$SS_T$	$df_M + df_R$			

---





# ANOVA

---

Máme hypotézy o konkrétních rozdílech mezi skupinami.

**H1:** Děti z rodin s nízkým SES používají internet méně často než ostatní děti.

**H2:** Děti z rodin se středním SES používají internet méně často než děti z rodin s vysokým SES.

# ANOVA – plánované kontrasty

---

Umožňují porovnat jednotlivé skupiny v jednom kroku bez nutnosti korigovat hladinu významnosti (bez snížení síly testu)

Jen když máme dopředu hypotézy

Kontrastů lze provést tolik, kolik je **počet skupin – 1**

Každý kontrast srovnává **2 průměry**

- průměr skupiny nebo průměr více skupin dohromady
- např. **NÍZ vs. STŘ+VYS** nebo **STŘ vs. VYS**

**ortogonální (nezávislé) kontrasty**

- skupina použitá v jednom srovnání není použitá v dalším

**neortogonální kontrasty**

# ANOVA – plánované kontrasty

Zkoumáme, zda daný kontrast (rozdíl mezi dvěma průměry) signifikantně přispívá k variabilitě vysvětlené modelem ( $SS_M$ )

Abychom to zjistili, jakoby překódujeme hodnoty dummy proměnných, aby odhadnuté parametry ( $b_1, b_2$  atd.) odrážely požadované kontrasty

$$[\text{inter}]_i = b_0 + b_1[\text{vys}] + b_2[\text{str}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{inter}]_i = b_0 + b_1[\text{kontrast1}] + b_2[\text{kontrast2}] + \varepsilon_i$$

Kategorie	Kontrast 1 NÍZ vs. STŘ+VYS	Kontrast 2 STŘ vs. VYS
Vysoký SES	1/2	-1
Střední SES	1/2	1
Nízký SES	-1	0

# ANOVA – plánované kontrasty

Zkoumáme, zda daný kontrast (rozdíl mezi dvěma skupinami) významně přispívá k variabilitě vysvětlené modelem ( $SS_M$ )

Abychom to zjistili, jakoby překódujeme hodnoty odhadnuté parametry ( $b_1, b_2$  atd.) odrážely požadované kontrasty, aby součet pro každý kontrast musel být 0

$$[\text{inter}]_i = b_0 + b_1[\text{kontrast1}] + \varepsilon_i$$

$$[\text{inter}]_i = b_0 + b_1[\text{kontrast1}] + b_2[\text{kontrast2}] + \varepsilon_i$$

Srovnávané skupiny musí mít odlišná znaménka

Součet pro každý kontrast musí být 0

Skupina, kterou nechceme zahrnout  $\rightarrow 0$

Kategorie	Kontrast 1 NÍZ vs. STŘ+VYS	Kontrast 2 STŘ vs. VYS
Vysoká	1/2	-1
Střední	1/2	1
Nízká	-1	0

Skupiny brané dohromady musí mít stejné číslo

# ANOVA – post-hoc testy

---

Používáme, pokud nemáme dopředu jasné hypotézy

Srovnávají vše se vším – každou skupinu s každou (ale neumí slučovat skupiny jako kontrasty)

Mají v sobě mechanismy zohledňující zvýšené riziko chyby I. typu

Z principu jsou oboustranné

Je jich mnoho – liší se v několika parametrech:

- konzervativní (ch. II. typu!) / liberální (ch. I. typu!)
- ne/vhodné pro rozdílně velké skupiny
- ne/vhodné pro rozdílné skupinové rozptyly

# ANOVA – post-hoc testy

---

Doporučení podle A. Fielda:

- stejně velké skupiny a skupinové rozptyly (ideální situace): **REGWQ** nebo **Tukey**
- pokud si chceme být jistí, že P chyby I. typu nepřekročí zvolenou hladinu: **Bonferroni**
- pokud jsou velikosti skupin trochu/hodně rozdílné: **Gabriel/Hochberg GT2**
- pokud pochybujeme o shodnosti skupinových rozptylů: **Games-Howell**

# ANOVA – reportování

---

$$F(df_M, df_R) = \dots, p = \dots, \eta^2 \text{ nebo } \omega^2 = \dots$$

Vždy tabulovat **deskriptivy pro každou skupinu** – alespoň velikost, průměr, směrodatnou odch.

Vždy dopočítat **velikost účinku** (interpretujeme jako  $R^2$  v lineární regresi)

$$\eta^2 = SS_M / SS_T$$

$$\omega^2 = [SS_M - (df_M)MS_R] / [SS_T + MS_R] \text{ (jako Adj. } R^2)$$

$df_M$  a  $df_R$  musejí být uváděny v tomto pořadí

U kontrastů uvádíme:  $t(df) = \dots, p = \dots, d$  nebo  $r = \dots$

$$r = \text{odmocnina}[t^2 / (t^2 + df)]$$

„V modelu je pouze jeden faktor. Člověk je však ve skutečnosti obvykle členem více typů skupin najednou, což může mít vliv!“

„Provedeme více ANOV pro různé faktory (skupiny).“

„Tím se však vrátí známý problém s nárůstem rizika chyby I. typu. Navíc přijdeme o možnost posoudit vliv všech faktorů najednou v jednom modelu.“

„Můžeme přidat přímo do modelu další nezávislé kategorické proměnné – a spočítat tzv. **faktoriální ANOVU.**“



# Faktoriální ANOVA

---

ANOVA s více kategorickými nezávislými (faktory)

uplatnění v **experimentálních** designech, kde pracujeme s několika druhy experimentální manipulace nebo kde chceme zohlednit kromě experimentální manipulace i další proměnné (např. pohlaví)

uplatnění v **neexperimentálních** designech, kde chceme posoudit vliv více kategorických prediktorů najednou

# Typy faktorů

---

## Fixed factors

- všechny úrovně faktorů, o které nám jde, jsou v našem výzkumu zahrnuty
- „Liší se užívání internetu mezi třemi typy SES?“
- „Liší se užívání internetu podle pohlaví?“

## Random factors

- úrovně faktorů, zahrnuté v našem výzkumu, představují pouze náhodný vzorek z větší populace
- „Liší se užívání internetu mezi zeměmi?“
- „Liší se užívání internetu podle školy, kterou adolescent navštěvuje?“

# One-way ANOVA

---

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$$

# Faktoriální ANOVA

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + \gamma_{j \times k} + \varepsilon_{ijk}$$



# One-way ANOVA

---

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$$

# Faktoriální ANOVA

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + \gamma_{j \times k} + \varepsilon_{ijk}$$



# One-way ANOVA

---

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$$

# Faktoriální ANOVA

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + \gamma_{j \times k} + \varepsilon_{ijk}$$



# One-way ANOVA

---

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$$

# Faktoriální ANOVA

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + \gamma_{j \times k} + \varepsilon_{ijk}$$



# Interakce (moderace)

---

V různých úrovních jednoho faktoru se rozdíly mezi úrovněmi druhého faktoru liší (rozdíl rozdílů).

S měnící se úrovní jedné nezávislé se mění vliv druhé nezávislé na závislou proměnnou

Nezávislá proměnná nemusí mít žádný hlavní efekt (main effect) na závislou proměnnou, ale může ji ovlivňovat tím, že ovlivňuje vliv druhé nezávislé

Při interpretaci interakcí je obvykle velmi užitečné znázornění formou grafu.

# Interakce (moderace)

---

**dva faktory** (případ faktoriální ANOVY)

- Zážitek s různými typy školní šikany má jiný vliv na depresivitu u dívek a u chlapců.

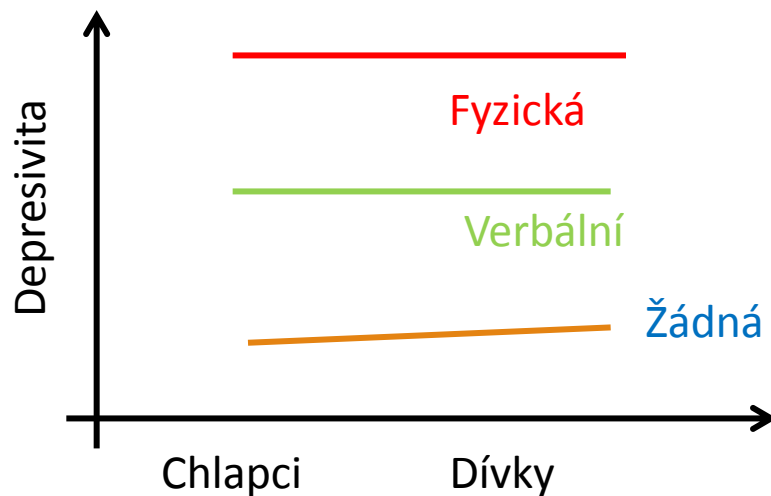


# Interakce (moderace)

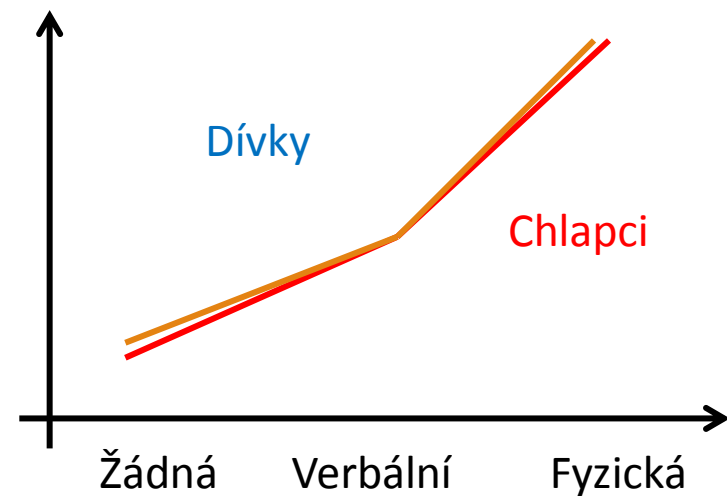
**dva faktory** (případ faktoriální ANOVY)

- Zážitek s různými typy školní šikany má jiný vliv na depresivitu u dívek a u chlapců.

žádná interakce



=

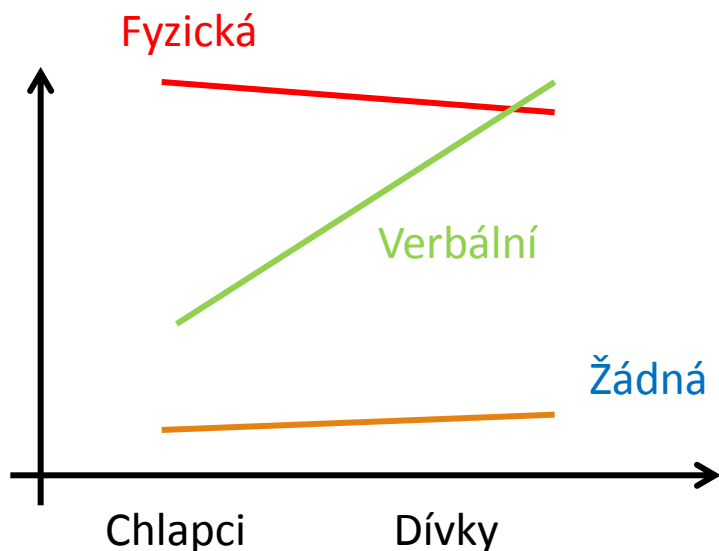


# Interakce (moderace)

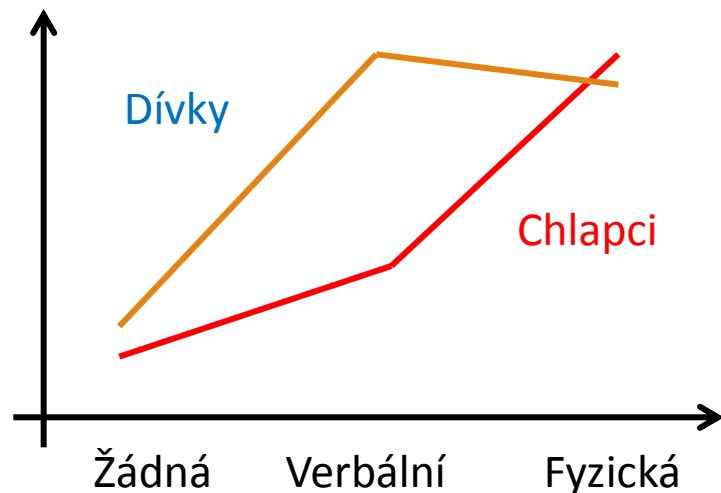
**dva faktory** (případ faktoriální ANOVY)

- Zážitek s různými typy školní šikany má jiný vliv na depresivitu u dívek a u chlapců.

interakce



=



# Interakce (moderace)

---

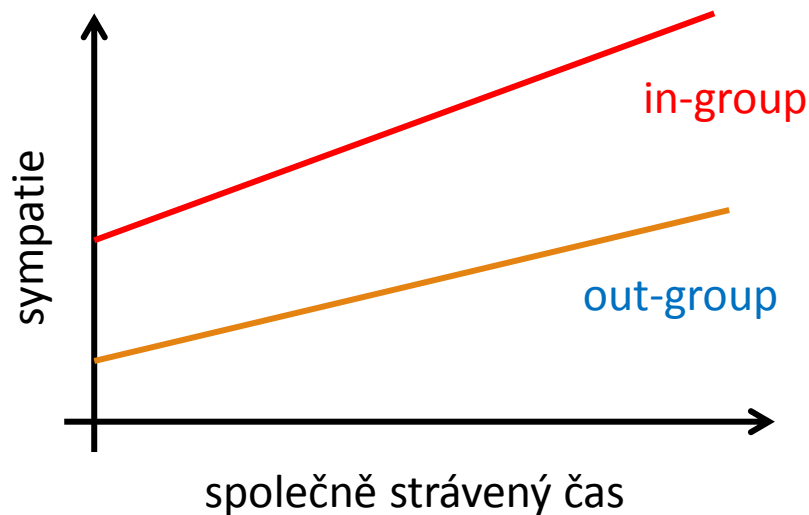
## kategorická a intervalová proměnná

- Společně strávený čas posiluje naše sympatie pouze k členům in-group, nikoli out-group.

# Interakce (moderace)

## kategorická a intervalová proměnná

- Společně strávený čas posiluje naše sympatie pouze k členům in-group, nikoli out-group.

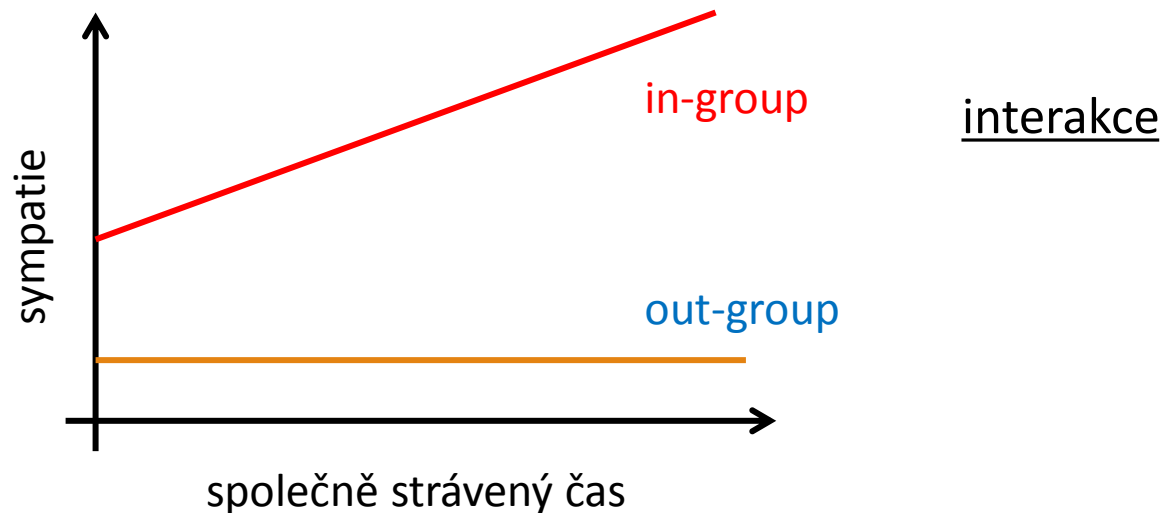


žádná interakce

# Interakce (moderace)

## kategorická a intervalová proměnná

- Společně strávený čas posiluje naše sympatie pouze k členům in-group, nikoli out-group.



# Interakce (moderace)

---

## dva faktory (případ faktoriální ANOVY)

- Zážitek s různými typy školní šikany má jiný vliv na depresivitu u dívek a u chlapců.

## kategorická a intervalová proměnná

- Společně strávený čas posiluje naše sympatie pouze k členům in-group, nikoli out-group.

## dvě intervalové proměnné

- S rostoucím příjmem se oslabuje vztah mezi spokojeností v práci a celkovou životní spokojeností.

# Faktoriální ANOVA

---

**SES:** Souvisí SES s frekvencí používání internetu?

**pohlaví:** Souvisí pohlaví s frekvencí používání internetu?

**interakce:** Má SES jinou souvislost s používáním internetu u chlapců než u dívek?

	Nízký SES	Střední SES	Vysoký SES
Chlapci			
Dívky			

# Faktoriální ANOVA - předpoklady

Vše, co v případě one-way ANOVY

Pro každou kombinaci faktorů by měl být zastoupený dostatečný počet případů.

Lze posoudit na základě jednoduché kontingenční tabulky.

Počet případů	Nízký SES	Střední SES	Vysoký SES
Kluci	26	202	114
Holky	32	205	130



# Faktoriální ANOVA v SPSS

Analyze → Generalized Linear Model → Univariate...

celková vysvětlená variabilita ( $SS_M$ ) je rozsekána zvlášť pro jednotlivé faktory

Source	Type X Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	$SS_M$	$df_M$	$MS_M$		
Intercept					
Faktor1	$SS_{\text{Faktor1}}$	$df_{\text{Faktor1}}$	$MS_{\text{Faktor1}}$		
Faktor2	$SS_{\text{Faktor2}}$	$df_{\text{Faktor2}}$	$MS_{\text{Faktor2}}$		
Faktor1*Faktor2	$SS_{\text{Interakce F1*F2}}$	$df_{\text{Int. F1*F2}}$	$MS_{\text{Int. F1*F2}}$		
Error	$SS_R$	$df_R$	$MS_R$		
Total					
Corrected Total	$SS_T$	$df_M+df_R$			

Každý faktor a interakce má vlastní statistiku F, proto lze posoudit, zda je signifikantním prediktorem závislé proměnné

# Faktoriální ANOVA – reportování

Uvádíme zvlášť, jaký efekt měl každý faktor (main effect) nebo interakce faktorů:

$F(df_{Faktor}, df_R) = \dots, p = \dots$ , parciální  $\eta^2 \dots$

$$\text{parciální } \eta^2 = SS_{Faktor} / (SS_{Faktor} + SS_R)$$

$$*\text{parciální } \omega^2 = \omega_p^2 = \frac{df_{\text{effect}} \times (MS_{\text{effect}} - MS_{\text{error}})}{df_{\text{effect}} \times MS_{\text{effect}} + (N - df_{\text{effect}}) \times MS_{\text{error}}}$$

$$\hat{\omega}_p^2 = (F - 1) / (F + (df_{\text{Error}} + 1) / df_{\text{Effect}})$$

$$\hat{\epsilon}_p^2 = (F - 1) / (F + (df_{\text{Error}} / df_{\text{Effect}}))$$

+ případné kontrasty a post-hoc testy jako u ANOVY

V některých situacích má smysl předpokládat, že je závislá proměnná ovlivňována nejen faktory, ale i intervalovými nezávislými proměnnými. Potřebujeme tedy model, který bude **kombinovat kategorické a intervalové nezávislé proměnné**.

---

Proč zavádět intervalové nezávislé do ANOVY:

snížíme množství nevysvětlené variability v modelu

kontrolujeme, zda není vliv faktorů zkreslen nějakou související intervalovou proměnnou

→ přesnější posouzení vlivu faktorů

**Příklad:** Používání internetu může souviset s věkem člověka. Pokud budeme tuto proměnnou kontrolovat, získáme představu o vlivu SES na frekvenci používání internetu, který je „očistěný“ od možného vlivu věku.

# ANCOVA (**a**nalysis of **cov**ariance)

ANOVA s jednou či více nezávislými intervalovými proměnnými (tzv. kovariáty)

zavádět jen kovariáty, pro které existují **dobré důvody** (nenacpat tam vše, co jsme měřili)

**dobře zvolené kovariáty** → zvýšení síly testu

- kovariát odebere část nevysvětlené variability ( $SS_R$ ) závislé proměnné, čímž se lépe projeví případný vliv faktorů

**špatně zvolené kovariáty** → snížení síly testu

- za každý přidaný kovariát ztrácíme jeden stupeň volnosti

uplatnění v **experimentálních designech**, kde chceme *statisticky kontrolovat* nežádoucí rozdíly mezi skupinami

uplatnění v **neexperimentálních designech**, kde chceme statisticky kontrolovat intervalové prediktory a posoudit tak nezkraslený vliv kategorických prediktorů

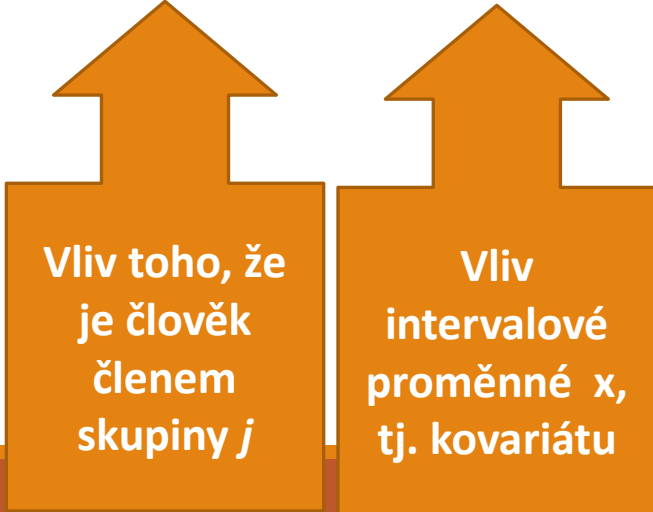
# One-way ANOVA

---

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$$

## ANCOVA

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta X_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$



Vliv toho, že  
je člověk  
členem  
skupiny  $j$

Vliv  
intervalové  
proměnné  $x$ ,  
tj. kovariátu

# ANCOVA - předpoklady

---

Předpoklady ANOVY + předpoklady lineární regrese

Kovariát a faktor musí být nezávislé

- pokud nejsou, je obtížné interpretovat výsledky

Kovariát musí mít ve všech skupinách stejně silný vliv na závislou proměnnou (stejný regr. koef.)

- lze testovat zavedením interakce mezi faktorem a kovariátem do modelu (chceme, aby vyšla nesignifikantní)

# ANCOVA v SPSS

Analyze → Generalized Linear Model → Univariate...

celková vysvětlená variabilita ( $SS_M$ ) je rozsekána zvlášť pro kovariát(y) a faktor(y)

Source	Type X Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	$SS_M$	$df_M$	$MS_M$		
Intercept					
Kovariát1	$SS_{Kovariát1}$	$df_{Kovariát1}$	$MS_{Kovariát1}$		
Faktor1	$SS_{Faktor1}$	$df_{Faktor1}$	$MS_{Faktor1}$		
Error	$SS_R$	$df_R$	$MS_R$		
Total					
Corrected Total	$SS_T$	$df_M + df_R$			

můžeme si nechat zobrazit tzv. „**marginal means**“ (= jaké by byly skupinové průměry, kdyby se úroveň kovariátu nelišila napříč skupinami)

# ANCOVA – reportování

---

Uvádíme, jaký efekt měl každý kovariát:

$$F(df_{\text{Kovariát}}, df_R) = \dots, p = \dots, r = \dots$$

pro jednotlivé kovariáty vždy  $df_{\text{Kovariát}} = 1$

$$r = \text{odmocnina}[t^2 / (t^2 + df)]$$

A uvádíme, jaký efekt měl každý faktor:

$$F(df_{\text{Faktor}}, df_R) = \dots, p = \dots, \text{parciální } \eta^2 = \dots$$

$$\text{parciální } \eta^2 = SS_{\text{Faktor}} / (SS_{\text{Faktor}} + SS_R) \text{ lépe } \omega_p^2$$

+ případné kontrasty a post-hoc testy jako u ANOVY



# MANOVA (**m**ultivariační ANOVA)

---

ANOVA s více **závislými** intervalovými proměnnými

posuzujeme vliv nezávislých proměnných na lineární kombinaci závislých proměnných

pracujeme s multivariační obdobou F

bereme v úvahu nejen (ne)vysvětlený rozptyl, ale i (ne)vysvětlenou kovarianci mezi závislými proměnnými

## **výhody oproti sérii více ANOV**

- kontrolujeme nárůst rizika chyby I. typu
- lze odhalit vztah ke kombinaci závislých proměnných

## **nevýhody**

- obtížná interpretace výsledků
- málokdy přinese nové informace oproti ANOVĚ
- vyžaduje splnění dalších předpokladů, které nelze jednoduše otestovat v SPSS (multivariační normalita)

# Úkol na seminář

---

## Data Long 2

Zajímá nás, zda a do jaké míry souvisí u žáků jejich očekávání svého nejvyššího dosaženého vzdělání (NP = ocek\_vzd) a depresivita (ZP=deprese).

- Specificky otestujte, zda se liší ti, kdo očekávají, že nedosáhnou na maturitu od těch, kdo ji očekávají získat a od těch, kdo plánují získat VŠ titul (kontrast, oneway).
- Faktoriální anovou rozšiřte model i o pohlaví žáka. Otestujte u toho hypotézu, že se stoupajícím očekáváním vzdělání klesá deprese (lineární kontrast, faktoriální anova)
- Když do modelu zařadíme optimismus jako kovariát, stane se naší ZP to z depresivity, co nesouvisí s optimismem (hmm...). Změní se se zařazením kovariátu nějak efekt očekávaného vzdělání a pohlaví?

---



# ANALÝZA ROZPTYLU PRO OPAKOVANÁ MĚŘENÍ

PSY252

Statistická analýza dat v psychologii II

---

# Opakovaná měření

---

Vnitrosubjektové a long designy

Sledujeme vývoj nějaké proměnné v čase

Vystavujeme jedince několika experimentálním podmínkám a hledáme rozdíl ve změně

Hledáme rozdíly v určitém znaku mezi příbuznými jedinci

**Výhoda:** větší síla, potřeba menšího vzorku

**Nevýhoda:** složitější statistika

ID	EDA klid	EDA stres1	EDA stres2
101A	1	2	3
102A	4	5	6
...			
199A	5	3	5

ID	Stres	EDA
101A	Klid	1
101A	Stres1	2
101A	Stres2	3
102A	Klid	4
102A	Stres1	5
102A	Stres2	6
...		
199A	Klid	5
199A	Stres1	3
199A	Stres2	5

---

Při opakovaných měřeních je porušen předpoklad ANOVA či lineární regrese o nezávislosti pozorování

funguje podobně jako faktoriální ANOVA

Nový předpoklad – sféricita (compound symmetry) –  
Mauchlyho test

- Splněna pokud **rozptyly** jednotlivých opakovaných měření jsou **stejné** a **kovariance** mezi jednotlivými opakovanými měřeními jsou **stejné**
- V longitudinálních designech obvykle problém – měření, která jsou si blízká v čase, obvykle více korelují
- Při nesplnění – korekce (G-G, H-F) či MANOVA

Méně spolehlivé post-hoc testy

# Dělení variability

---

Variabilita mezi subjekty – různí lidé mají různou průměrnou hodnotu závislé

Variabilita mezi měřeními (treatments) – rozdílnost průměrů měření

Chybový rozptyl – náhodná variabilita kolem hodnoty závislé predikované osobou a pořadím měření (treatmentem)

(Variabilita způsobená rozdílným efektem treatments na různé jedince)



# Příklad

---

EDA – elektrodermální aktivita (=pocení se)

3 úrovně stresu – klid, nekonfliktní Stroop, konfliktní Stroop – v tomto pořadí

„Soulad“ EDA na pravé a levé dlani

- Koeficient laterality (-30;30) (levopotivý – pravopotivý)
- PTI – synchronizace křivek pocení (0; 25)

Psychopatologie – BDI, SAS, TSC40

# Velikost účinku

---

U kontrastů můžeme počítat Cohenovo  $d$

- problematická je smysluplná volba SD, kterou bychom rozdíl průměrů standardizovali
- SD baseline měření
- střední SD napříč měřeními

Nebo můžeme spočítat  $r$  (F: s. 567)

$$r = \sqrt{\frac{F(1, df_R)}{F(1, df_R) + df_R}}$$

- velikost efektu „očistěnou“ o korelaci mezi měřeními nadhodnocenou
- vhodné pro usuzování na sílu testu

$\omega^2$  pro celý faktor F: s. 566

- nápověda  $SS_{\text{TOTAL}} = s^2 * (N-1)$

# Kontrasty a post-hoc testy

---

Kontrasty pro vnitrosubjektový faktor jako u faktoriální anovy.

- Transformation matrix v Options pro kontrolu

Post-hoc testy pro vnitrosubjektový a mezisubjektový faktor na jiných místech.

- Field: Vezměte na vědomí dopad odchylek od sféricity na platnost post-hoc testů

# Rozšíření

---

Faktoriální vnitrosubjektová/repeated Anova – více než 1 vnitrosubjektový faktor

Mixed ANOVA - kombinace vnitrosubjektových a mezisubjektových faktorů (tj. repeated+normální ANOVA)

# Nevýhody Repeated ANOVA

---

Požadavek sféricity - při výrazném nesplnění, či jiném očekávání je na místě hledat jiné modely

Neumí se vypořádat s chybějícími hodnotami

Flexibilní řešení obou problémů nabízí multi-level lineární modely (v SPSS Analyze ->Mixed models)