# Korelace

Peter Spáč

12.11.2020

# Korelace

- Vzájemná souvislost mezi proměnnými
- Nárůst hodnot jedné proměnné je spojený s nárůstem / poklesem hodnot druhé proměnné
- Korelace neimplikuje kauzalitu

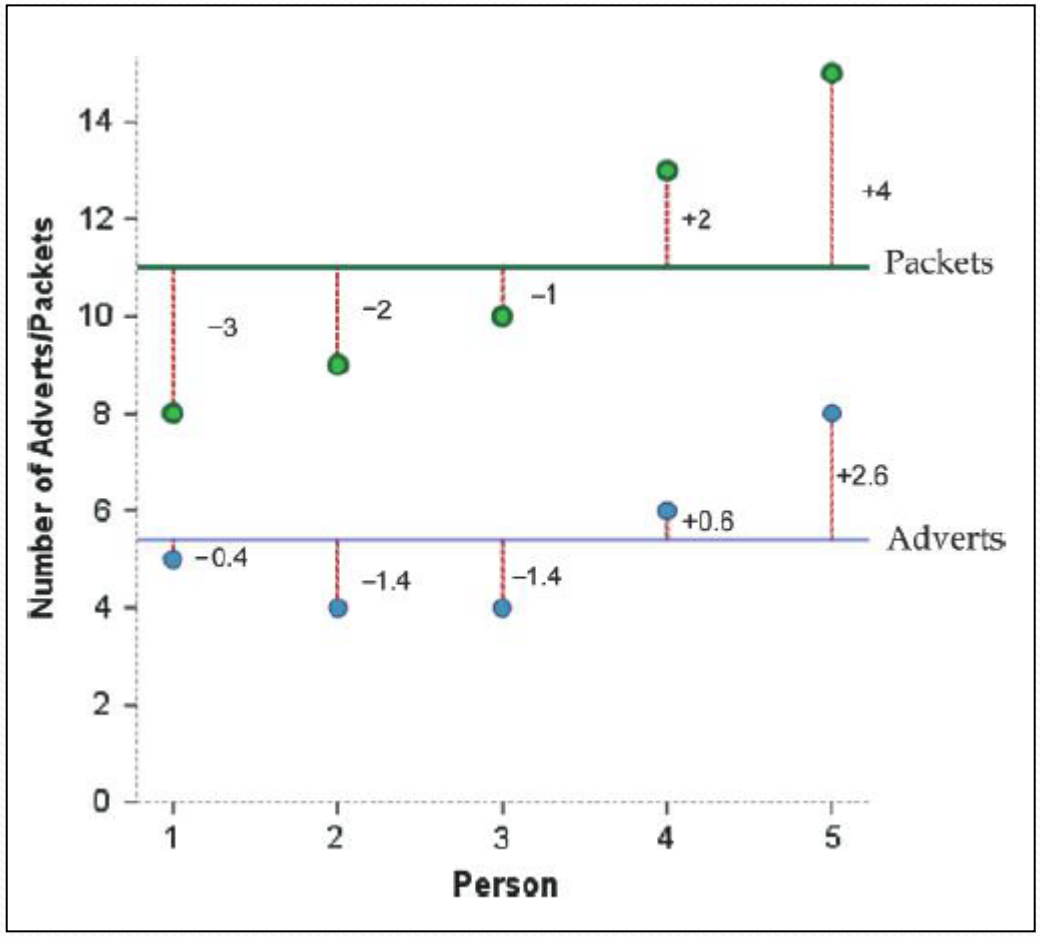
# Kovariance

- Nejjednodušší posouzení vzájemné souvislosti dvou proměnných
- Souvislost - změna v hodnotách jedné proměnné bude spojená s obdobnou změnou ve druhé proměnné
- Podobné odklony od průměru v obou proměnných

# Kovariance (Field 2009: 168)

| Subject | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Mean | *S* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Adverts Watched | 5 | 4 | 4 | 6 | 8 | **5.4** | **1.67** |
| Packets Bought | 8 | 9 | 10 | 13 | 15 | **11.0** | **2.92** |

# Kovariance (Field 2009: 168)



# Výpočet

- Rozptyl (variance)
  - Suma umocněných odchylek od průměru vydělená počtem případů – 1

$$= \frac{\sum (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})}{N - 1}$$

- Kovariance (covariance)
  - Totožný výpočet, do kterého se zakomponuje druhá proměnná

$$= \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N - 1}$$

| Osoba | Reklamy (x) | Průměr | Rozdíl | Nákup (y) | Průměr | Rozdíl |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 5,4 | -0,4 | 8 | 11 | -3 |
| 2 | 4 | | -1,4 | 9 | | -2 |
| 3 | 4 | | -1,4 | 10 | | -1 |
| 4 | 6 | | 0,6 | 13 | | 2 |
| 5 | 8 | | 2,6 | 15 | | 4 |

$$= \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N-1}$$

$$= \frac{(-0.4)(-3) + (-1.4)(-2) + (-1.4)(-1) + (0.6)(2) + (2.6)(4)}{4}$$

$$= \frac{1.2 + 2.8 + 1.4 + 1.2 + 10.4}{4}$$

$$= \frac{17}{4}$$

$$= 4.25$$

# Kovariance

- Ukazuje základní souvislost mezi proměnnými
- Je možné identifikovat kladní nebo záporní vztah
- Nevýhoda – nemožnost vzájemných srovnání
- Potřeba standardizace

# Kovariance

- Standardizace pro účely názornosti i srovnatelnosti (není možné spoléhat, že všechna měření budou v stejných jednotkách)
- Hodnota kovariance se vydělí součinem obou směrodatných odchylek
- Výsledkem je standardizovaná hodnota (vyjádřena v směrodatných odchylkách)
- **Pearsonův korelační koeficient**

# Pearsonův korelační koeficient

- Jeden ze základních korelačních koeficientů
- Značení - R (při populaci), r (při vzorce)
- Hodnoty koeficientu:
  - Rozsah od -1 po 1
  - +1 = perfektní kladní souvislost
  - -1 = perfektní záporná souvislost
  - 0 = žádná souvislost
- Čím více je hodnota vzdálena od nuly, tím je souvislost silnější

# Pearsonův korelační koeficient

- Síla vztahu:
  - ± 0,1 – slabý
  - ± 0,3 – střední
  - ± 0,5 – silný

- Spíše arbitrabilní hodnoty (mezi r = 0,29 a r = 0,31 žádný zásadný rozdíl není)

# Druhy korelace

- Bivariační – souvislost mezi dvěma proměnnými

- Parciální (partial) – souvislost mezi dvěma proměnnými za jisté kontroly vlivu jiných proměnných

# Bivariační korelace

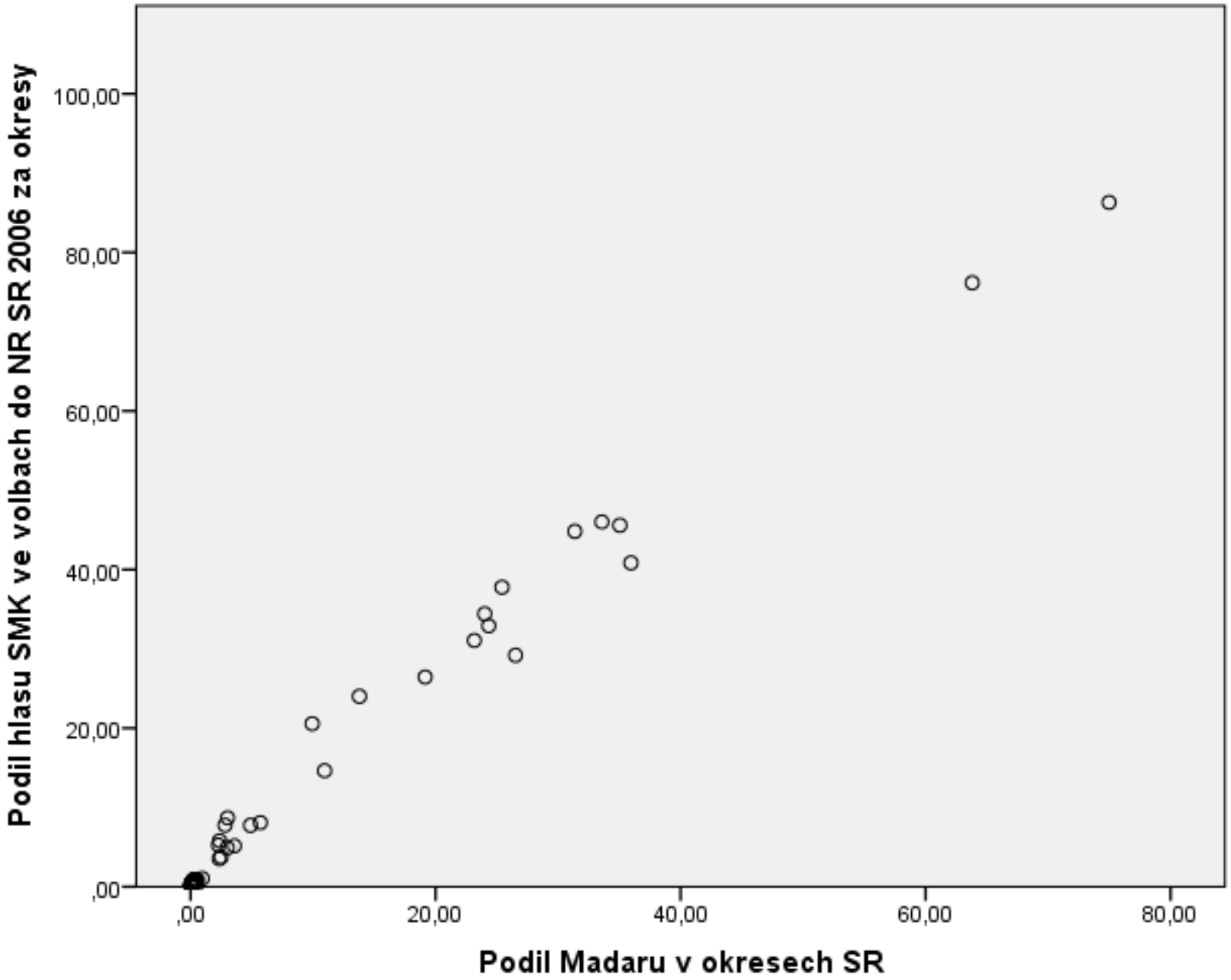
- „Jednodušší“ forma
- Posuzuje souvislost mezi dvěma proměnnými bez dalšího
- Tři základní postupy:
  - Pearsonův korelační koeficient
  - Spearmanovo rho
  - Kendallovo tau

# Pearsonův korelační koeficient

- Předpoklady:
  - Kardinální data (možná výjimka)
  - Pokud zjišťujeme i statistickou signifikanci, tak i normální rozložení (nebo dostatečná velikost vzorku)
- Výjimka – jedna z proměnných může být kategorická (dichotomická)
- Citlivost na odlehlé případy

# Práce v SPSS

- Před analýzou je vhodné si data graficky zobrazit (netýká se pouze Pearsonova korel. koeficientu)
- Bodový graf (scatter/dot)
- Graphs → Chart builder :
  - Zvolit Scatter/Dot
  - Vložit proměnné


Podil hlasu SMK ve volbach do NR SR 2006 za okresy
100,00
80,00
60,00
40,00
20,00
,00
,00
20,00
40,00
60,00
80,00
Podil Madaru v okresech SR

# Práce v SPSS

- Analyze → Correlate → Bivariate:
  - Zvolit proměnné
  - Pearsonův koeficient je přednastavený
  - Pro sledování signifikance zvolit *Flag significant correlations*

- Options:
  - Možnost spočítat základní statistiky a kovarianci
  - Vynechání hodnot / případů

# Pearsonův korelační koeficient

| | | Podil Madaru v okresech SR | Podil hlasu SMK ve volbach do NR SR 2006 za okresy |
|---|---|---|---|
| Podil Madaru v okresech SR | Pearson Correlation | 1 | ,992 |
| | Sig. (2-tailed) | | ,000 |
| | N | 79 | 79 |
| Podil hlasu SMK ve volbach do NR SR 2006 za okresy | Pearson Correlation | ,992 | 1 |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | |
| | N | 79 | 79 |

# Pearsonův korelační koeficient

| | | Time Spent Revising | Exam Performance (%) | Exam Anxiety |
|---|---|---|---|---|
| Time Spent Revising | Pearson Correlation | 1 | ,397** | -,709** |
| | Sig. (2-tailed) | | ,000 | ,000 |
| | N | 103 | 103 | 103 |
| Exam Performance (%) | Pearson Correlation | ,397** | 1 | -,441** |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | | ,000 |
| | N | 103 | 103 | 103 |
| Exam Anxiety | Pearson Correlation | -,709** | -,441** | 1 |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | ,000 | |
| | N | 103 | 103 | 103 |

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

# Pearsonův korelační koeficient

- Se zjištěným R je možné dál pracovat
- Po umocnění získáváme tzv. Index determinace ($R^2$)
- $R^2$ vymezuje, jaký podíl variability jedné proměnné je sdílený s druhou proměnnou
- Pro názornost se $R^2$ násobí číslem 100 a vyjadřuje v procentech
- Nadále však daná hodnota neříká nic o kauzalitě

# Pearsonův korelační koeficient

- Výjimka z kardinálních dat → korelace jedné kardinální proměnné a jedné dichotomické
- Tzv. point-biserial korelace
- Úplně stejný postup
- Kladní / záporní výsledné hodnoty plně závisí od kódování dichotomické proměnné

# Pearsonův korelační koeficient

**Correlations**

| | | Pocet shlednuti | Pohlavi |
|---|---|---|---|
| Pocet shlednuti | Pearson Correlation | 1 | ,677** |
| | Sig. (2-tailed) | | ,000 |
| | N | 37 | 37 |
| Pohlavi | Pearson Correlation | ,677** | 1 |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | |
| | N | 37 | 37 |

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

# Pearsonův korelační koeficient

**Correlations**

| | | Pocet shlednuti | pohl2 |
|---|---|---|---|
| Pocet shlednuti | Pearson Correlation | 1 | -,677** |
| | Sig. (2-tailed) | | ,000 |
| | N | 37 | 37 |
| pohl2 | Pearson Correlation | -,677** | 1 |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | |
| | N | 37 | 37 |

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

# Spearmanovo rho

- Neparametrický postup
- Použitelný pro neparametrická data (ordinální, porušení normality apod.)
- Data nejdřív seřadí a následně toto pořadí využívá pro výpočet korelačního koeficientu
- Výsledné hodnoty jsou ve stejném pásmu jako u PKK (od -1 po 1)

# Spearmanovo rho

- Analyze → Correlate → Bivariate:
  - Zvolit proměnné
  - Vybrat *Spearman*

- Vše ostatní je stejné, pouze v *Options* není možnost spočítat statistiky (mají smysl pouze pro Pearsonův korelační koeficient)

# Spearmanovo rho

- Podobně jako u PKK, i zde je možné výsledný koeficient umocnit → $R_S^2$

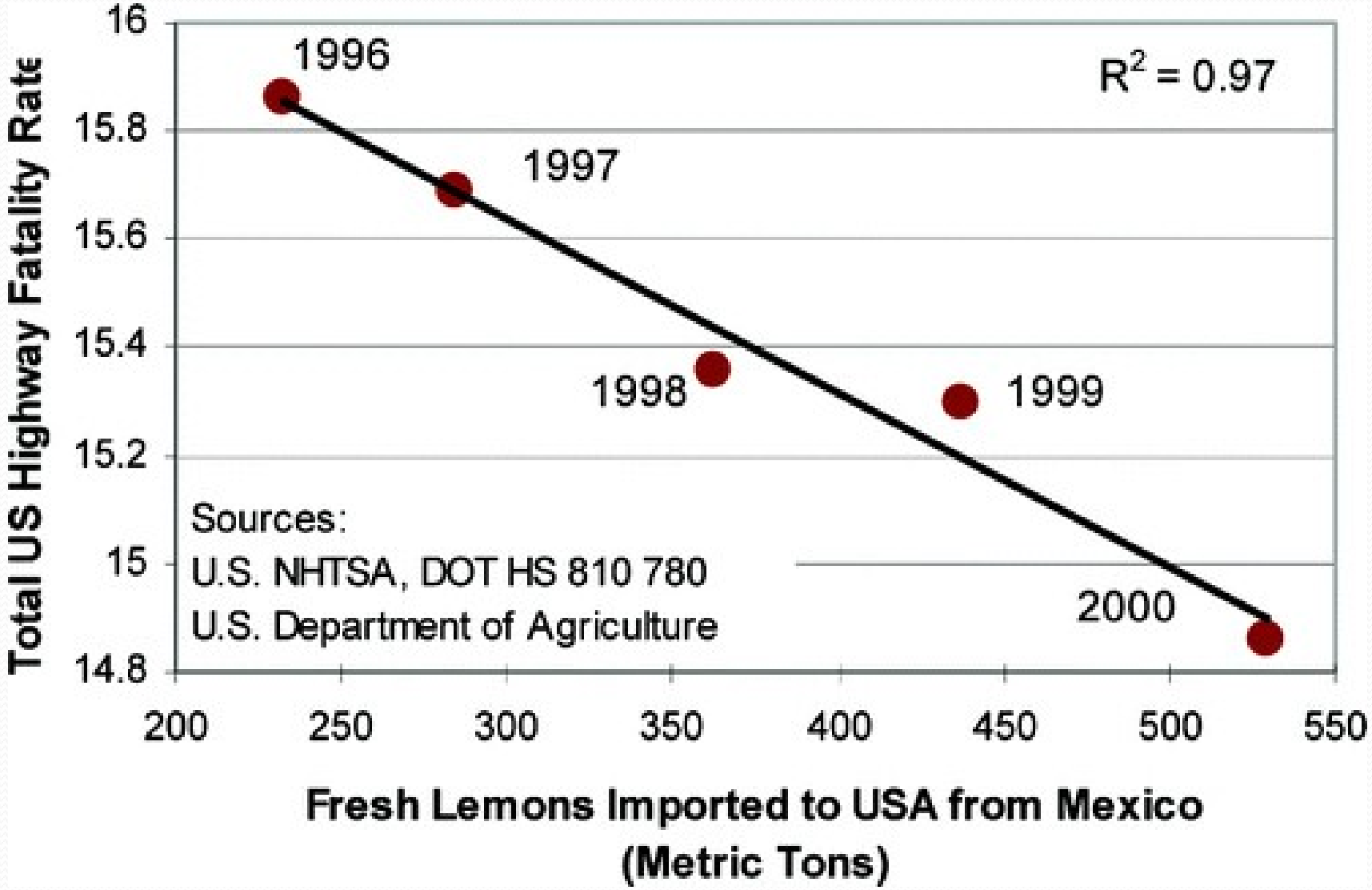
- Interpretace je částečně odlišná – Spearmanovo rho je založené na pořadí → $R_S^2$ vyjádřuje podíl sdílených pořadí mezi proměnnými

# Kendallovo tau

- Neparametrický postup
- Použitelný jako Spearmanovo rho (totožný postup i v SPSS – pouze se zvolí *Kendall`s tau-b* namísto *Spearman*
- Kdy upřednostnit před Spearmanem:
  - Menší počet dat
  - Mnoho totožných hodnot

# Interpretace výsledků

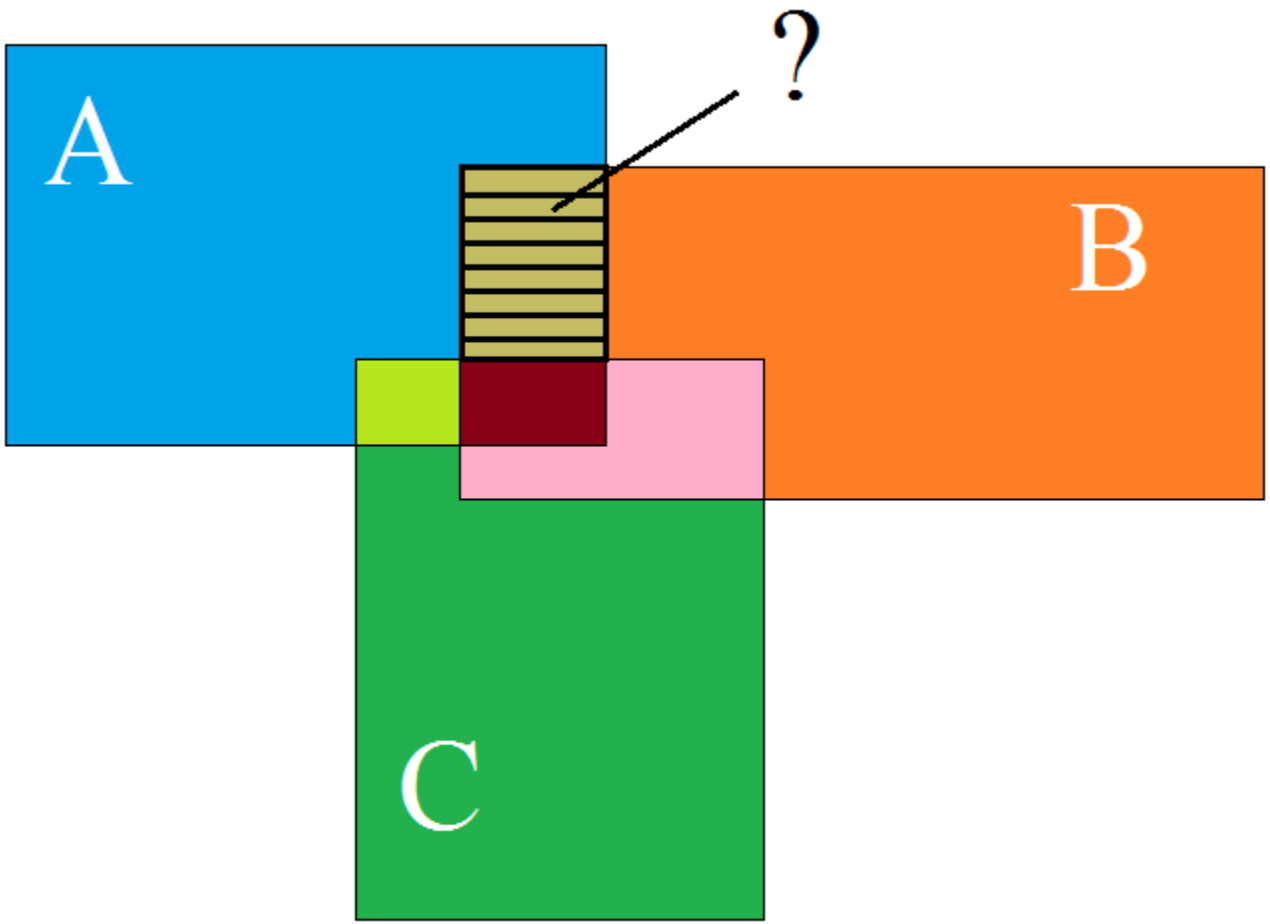
- Základní pravidlo – **korelace ≠ kauzalita**
- Korelace vyjadřuje pouze souvislost mezi proměnnými, neukazuje na žádnou příčinu a následek
- Vliv třetích proměnných
- Korelace neuvádí směr působení proměnných - ty jsou ve výpočte plně rovnocenné (žádná nezávislá a závislá proměnná)
- Nemožnost konstatovat kauzalitu trvá i pokud se příčinný vztah jeví jako „logický“ – korelace nemá potenciál ani nástroj to odhalit
- Statistické zjištění nemá automaticky věcný význam


Total US Highway Fatality Rate
16
15.8
15.6
15.4
15.2
15
14.8
1996
1997
1998
1999
2000
$R^2 = 0.97$
Sources:
U.S. NHTSA, DOT HS 810 780
U.S. Department of Agriculture
200
250
300
350
400
450
500
550
Fresh Lemons Imported to USA from Mexico
(Metric Tons)

# Parciální (partial) korelace

- Souvislost mezi dvěma proměnnými za jisté kontroly vlivu jiných proměnných (třetí proměnná je konstantní)
- „Očištění“ souvislosti od jiných proměnných
- Snaha o identifikaci „čistého“ podílu sdílené variability pouze mezi dvěma proměnnými

# Parciální (partial) korelace



# Parciální korelace

- Analyze → Correlate → Partial:
  - Korelované proměnné do *Variables*
  - Kontrolní proměnné do *Controlling for*
  - Pro sledování numericky vyjádřené signifikance zvolit *Display actual significance level*

- Options:
  - Možnost spočítat základní statistiky a bivariační korelace
  - Vynechání hodnot / případů

# Parciální korelace

| Control Variables | | | Exam Performance (%) | Exam Anxiety | Time spent Revising |
|---|---|---|---|---|---|
| -none-[a] | Exam Performance (%) | Correlation | 1,000 | -,441 | ,397 |
| | | Significance (2-tailed) | . | ,000 | ,000 |
| | | df | 0 | 101 | 101 |
| | Exam Anxiety | Correlation | -,441 | 1,000 | -,709 |
| | | Significance (2-tailed) | ,000 | , | ,000 |
| | | df | 101 | 0 | 101 |
| | Time Spent Revising | Correlation | ,397 | -,709 | 1,000 |
| | | Significance (2-tailed) | ,000 | ,000 | . |
| | | df | 101 | 101 | 0 |
| Time Spent Revising | Exam Performance (%) | Correlation | 1,000 | -,247 | |
| | | Significance (2-tailed) | . | ,012 | |
| | | df | 0 | 100 | |
| | Exam Anxiety | Correlation | -,247 | 1,000 | |
| | | Significance (2-tailed) | ,012 | . | |
| | | df | 100 | 0 | |

a. Cells contain zero-order (Pearson) correlations.

# Práce s koeficienty

- $R^2$ (Pearson) a $R_S^2$ (Spearman) je možné srovnávat, zvlášť pokud se distribuce hodnot blíží normální

- Kendallovo tau se svou hodnotou neblíží ani Pearsonovmu R, ani Spearmnovmu rho (je o 66-75 % nižší)

# Práce s koeficienty

- Na místě je opatrná interpretace
- Nikdy nepoužívat obraty typu „korelační koeficient ukázal vliv proměnné A na proměnnou B…“
- Co uvádět:
  - Korelační koeficient (pozor na odlišné značení P, S a K koeficientů)
  - Signifikantnost (pokud má smysl) a její hladinu