

# Vícečetná lineární regrese

Petr Ocelík

MVZn4003 Úvod do kvantitativních metod

12. ledna 2021

# Blok přednášek

1. Jednoduchá lineární regrese
2. Vícečetná lineární regrese
3. Diagnostika a aplikace

# Blok přednášek

1. Jednoduchá lineární regrese
2. Vícečetná lineární regrese
- 3. Diagnostika a aplikace**
  1. opakování
  2. interpretace kategorických prediktorů
  3. diagnostika

# Regresní model: lineární regresní funkce

## Jednoduchý lineární regresní model:

- $Y' = b_0 + b_1 * X$
- závislá proměnná = průsečík + sklon \* prediktor

## Vícečetný lineární regresní model:

- $Y' = b_0 + b_1 * X + b_2 * Z$
- závislá proměnná = průsečík + sklon \* prediktor X + sklon \* prediktor Z

Někdy také:

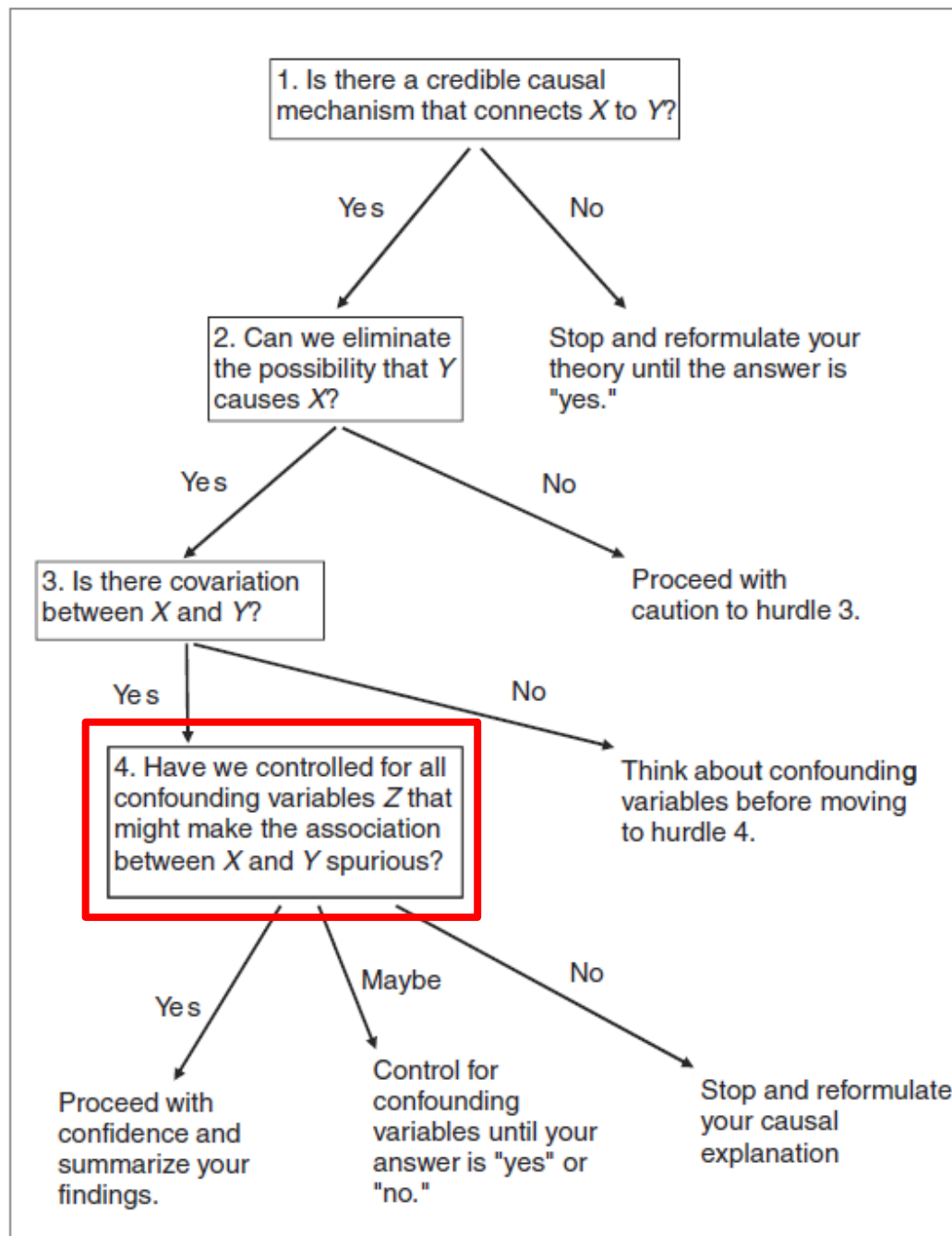
- $Y' = b_0 + b_1 * X_1 + b_2 * X_2$
- závislá proměnná = průsečík + sklon \* prediktor  $X_1$  + sklon \* prediktor  $X_2$

- Kellstedt & Whitten (2013) příklad regrese volebního zisku inkumbenta (**závislá proměnná Y**) v závislosti na:
  - **(1)** změně HDP/pc (growth) během minulého roku (**prediktor X**) a
  - **(2) dobrých zprávách (good news) o ekonomice** pro poslední kvartál (**prediktor Z**)
- $Y = 48.24 + 0.57 * X + 0.67 * Z$

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
intercept	51.55* (0.86)	47.29* (1.94)	48.24* (1.64)
growth (X)	0.65* (0.16)	-	0.57* (0.15)
good news (Z)	-	0.92* (0.33)	0.67* (0.28)
R <sup>2</sup>	0.36	0.20	0.46
Std. error in parentheses * = p < 0.05			

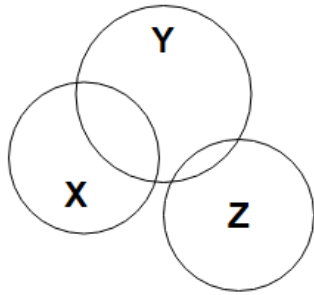
# Vícečetná lineární regrese

- Umožňuje predikci ZP v závislosti na hodnotách **více než jednoho prediktoru**
  - Jaká je predikovaná hodnota volebního zisku inkumbenta (ZP Y), pokud bereme v potaz ekonomický růst (prediktor X) a dobré zprávy o ekonomice (prediktor Z)?
- Umožňuje odhadovat **dílčí (parciální) účinky (efekty) jednotlivých prediktorů** na ZP
  - Jak se změní hodnota volebního zisku inkumbenta (ZP Y), pokud se hodnota prediktoru X změní o jednotku (% bod) při kontrole prediktoru Z?
  - Jak se změní hodnota volebního zisku inkumbenta (ZP), pokud se hodnota prediktoru Z změní o jednotku (jeden kvartál) při kontrole prediktoru X?

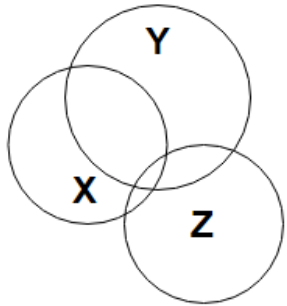


Interpretace koeficientů sklonu: intuice

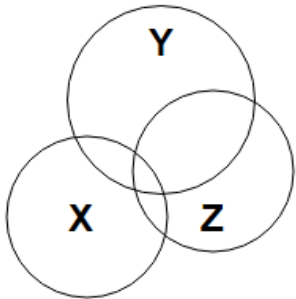




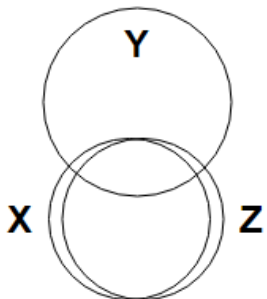
**X a Z nekorelují** → interpretace jako v jednoduché regresi (X a Z jsou vzájemně nezávislé)



**X koreluje s Y více než Z** → účinek X je při kontrole vlivu Z silnější než účinek Z při kontrole vlivu X

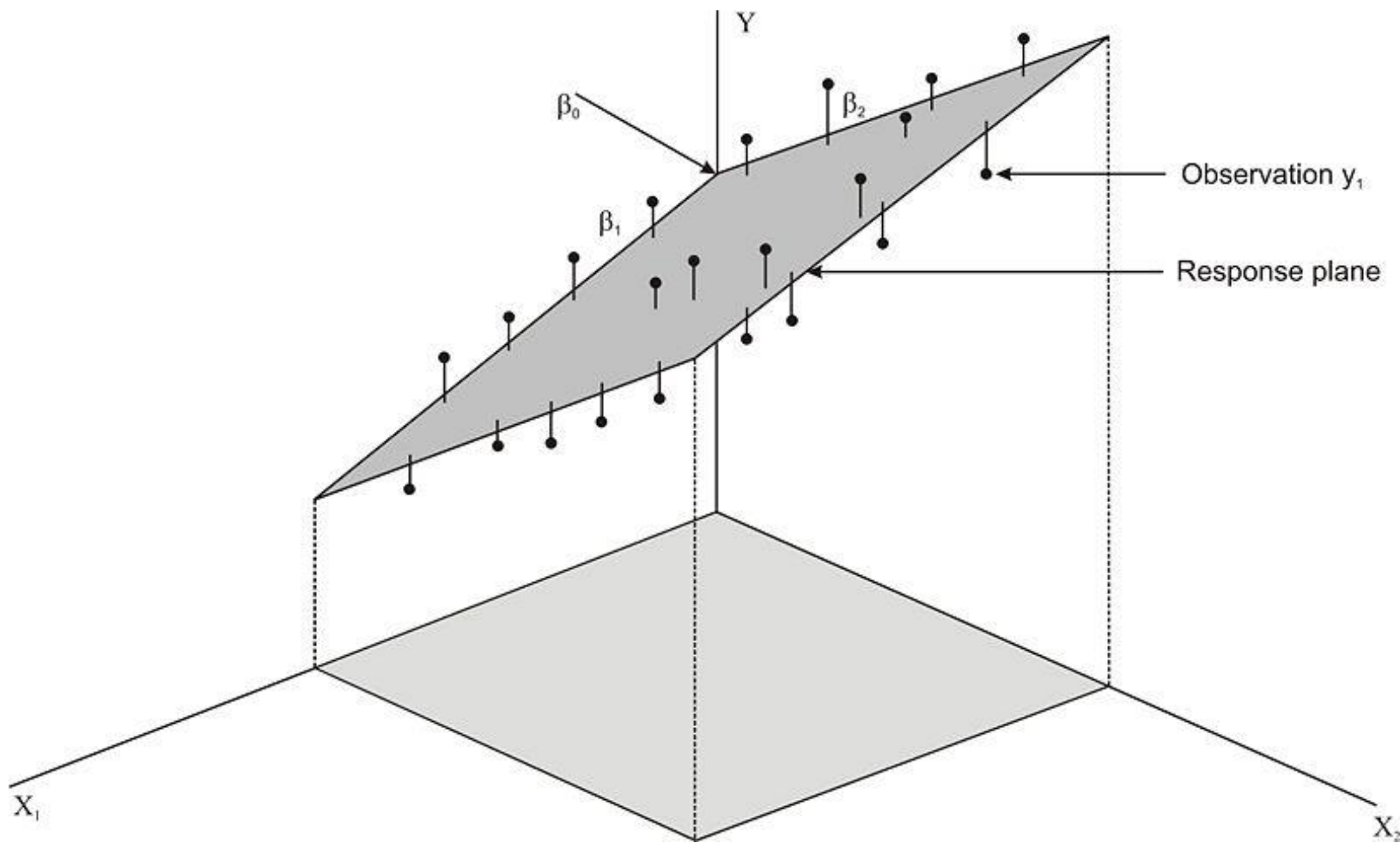


**Z koreluje s Y více než X** → účinek Z je při kontrole vlivu X silnější než účinek X při kontrole vlivu Z



**X a Z (téměř) dokonale korelují** → hodnoty koeficientů se budou blížit nekonečnou (neinterpretovatelné) → problém **kolinearity**

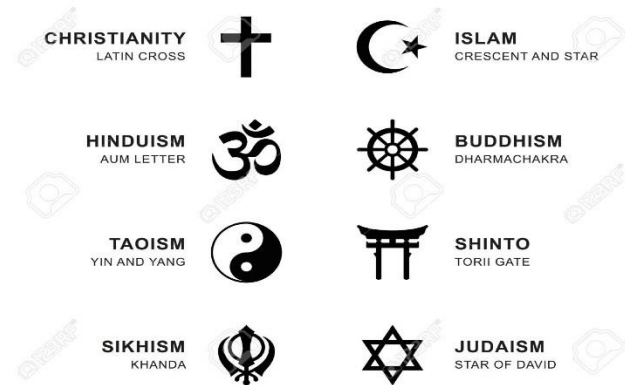
# Regresní rovina



# Interpretace účinků kategorických prediktorů

# Kategorické proměnné

- **Nominální:** definovány pouze **kvalitativní odlišností**
  - homogenita kategorií
  - vzájemná výlučnost kategorií
  - úplnost kategorií



- **Pořadové:** definovány **kvalitativní odlišností a pořadím kategorií**
  - homogenita kategorií
  - vzájemná výlučnost kategorií
  - úplnost kategorií
  - **pořadí kategorií**



# Kategorické proměnné jako prediktory

- Kategorické proměnné (KP) jsou v regresním modelu reprezentovány tzv. **indikátorovými** (dummy) **proměnnými**
  - **Indikátorová proměnná**: pouze hodnoty 0 nebo 1 indikující ne/přítomnost daného kategorického účinku
  - Počet indikátorových proměnných =  $k - 1$ , kde  $k$  je počet kategorií proměnné
- účinky KP jsou definovány  $k - 1$  koeficienty



# Kategorické proměnné jako prediktory

- Počet indikátorových proměnných =  $k - 1$ , kde  $k$  je počet kategorií proměnné
- Např.: **kulturně-geografický charakter (X)** = ne-Jih (0), Jih (1) jako prediktor **(Y) Obamova volebního výsledku (obama2012)**



$$Y = 50.049 - 5.918 * X_{\text{Jih}}$$

- **Jaká bude predikce pro ne-jihní státy a pro jihní státy?**

# Kategorické proměnné jako prediktory

- Počet indikátorových proměnných =  $k - 1$ , kde  $k$  je počet kategorií proměnné
- Např.: **kulturně-geografický charakter (X)** = ne-Jih (0), Jih (1) jako prediktor **(Y) Obamova volebního výsledku (obama2012)**



$$Y = 50.049 - 5.918 * X$$

- **Jaká bude predikce pro ne-jihní státy a pro jihní státy?**
- Predikce pro **ne-jihní státy**:  $Y = 50.049 - 5.918 * 0 = 50.049$
- Predikce pro **jihní státy**:  $Y = 50.049 - 5.918 * 1 = 44.131$

# Kategorické proměnné jako prediktory

- Např.: **kulturně-geografický charakter (X)** = ne-Jih (0), Jih (1) jako prediktor (**Y**) **Obamova volebního výsledku** (obama2012) s kontrolou pro (**Z**) **podíl městského obyvatelstva** (urban)

$$Y = 31.543 - 3.998 * X + 0.250 * Z$$

- Predikce pro **ne-jižní státy** s kontrolou pro **urban**:

$$Y = 31.543 - 3.998 * 0 + 0.250 * 1 = 31.793$$

- Predikce pro **jižní státy** s kontrolou pro **urban**:

$$Y = 31.543 - 3.998 * 1 + 0.250 * 1 = 27.795$$



# Kategorické proměnné jako prediktory

$$Y = 31.543 - 3.998 * X + 0.250 * Z$$

- Predikce pro **ne-jížní státy** s kontrolou pro **urban**:

$$Y = 31.543 - 3.998 * 0 + 0.250 * 1 = 31.793$$

- Predikce pro **jížní státy** s kontrolou pro **urban**:

$$Y = 31.543 - 3.998 * 1 + 0.250 * 1 = 27.795$$

- **Dále: hodnoty kategorií mění hodnotu průsečíku, sklon se nemění:**

- Predikce pro **ne-jížní státy** s kontrolou pro **urban**:

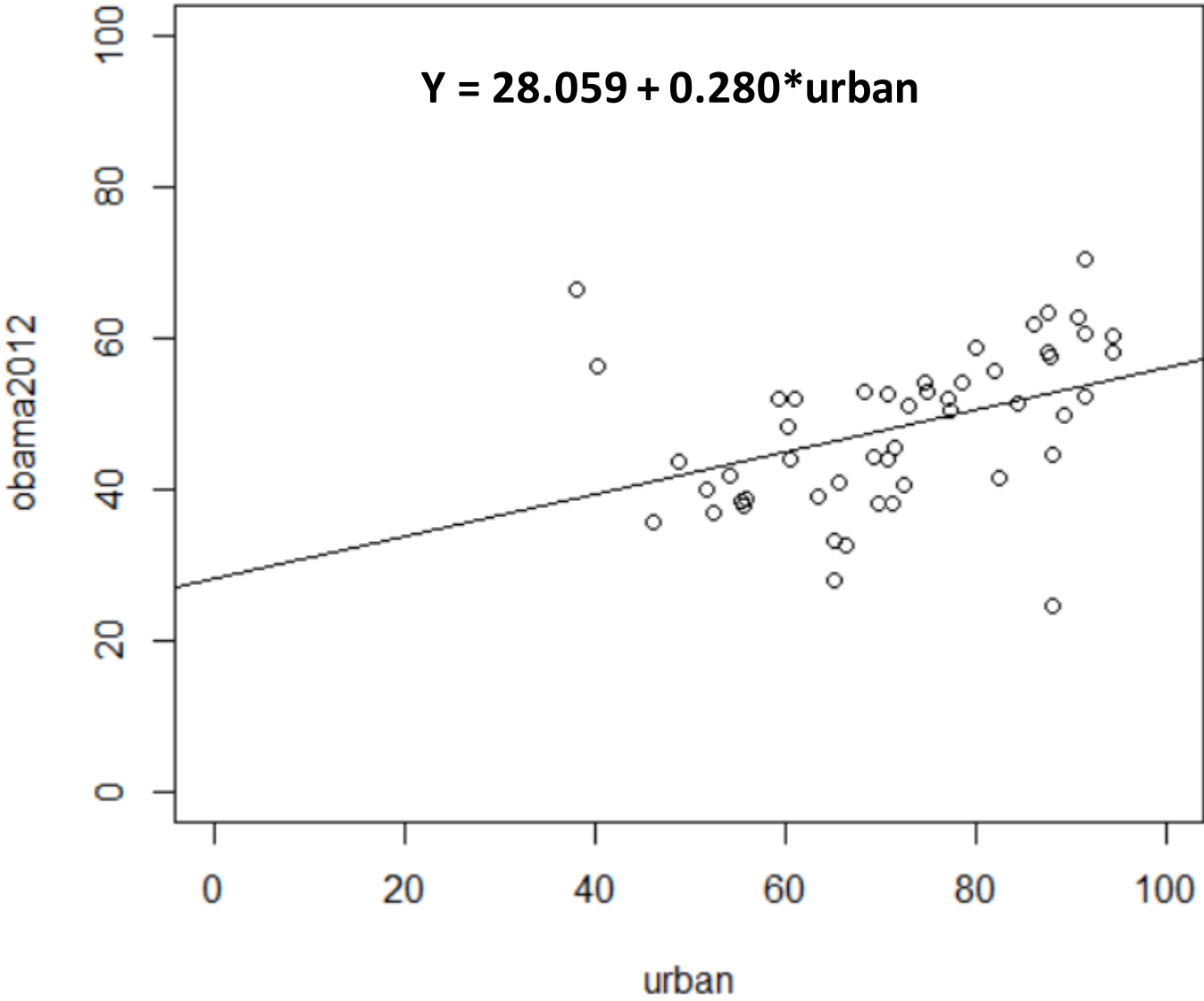
$$Y = 31.543 - \cancel{3.998 * 0} + 0.250 * 1 = 31.793$$

- Predikce pro **jížní státy** s kontrolou pro **urban**:

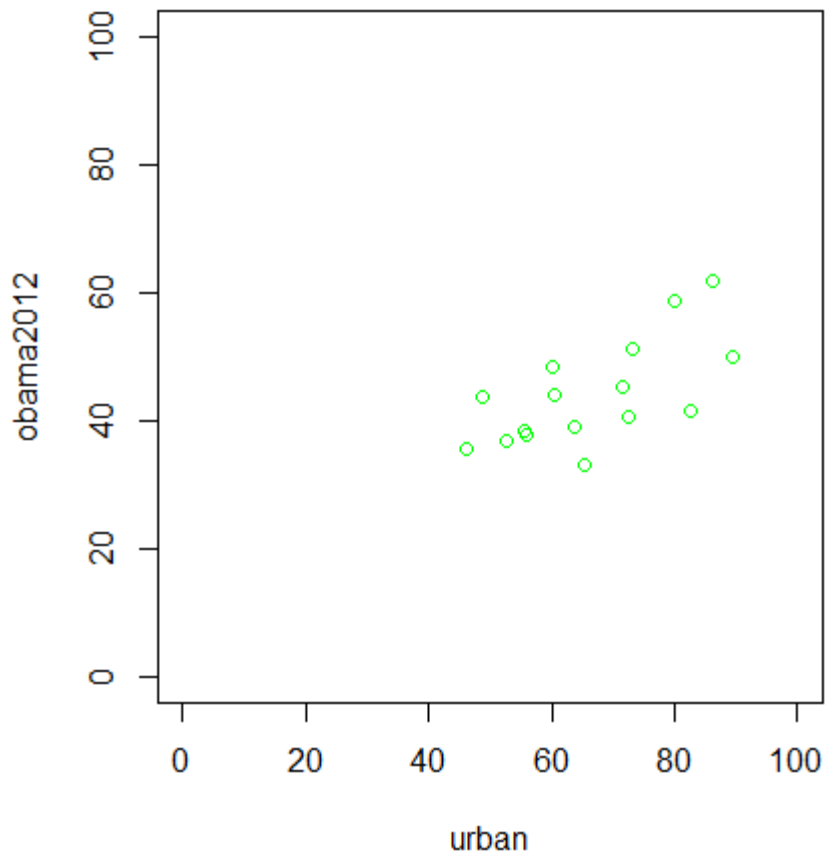
$$Y = 27.545 + 0.250 * 1 = 27.795$$



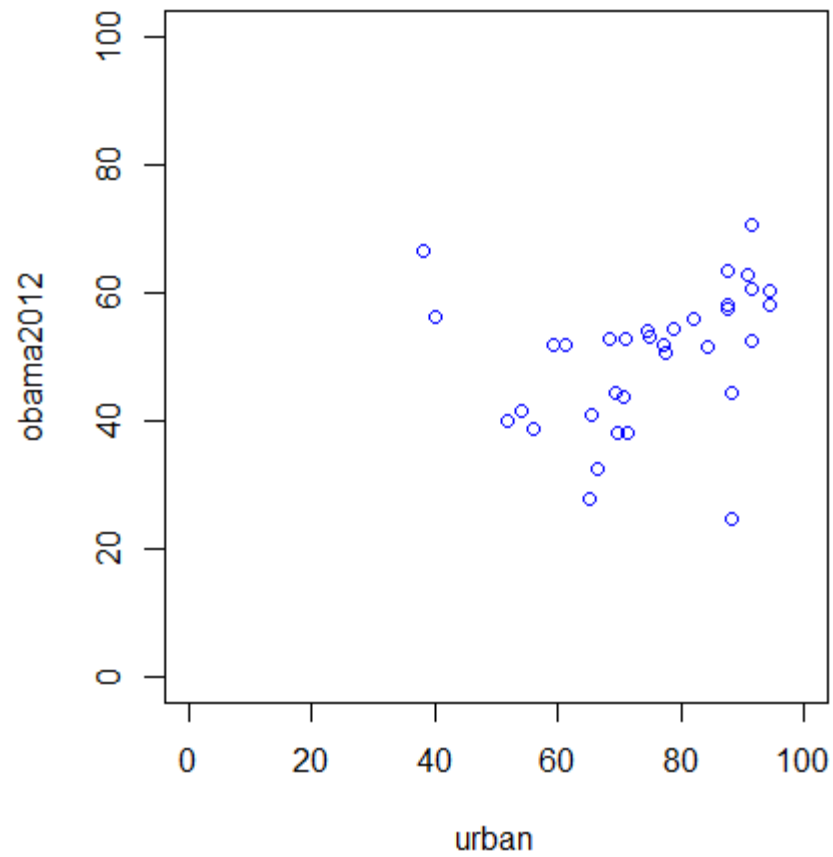
# všechny státy



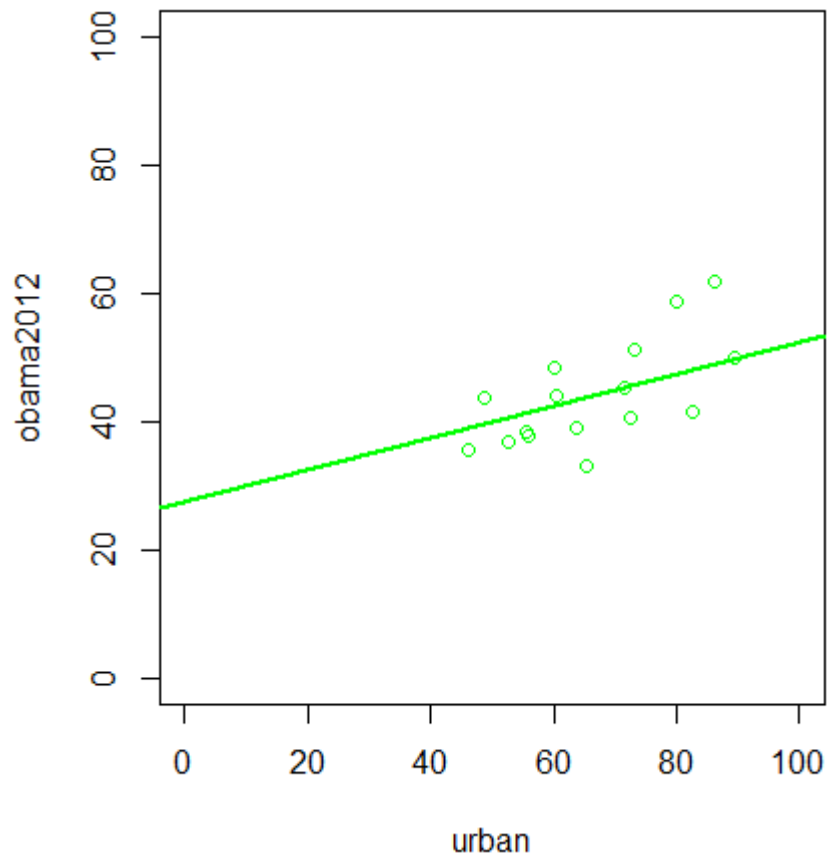
jižní státy



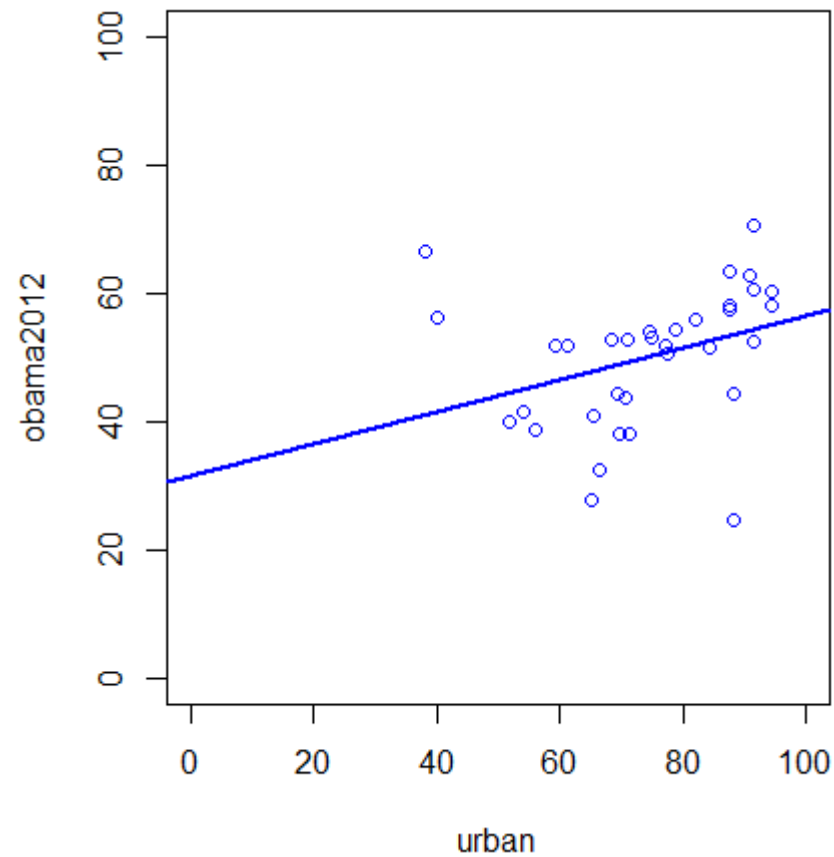
nejižní státy



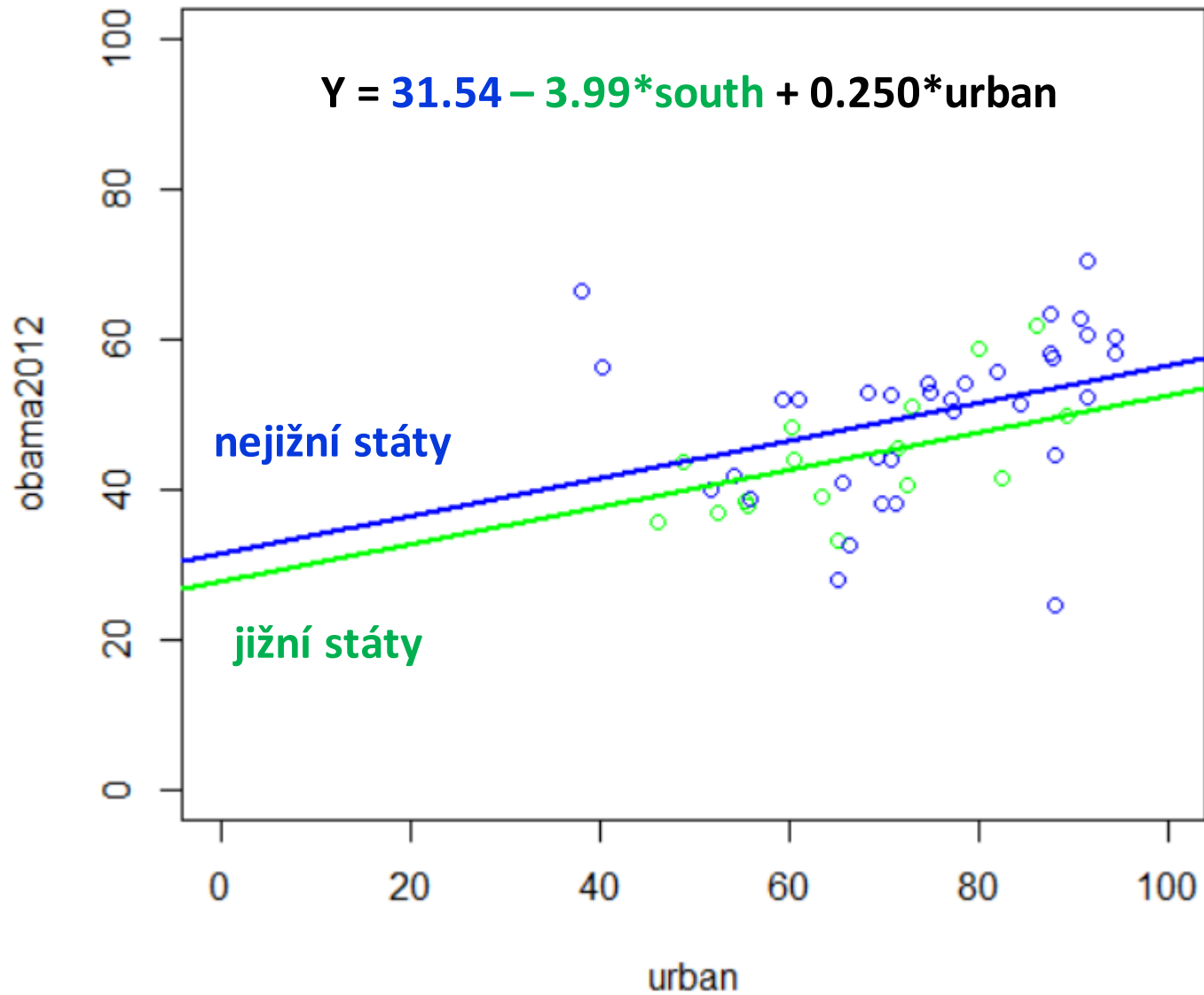
## jižní státy



## nejižní státy



Posun průsečíku: Jih = 27.55, ne-Jih = 31.54



# Řazené kategorické proměnné

- Např.: **podpora práv gayů (X) = vysoká, střední, nízká**; s kontrolou pro (Z) podíl městského obyvatelstva (urban)
- Konstrukce indikátorových proměnných: **k - 1**
  - Referenční kategorie (průsečík) = **vysoká podpora** (nízká i střední podpora = 0)
  - Indikátorová proměnná 1 = **střední podpora** (nízká podpora = 0)
  - Indikátorová proměnná 2 = **nízká podpora** (střední podpora = 0)



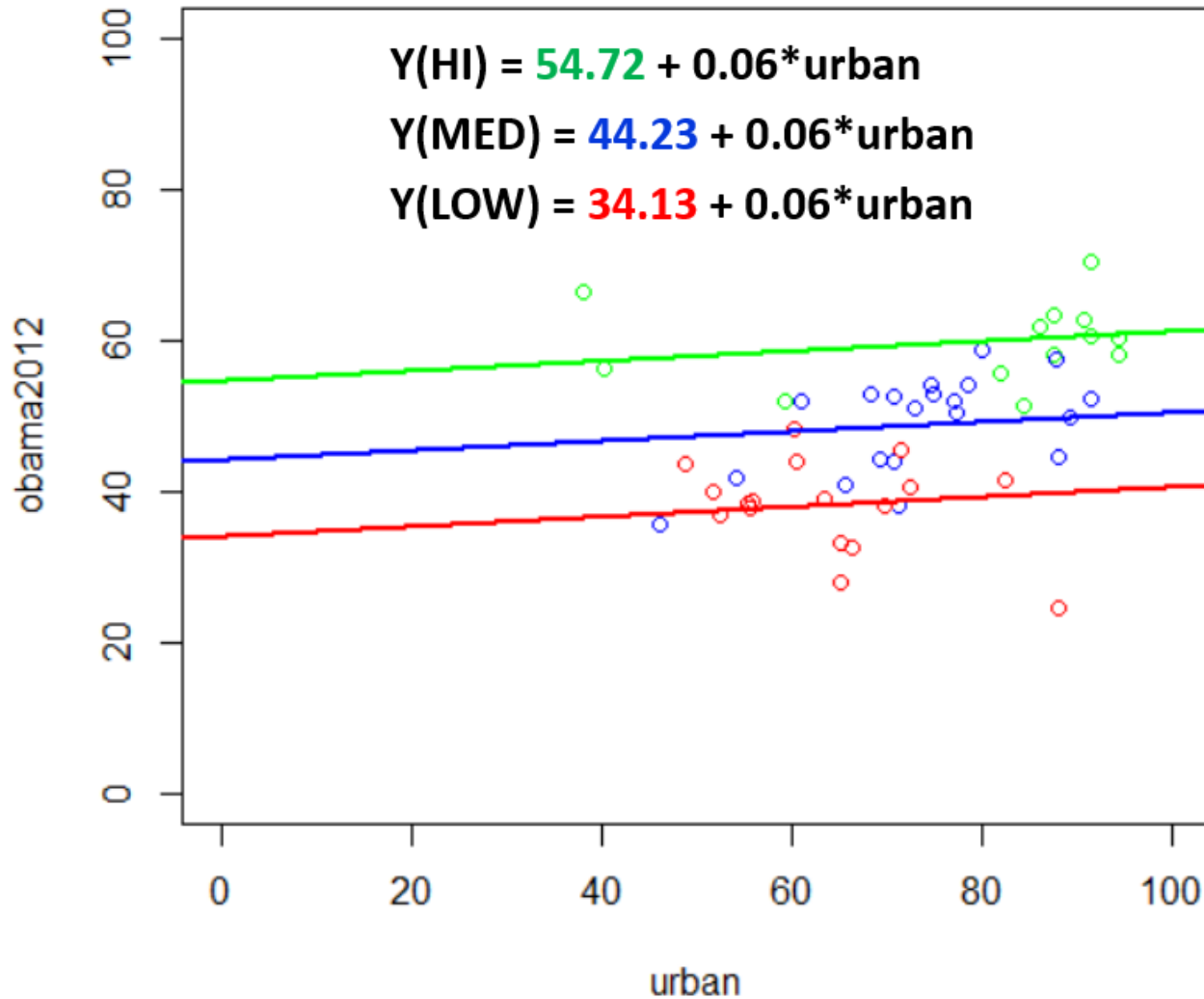
$$Y = 54.72 - 20.59 * \text{gay\_supp\_LOW} - 10.49 * \text{gay\_supp\_MED} + 0.06 * \text{urban}$$

$$Y(\text{HI}) = 54.72 + 0.06 * \text{urban}$$

$$Y(\text{MED}) = 44.23 + 0.06 * \text{urban} ; 54.72 - 10.49 = 44.23$$

$$Y(\text{LOW}) = 34.13 + 0.06 * \text{urban} ; 54.72 - 20.59 = 34.13$$

$$Y = 54.72 - 20.59 * \text{gay\_supp\_LOW} - 20.59 * \text{gay\_supp\_MED} + 0.06 * \text{urban}$$



# Shrnutí

- Interpretace účinků spojitéch a kategorických prediktorů se liší
- Spojité prediktory: **jednotková změna** hodnoty prediktoru **definuje sklon** regresní přímky
- Kategorické prediktory: **změna úrovně (kategorie)** prediktoru **definuje průsečík** regresní přímky
- V případě kategorických prediktorů vždy stanovujeme **referenční kategorii**
- **Počet indikátorových proměnných** zachycujících ostatní kategorie prediktoru = **# kategorií (k) - 1**



Předpoklady

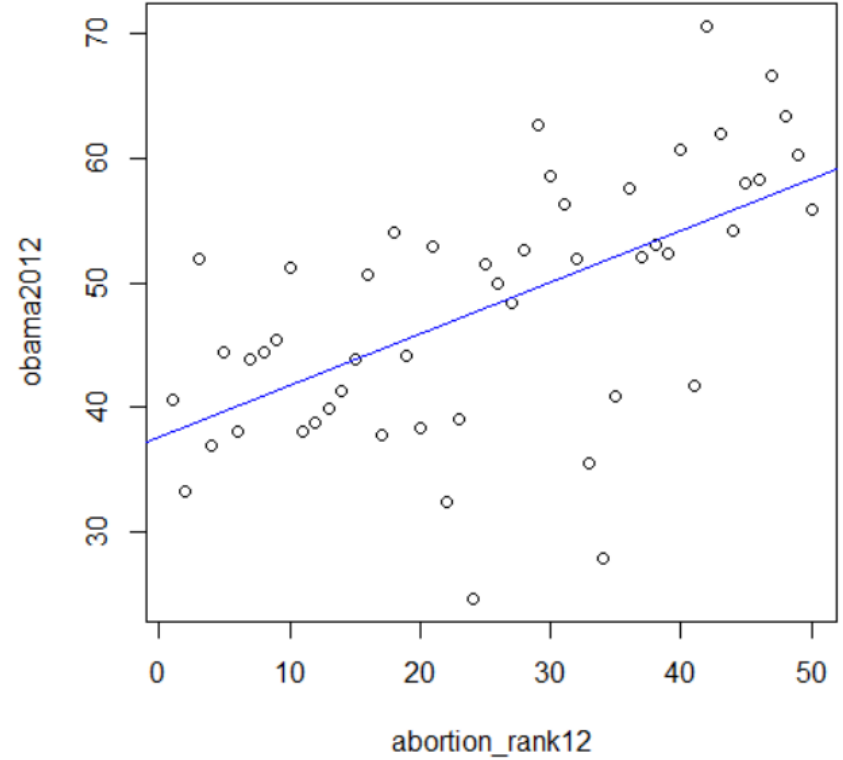
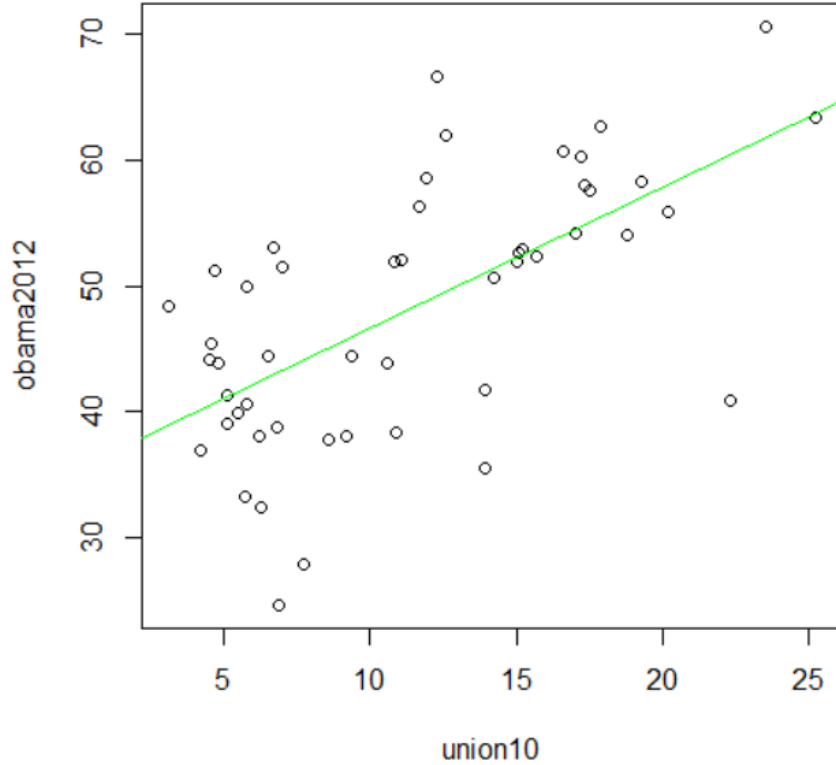
# Předpoklady

- Spojitá závislá proměnná
- Nenulový rozptyl prediktorů
- Nezávislost pozorování (náhodný výběr)
- Lineární vztah mezi prediktory a závislou proměnnou
- Normální rozdělení reziduálů
- Homoskedasticita (nezávislost rozptylu)
- Kolinearita prediktorů není vysoká

# Předpoklady

- Spojitá závislá proměnná
- Nenulový rozptyl prediktorů
- Nezávislost pozorování (náhodný výběr)
- **Lineární vztah mezi prediktory a závislou proměnnou**
- Normální rozdělení reziduí
- Homoskedasticita (nezávislost rozptylu)
- Kolinearita prediktorů není vysoká

# Lineární vztah X and Y

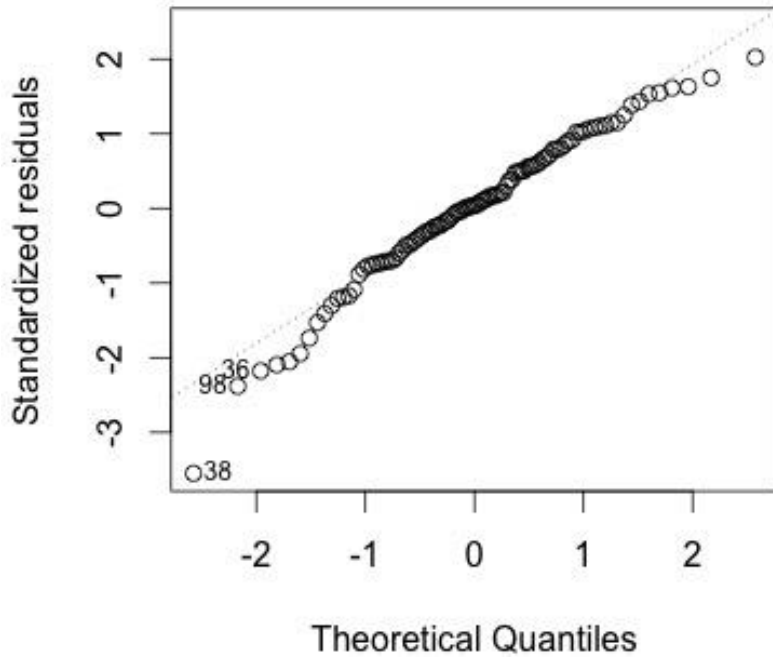


# Předpoklady

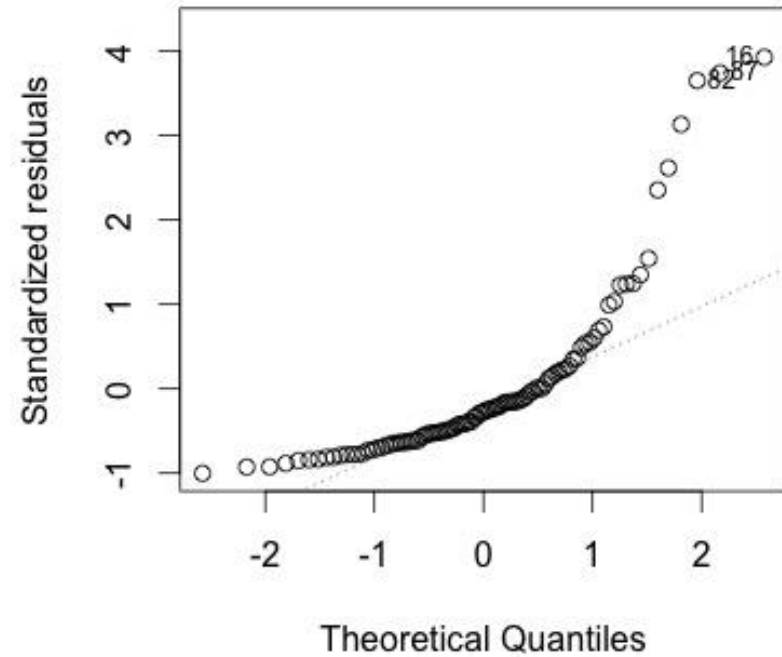
- Spojitá závislá proměnná
- Nenulový rozptyl prediktorů
- Nezávislost pozorování (náhodný výběr)
- Lineární vztah mezi prediktory a závislou proměnnou
- **Normální rozdělení reziduí**
- Homoskedasticita (nezávislost rozptylu)
- Kolinearita prediktorů není vysoká

# Kvantilový graf

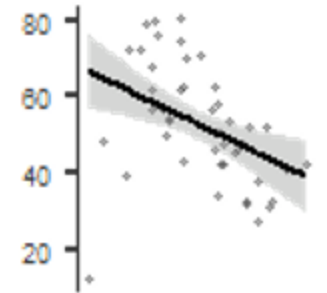
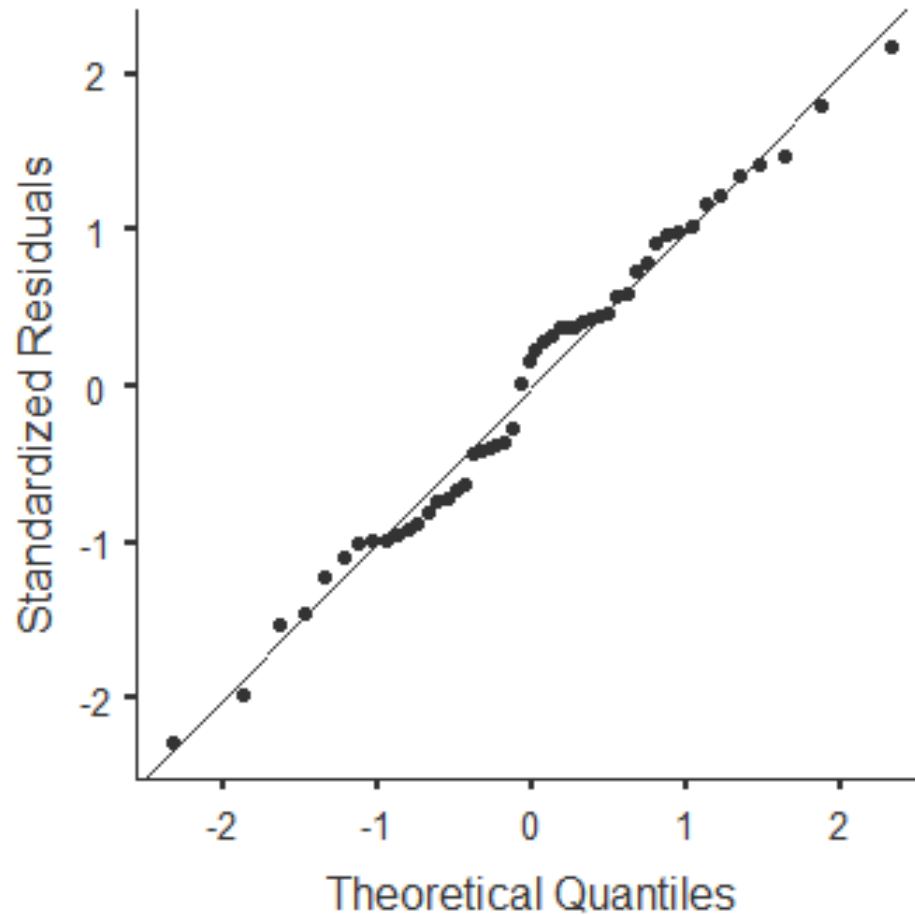
**Case 1**  
Normal Q-Q



**Case 2**  
Normal Q-Q



# Kvantilový graf (Q-Q plot)



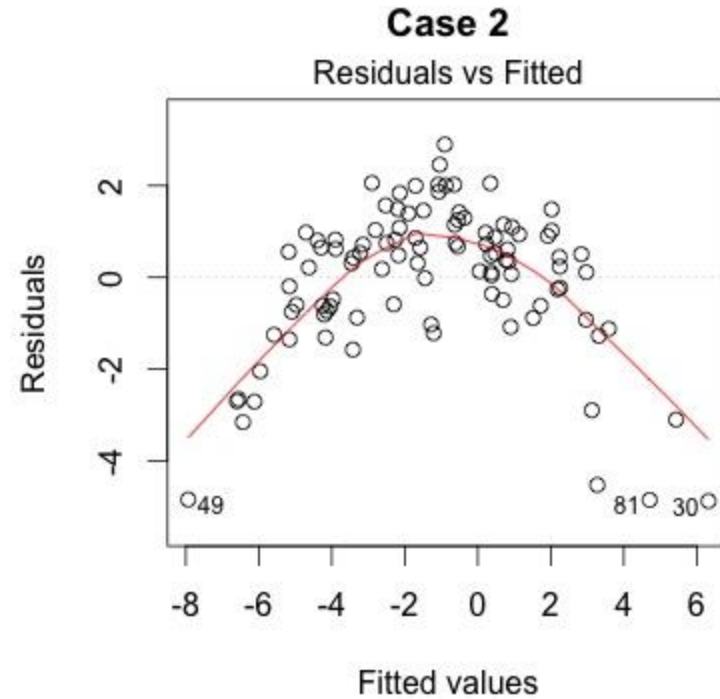
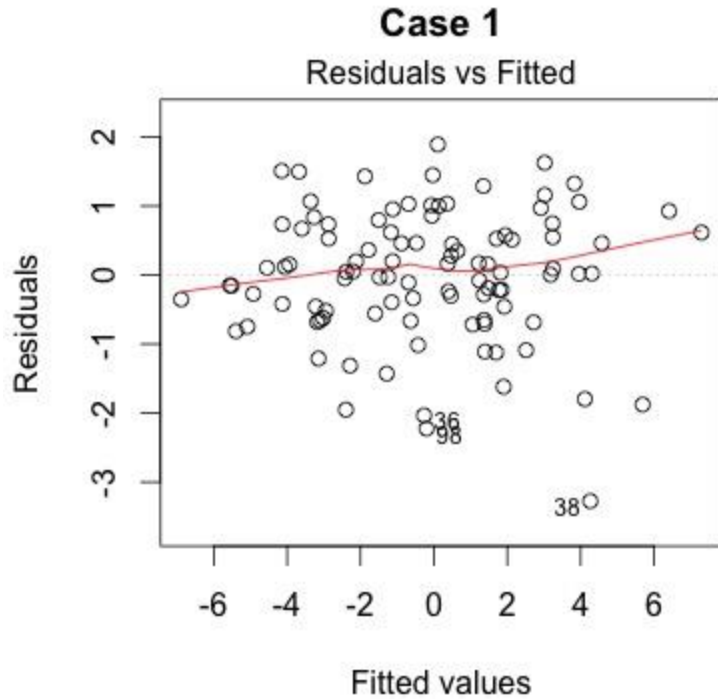
relig\_prot x  
obama2012

# Předpoklady

- Spojitá závislá proměnná
- Nenulový rozptyl prediktorů
- Nezávislost pozorování (náhodný výběr)
- Lineární vztah mezi prediktory a závislou proměnnou
- Normální rozdělení reziduí
- **Homoskedasticita (nezávislost rozptylu)**
- Kolinearita prediktorů není vysoká



# Reziduální graf

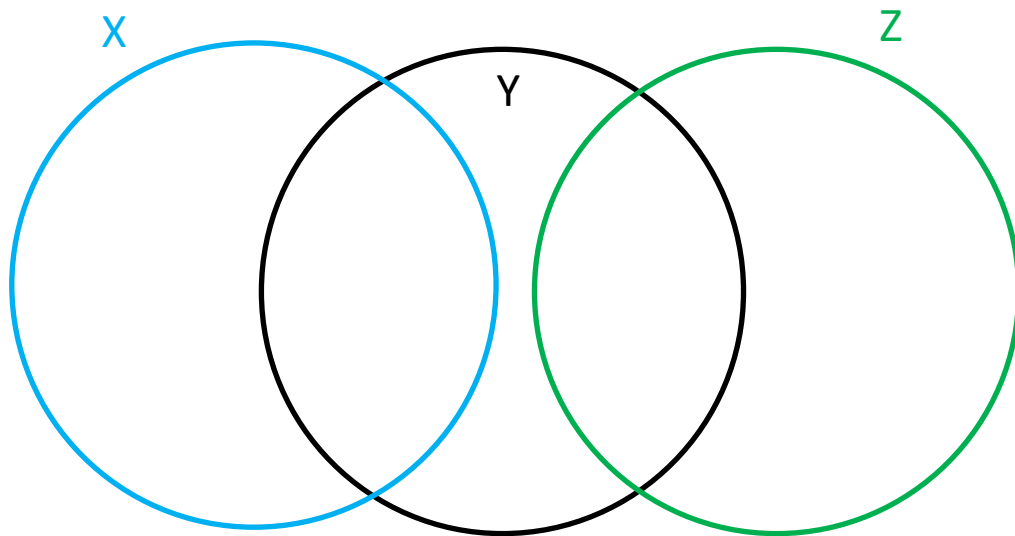


# Předpoklady

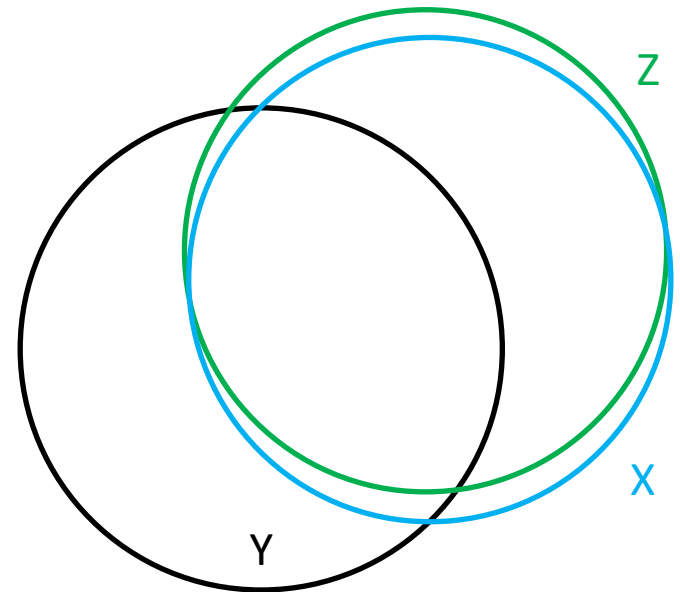
- Spojitá závislá proměnná
- Nenulový rozptyl prediktorů
- Nezávislost pozorování (náhodný výběr)
- Lineární vztah mezi prediktory a závislou proměnnou
- Normální rozdělení reziduí
- Homoskedasticita (nezávislost rozptylu)
- **Kolinearita prediktorů není vysoká**

# Kolinearita

- Kolinearita (multikolinearita) = dva nebo více prediktorů je silně korelováno



$$r_{XZ} = 0$$



$$r_{XZ} > 0.9$$

- Před odhadem regresního modelu: **korelační matice** prediktorů
- Po odhadu regresního modelu: **diagnostika VIF a tolerance**

# Kolinearita

- Před odhadem regresního modelu: **korelační matice** prediktorů

Correlation Matrix

		obama2012	relig_prot	ba_or_more	union10
obama2012	Pearson's r	—			
	p-value	—			
relig_prot	Pearson's r	-0.413	—		
	p-value	0.003	—		
ba_or_more	Pearson's r	0.630	-0.628	—	
	p-value	< .001	< .001	—	
union10	Pearson's r	0.630	-0.507	0.400	—
	p-value	< .001	< .001	0.004	—

# Kolinearita

- **Tolerance:** kolik rozptylu daného prediktoru je vysvětleno ostatními prediktory?
  - Regresní model, kde je prediktor z původního modelu vysvětlován zbývajícími prediktory
  - **Tolerance =  $1 - R^2$** , tj. nevysvětlený rozptyl dané proměnné
  - Hrubé pravidlo: tolerance < 0.1 (někdy 0.2) indikuje závažnou kolinearitu
- **Inflační faktor rozptylu (VIF):** je obrácenou hodnotou tolerance, tj.  $VIF = 1/\text{tolerance}$ 
  - Tj. hodnota vyšší než  $1/0.1 = 10$  indikuje závažnou kolinearitu

	VIF	Tolerance
prcapinc	1.70	0.587
relig_high	1.70	0.587

# Vlivná pozorování: Cookova vzdálenost

- Pozorování s **velkým vlivem na výsledky** regresního modelu
- **Cookova vzdálenost:**
  1. výpočet regresního modelu bez konkrétního pozorování
  2. **rozdíl** mezi predikovanou hodnotou s pozorováním a bez pozorování
  3. výpočet proveden pro všechna pozorování
- Hrubé pravidlo: **Cookova vzdálenost > 1** indikuje vlivné pozorování

Cook's Distance

Mean	Median	SD	Range	
			Min	Max
0.0494	0.00657	0.219	3.34e-7	1.55

# Závěrem

- Lineární regresi využíváme pro **predikci hodnot spojité proměnné (ZP)** v závislosti na hodnotách jednoho či více prediktorů
- Zpravidla nás zajímá, do jaké míry **specifický prediktor ovlivňuje hodnotu ZP při kontrole ostatních prediktorů** → **vícečetná regrese**
- Vícečetná regrese **umožňuje testování kauzálních vztahů** při předpokladu úspěšné kontroly ostatních nezbytných podmínek
- Jako každá metoda, lineární regrese spočívá na řadě **předpokladů**, které je nutné kontrolovat



Exploration



T-Tests



ANOVA



Regression



Frequencies



Factor



R



Modules

	abort_ran...	abortion_...	or_more	cig_tax12	cig_tax1	
1	Less restr	35	26.6	2.000	HiTax	
2	Mid	20	22.0	0.425	LoTax	
3	More restr	4	18.9	1.150	MidTax	
4	More restr	5	25.6	2.000	HiTax	
5	Less restr	49	29.9	0.870	MidTax	
6	Mid	25	35.9	0.840	MidTax	
7	Less restr	45	35.6	3.400	HiTax	
8	Mid	30	28.7	1.600	MidTax	
9	Mid	26	25.3	1.339	MidTax	
10	More restr	9	9.9	27.5	0.370	LoTax
11	Less restr	42	9.9	29.6	3.200	HiTax
12	Less restr	37	7.4	25.1	1.360	MidTax
13	Mid	22	7.5	23.9	0.570	LoTax
14	Less restr	36	11.7	30.6	1.980	HiTax
15	More restr	7	8.1	22.5	0.995	MidTax
16	More restr	11	10.2	29.5	0.790	LoTax
17	More restr	17	8.5	21.0	0.600	LoTax
18	More restr	1	6.9	21.4	0.360	LoTax
19	Less restr	40	16.4	38.2	2.510	HiTax
20	Less restr	43	16.0	35.7	2.000	HiTax
21	Mid	31	9.6	26.9	2.000	HiTax
22	Mid	18	9.4	24.6	2.000	HiTax
23	Mid	28	10.3	31.5	1.600	MidTax
24	More restr	8	9.5	25.2	0.170	LoTax
25	More restr	15	7.1	19.6	0.680	LoTax
26	Less restr	41	8.3	27.4	1.700	MidTax
27	Mid	27	8.8	26.5	0.450	LoTax
28	More restr	12	6.7	25.8	0.440	LoTax
29	More restr	6	8.8	27.4	0.640	LoTax
30	Mid	32	11.2	32.0	1.680	MidTax
31	Less restr	46	12.9	34.5	2.700	HiTax
32	Less restr	38	10.4	25.3	1.660	MidTax
33	Less restr	39	7.6	21.8	0.800	LoTax

Correlation Matrix

Linear Regression

Logistic Regression

2 Outcomes

Binomial

N Outcomes

Multinomial

Ordinal Outcomes





## Linear Regression



a gay\_pomcyz  
 a gay\_policy\_con  
 a gay\_support  
 a gay\_support3  
 a gb\_win00  
 a gb\_win04  
 gore00  
 gun\_dealer  
 gun\_murder10  
 gun\_rank\_rev  
 gunlaw\_rank  
 gunlaw\_scale  
 hispanic04  
 hispanic08

Dependent Variable  
 → obama2012

Covariates  
 → ba\_or\_more

Factors  
 → a gunlaw\_rank3\_rev

> Model Builder

> Reference Levels

> Assumption Checks

▼ Model Fit

## Fit Measures

- R  
 R<sup>2</sup>  
 Adjusted R<sup>2</sup>

- AIC  
 BIC  
 RMSE

> Model Coefficients

> Estimated Marginal Means

## Overall Model Test

- F test

## Linear Regression

## Model Fit Measures

Model	R	R <sup>2</sup>	Adjusted R <sup>2</sup>	Overall Model Test			
				F	df1	df2	p
1	0.744	0.553	0.524	19.0	3	46	< .001

## Model Coefficients - obama2012

Predictor	Estimate	SE	t	p
Intercept	31.305	7.780	4.02	< .001
ba_or_more	0.606	0.286	2.12	0.040
gunlaw_rank3_rev:				
Mid – Fewer restr	4.460	2.645	1.69	0.099
More restr – Fewer restr	12.967	3.289	3.94	< .001

## References

- [1] The jamovi project (2019). *jamovi*. (Version 1.0) [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>.
- [2] R Core Team (2018). *R: A Language and environment for statistical computing*. [Computer software]. Retrieved from <https://cran.r-project.org/>.



## Linear Regression



Dependent Variable

→ obama2012

Covariates

→ ba\_or\_more

Factors

→ gunlaw\_rank3\_rev

gunlaw\_rank3\_rev

> Model Builder

∨ Reference Levels

Variable

Reference Level

gunlaw\_rank3\_rev

Fewer restr

> Assumption Checks

> Model Fit

> Model Coefficients

> Estimated Marginal Means

## Linear Regression

Model Fit Measures

Model	R	R <sup>2</sup>	Adjusted R <sup>2</sup>	Overall Model Test			
				F	df1	df2	p
1	0.744	0.553	0.524	19.0	3	46	< .001

Model Coefficients - obama2012

Predictor	Estimate	SE	t	p
Intercept	31.305	7.780	4.02	< .001
ba_or_more	0.606	0.286	2.12	0.040
gunlaw_rank3_rev:				
Mid - Fewer restr	4.460	2.645	1.69	0.099
More restr - Fewer restr	12.967	3.289	3.94	< .001

reference: fewer restrictive = **31.305**  
 mid restrictive = **31.305 + 4.460**  
 more restrictive = **31.305 + 12.967**

## References

- [1] The jamovi project (2019). *jamovi*. (Version 1.0) [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>.
- [2] R Core Team (2018). *R: A Language and environment for statistical computing*. [Computer software]. Retrieved from <https://cran.r-project.org/>.

## Linear Regression



permit  
 pop\_18\_24  
 pop\_18\_24\_10  
 prcapinc  
 region  
 relig\_import  
 religiosity  
 reppct\_m  
 rtw  
 secularism  
 secularism3  
 seniority\_sen2  
 to\_0004

Dependent Variable  
 → obama2012

Covariates  
 ←

Factors  
 → south

> Model Builder

∨ Reference Levels

Variable

south

Reference Level

Nonsouth

> Assumption Checks

> Model Fit

> Model Coefficients

> Estimated Marginal Means

## Linear Regression

Model Fit Measures

Model	R	R <sup>2</sup>
1	0.271	0.0735

Model Coefficients - obama2012

Predictor	Estimate	SE	t	p
Intercept	47.09	1.52	31.05	<.001
south:				
South - Nonsouth	-5.92	3.03	-1.95	0.057

## Linear Regression

Model Fit Measures

Model	R	R <sup>2</sup>
1	0.271	0.0735

Model Coefficients - obama2012

Predictor	Estimate	SE	t	p
Intercept	47.09	1.52	31.05	<.001
south:				
Nonsouth - South	5.92	3.03	1.95	0.057

## References

- [1] The jamovi project (2019). *Jamovi. (Version 1.0)* [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>.
- [2] R Core Team (2018). *R: A Language and environment for statistical computing.* [Computer software]. Retrieved from <https://cran.r-project.org/>.



## Linear Regression



Dependent Variable

obama2012

Covariates

Factors

south

Model Builder

Reference Levels

Variable

Reference Level

South

Assumption Checks

Model Fit

Model Coefficients

Estimated Marginal Means

## Linear Regression

## Model Fit Measures

Model	R	R <sup>2</sup>
1	0.271	0.0735

## Model Coefficients - obama2012

Predictor	Estimate	SE	t	p
Intercept	47.09	1.52	31.05	<.001
south:				
South - Nonsouth	-5.92	3.03	-1.95	0.057

## Linear Regression

## Model Fit Measures

Model	R	R <sup>2</sup>
1	0.271	0.0735

## Model Coefficients - obama2012














Predictor	Estimate	SE	t	p
Intercept	47.09	1.52	31.05	<.001
south:				
Nonsouth - South	5.92	3.03	1.95	0.057

## References

- [1] The jamovi project (2019). *jamovi*. (Version 1.0) [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>.
- [2] R Core Team (2018). *R: A Language and environment for statistical computing*. [Computer software]. Retrieved from <https://cran.r-project.org/>.

## Linear Regression






-  abort\_rank3
-  abortion\_rank12
-  adv\_or\_more
-  **cig\_tax12**
-  cig\_tax12\_3
-  conserv\_advantage
-  conserv\_public
-  dem\_advantage
-  govt\_worker
-  gun\_rank3
-  gun\_rank11
-  gun\_scale11
-  hr\_cons\_rank11

## Dependent Variable

→  obama2012

## Covariates

→  relig\_prot  
 urban  
 ba\_or\_more

## Factors

→

> Model Builder

> Reference Levels

∨ Assumption Checks

## Assumption Checks

- Autocorrelation test
- Collinearity statistics
- Q-Q plot of residuals
- Residual plots

## Data Summary

- Cook's distance

> Model Fit

> Model Coefficients

## Linear Regression

## Model Fit Measures

Model	R	R <sup>2</sup>
1	0.640	0.410

## Model Coefficients - obama2012

Predictor	Estimate	SE	t	p
Intercept	5.6082	14.7492	0.380	0.706
relig_prot	0.0232	0.1102	0.211	0.834
urban	0.0972	0.0977	0.994	0.325
ba_or_more	1.2647	0.3229	3.917	<.001

## Data Summary

## Cook's Distance

Mean	Median	SD	Range	
			Min	Max
0.0457	0.00536	0.162	6.40e-6	1.03














## Assumption Checks

## Collinearity Statistics

	VIF	Tolerance
relig_prot	1.96	0.510
urban	1.56	0.640
ba_or_more	1.72	0.582

## Linear Regression



-  abort\_rank3
-  abortion\_rank12
-  adv\_or\_more
-  **cig\_tax12**
-  cig\_tax12\_3
-  conserv\_advantage
-  conserv\_public
-  dem\_advantage
-  govt\_worker
-  gun\_rank3
-  gun\_rank11
-  gun\_scale11
-  hr\_cons\_rank11

Dependent Variable

Covariates


Factors





## Assumption Checks

## Data Summary

- Autocorrelation test
- Collinearity statistics
- Q-Q plot of residuals
- Residual plots

- Cook's distance



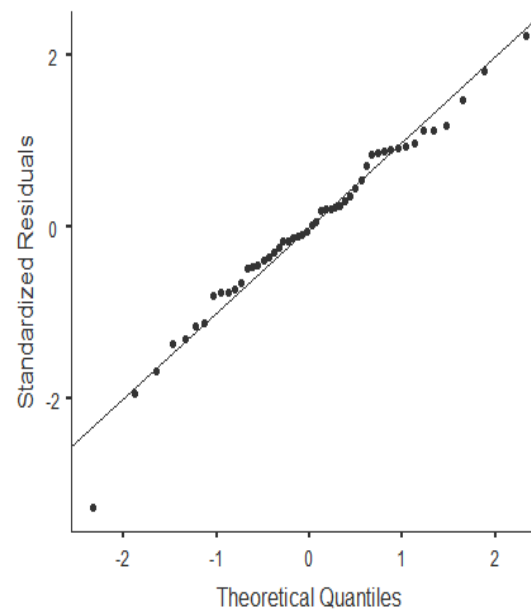
## Assumption Checks

Collinearity Statistics

	VIF	Tolerance
relig_prot	1.96	0.510
urban	1.56	0.640
ba_or_more	1.72	0.582

[3]

## Q-Q Plot



## Residuals Plots

### Linear Regression

- abort\_rank3
- abortion\_rank12
- adv\_or\_more
- cig\_tax12**
- cig\_tax12\_3
- conserv\_advantage
- conserv\_public
- dem\_advantage
- govt\_worker
- gun\_rank3
- gun\_rank11
- gun\_scale11
- hr\_cons\_rank11

Dependent Variable  
→ obama2012

Covariates  
→ relig\_prot  
urban  
ba\_or\_more

Factors  
→

- Model Builder
- Reference Levels
- Assumption Checks

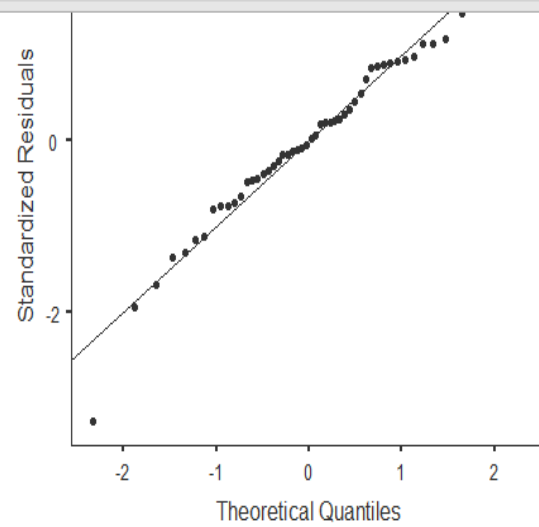
#### Assumption Checks

- Autocorrelation test
- Collinearity statistics
- Q-Q plot of residuals
- Residual plots

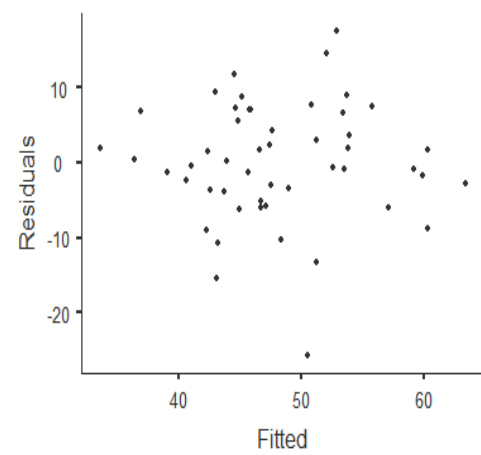
#### Data Summary

- Cook's distance

- Model Fit
- Model Coefficients



#### Residuals Plots



## Linear Regression



Dependent Variable

obama2012

Covariates

relig\_prot  
urban  
ba\_or\_more

Factors

Model Builder

Reference Levels

Assumption Checks

Assumption Checks

Autocorrelation test

Collinearity statistics

Q-Q plot of residuals

Residual plots

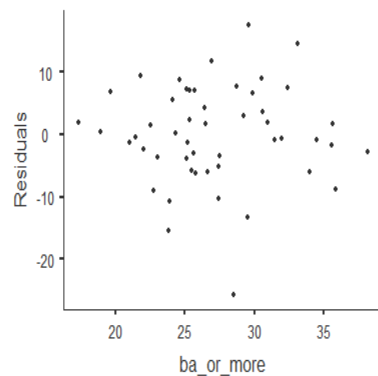
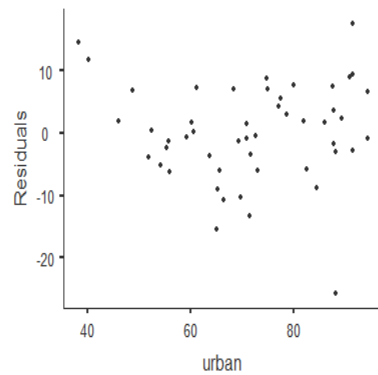
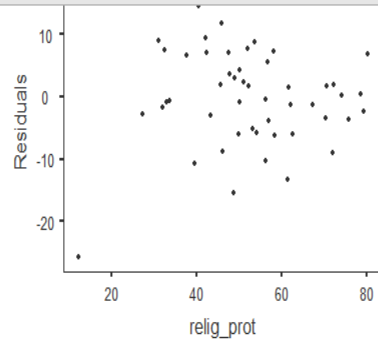
Cook's distance

Data Summary

Model Fit

Model Coefficients

Estimated Marginal Means





# Seminář