MUNI FSS Katedra psychologie

Přednáška 6: Teorie zobecnitelnosti

24. 11. 2024 | PSYn4790 | **Psychometrika: Měření v psychologii**
Katedra psychologie, Fakulta sociálních studií MU

Hynek Cígler | cigler@fss.muni.cz

CTT: Hodně chyb, hodně reliabilit...

Mnoho způsobů odhadů reliability a druhů chyby v rámci CTT:

- **stabilita v čase = test–retest:** korelace, regrese, ICC...
- **vnitřní konzistence:** alfa, omega, split-half, GLB...
- **ekvivalence = reliabilita paralelních forem:** korelace, regrese, ICC...
- **shoda posuzovatelů:** Cohenovo/Fleissovo kappa, Krippendorfova alfa, ICC...

- To „mnoho“ znamená něco jiného než „mnoho“ vnitřních konzistencí na předchozí přednášce o CTT.
  - Napříč různými kontexty se mohou lišit pravé skóry, fungování paralelních testů, jejich stabilita a podobně.
  - V tomto ohledu více viz Ellis, J. L. (2021). A Test Can Have Multiple Reliabilities. *Psychometrika, 86*(4), 869–876. https://doi.org/10.1007/s11336-021-09800-2

Co ale s tím? Kterou „reliabilitu“ si vybrat?

- Pro různé účely?

CTT: Hodně chyb, hodně reliabilit...

Paralelní testy:

- Výběr (sampling)…
- … testového skóre (pozorovaného skóre)…
- … „náhodného“ vzorku respondentů…
- … ze všech (nekonečně mnoha)…
- … přípustných (paralelních) testů…
- … sdílejících pravý skór.

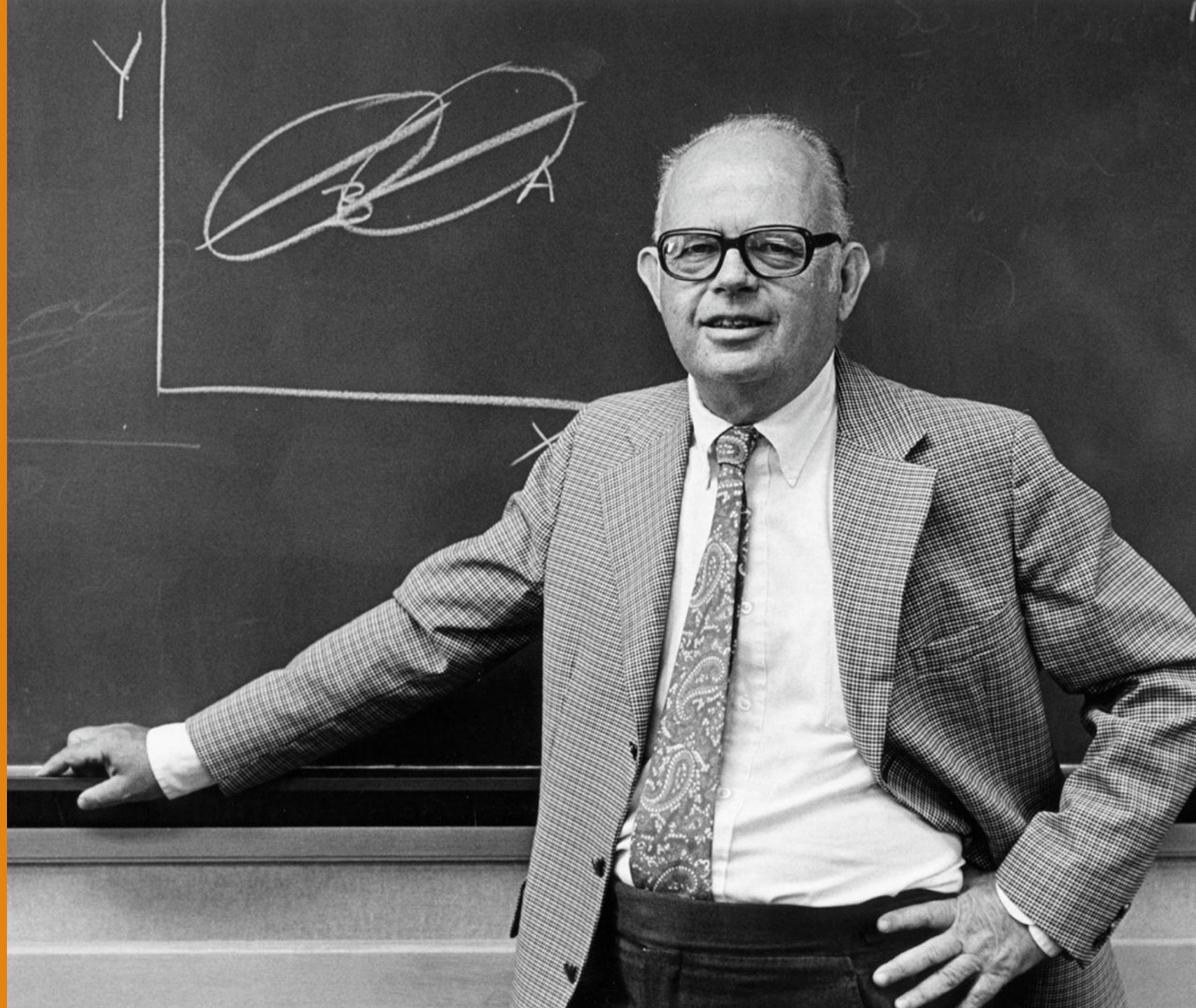
Nakolik je ale pravé skóre univerzální napříč různými situacemi?

Korelace paralelních testů napříč různými situacemi se může lišit.

- Neexistují žádné „univerzálně-paralelní“ testy; vždy jsou paralelní jen v nějakém kontextu.
- Při měření zobecňujeme na paralelní testy v rámci tohoto kontextu (prostoru).

Teorie zobecnitelnosti

Generalizability Theory (GT)

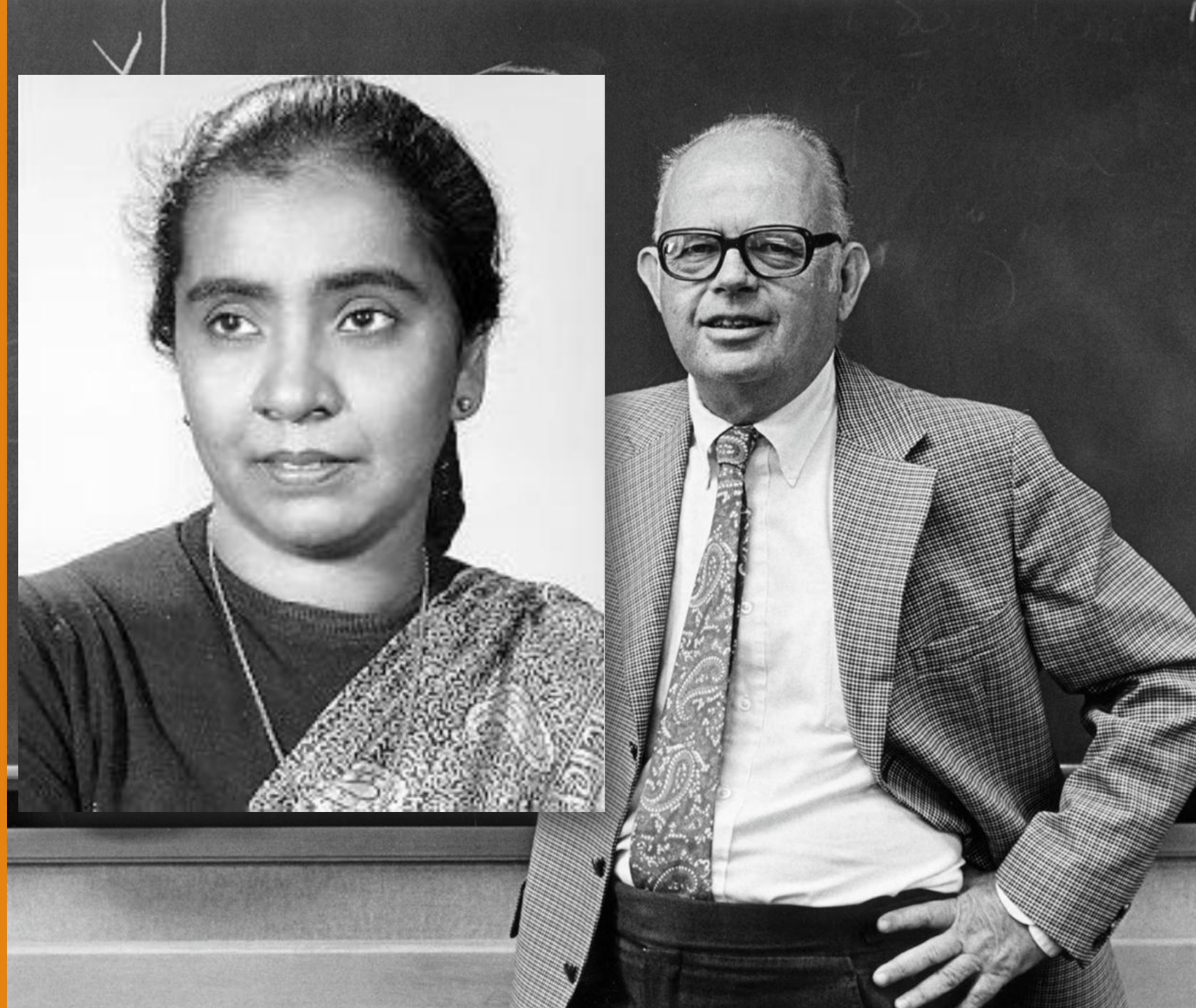


Lee J. Cronbach (1916–2001)

Cronbach, L.J., Rajaratnam, N., & Gleser, G.C. (1963).

Teorie zobecnitelnosti

Generalizability Theory (GT)



Lee J. Cronbach (1916–2001)

Cronbach, L.J., **Rajaratnam, N.**, & Gleser, G.C. (1963).

In 1957 I obtained funds from the National Institute of Mental Health to produce, with Gleser's collaboration, a kind of handbook of measurement theory. ... "Since reliability has been studied thoroughly and is now understood," I suggested to the team, "let us devote our first few weeks to outlining that section of the handbook, to get a feel for the undertaking." We learned humility the hard way—the enterprise never got past that topic. Not until 1972 did the book appear . . . that exhausted our findings on reliability reinterpreted as generalizability. Even then, we did not exhaust the topic.

When we tried initially to summarize prominent, seemingly transparent, convincingly argued papers on test reliability, the messages conflicted.

Cronbach, 1991, cit. dle Brenan (2001, s. 3)

Klíčové publikace

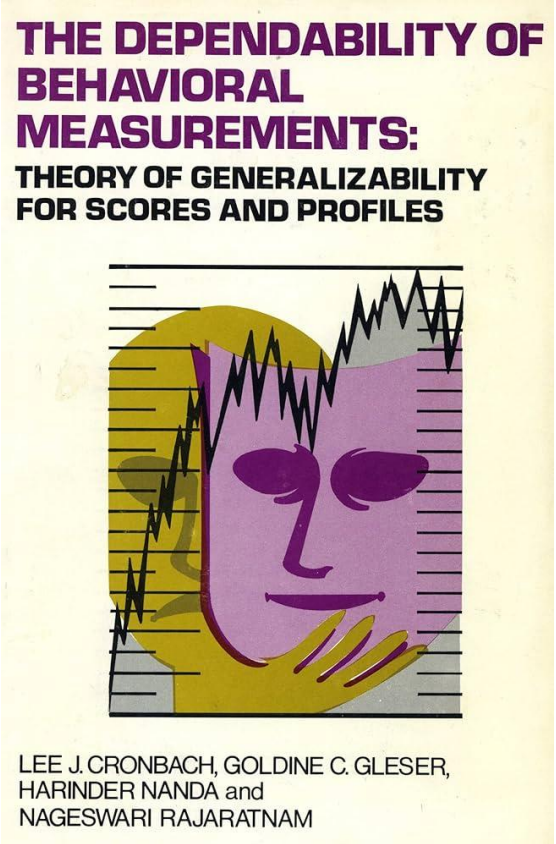
Cronbach, L.J., Rajaratnam, N., & Gleser, G.C. (1963). Theory of generalizability: A liberation of reliability theory. *The British Journal of Statistical Psychology, 16*(2), 137-163. https://doi.org/10.1111/j.2044-8317.1963.tb00206.x

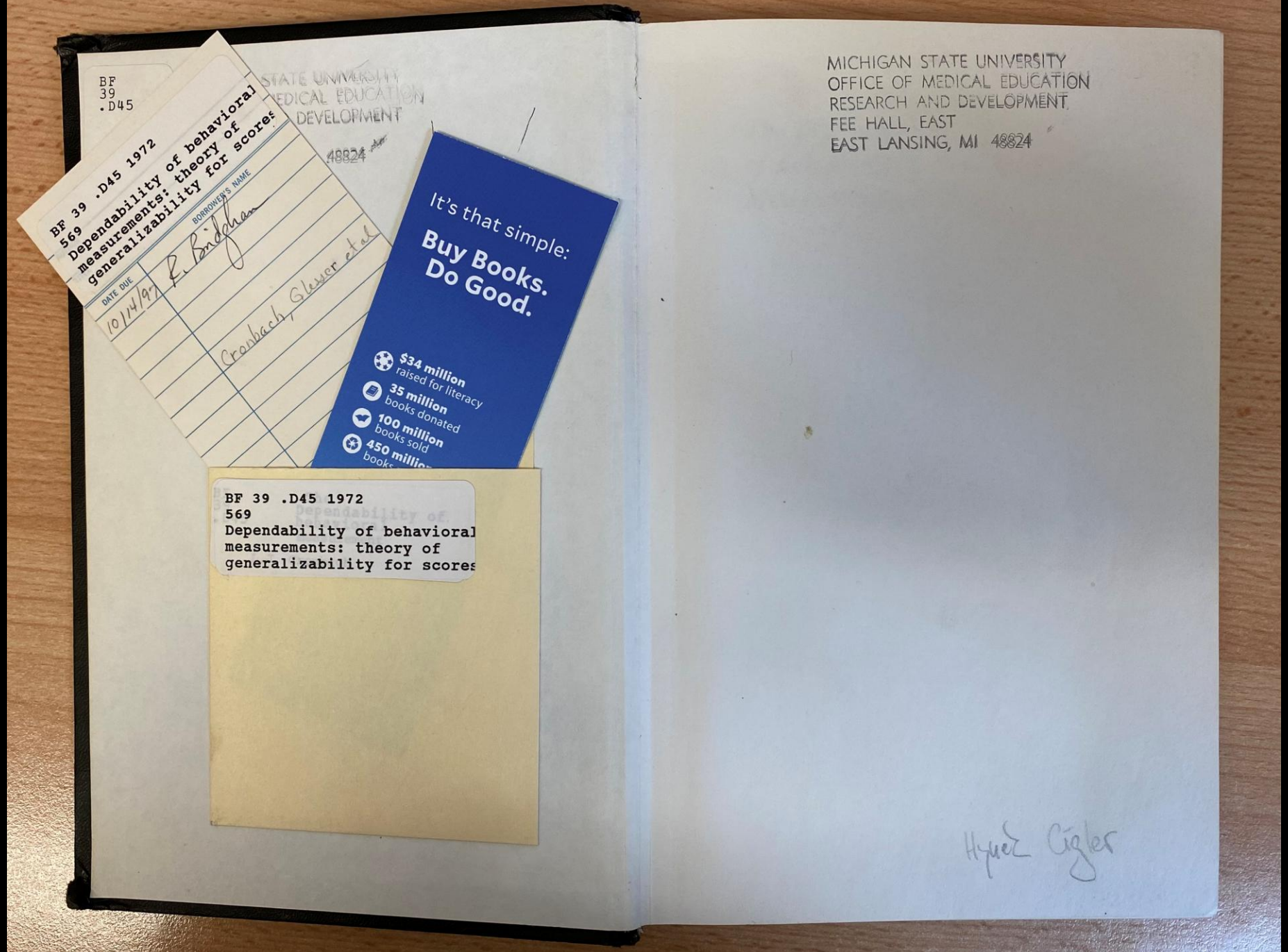
Cronbach, L.J., Gleser, G.C., Nanda, H., & Rajaratnam, N. (1972). *The dependability of behavioral measurements: Theory of generalizability for scores and profiles.* John Wiley.

Shavelson, R.J., & Webb, N.M. (1991). *Generalizability Theory: A Primer.* Sage.

Brennan, R. L. (2001). *Generalizability Theory.* Springer.

- Tohle je nejvíce aktuální a komprehenzivní zdroj, který je v současnosti k dispozici.
- Konceptuálně recentní, nezohledňuje jen poslední vývoj v estimaci modelů.




BF
39
.D45
STATE UNIVERSITY
EDICAL EDUCATION
DEVELOPMENT
48824
BF 39 .D45 1972
569
Dependability of behavioral measurements: theory of generalizability for scores
DATE DUE
BORROWER'S NAME
10/14/97
R. Bridgham
Cronbach, Gleser et al
It's that simple:
Buy Books.
Do Good.
$34 million
raised for literacy
35 million
books donated
100 million
books sold
450 millio
BF 39 .D45 1972
569
Dependability of behavioral
measurements: theory of
generalizability for scores
MICHIGAN STATE UNIVERSITY
OFFICE OF MEDICAL EDUCATION
RESEARCH AND DEVELOPMENT
FEE HALL, EAST
EAST LANSING, MI 48824
Hyer Cigler

Cronbachovo alfa

Cronbachova alfa (1951) není tak docela Cronbachova:

- KR-20 (Kuder-Richardson, 1937); Rulonův vzorec (1939); Guttmanova korekce s λ_3 (1945); Hoytův vzorec (1941).

Cyril Hoyt (1941) – odhad reliability pomocí ANOVA:

$$r_{xx'} = \frac{\sigma_\tau^2}{\sigma_x^2} = \frac{\sigma_x^2 - \sigma_e^2}{\sigma_x^2} = \frac{(n-1)(\sigma_x^2 - \sigma_e^2)}{(n-1)\sigma_x^2} = \frac{MS_\tau}{MS_x} = \frac{MS_x - MS_e}{MS_x}$$

- MS_x - mean-square, tj. průměr sumy čtverců, tj. nepodělený rozptyl ($\mathrm{var}(x) = \frac{MS_x}{n-1}$).

ANOVA umí „parcelovat“ pozorovaný rozptyl (**AN**alysis **O**f **Va**riance).

- Typická ANOVA: jakou část pozorované variability (MS_x) lze přičíst rozdílům mezi lidmi (between-subjects, MS_τ) a jaká je způsobena rozdílům uvnitř (within-subjects, MS_e)?
- Resp. pomocí F-testu ověřujeme, zda je $MS_\tau > 0$.

Kuder, G. F., & Richardson, M. W. (1937). The theory of the estimation of test reliability. *Psychometrika, 2*(3), 151–160. https://doi.org/10.1007/BF02288391
Rulon, P. J. (1939). A simplified procedure for determining the reliability of a test by split-halves. *Harvard Educational Review*, *9*, 99–103.
Hoyt, C. (1941). Test reliability estimated by analysis of variance. *Psychometrika*, *6*(3), 153–160. https://doi.org/10.1007/BF02289270
Guttman, L. (1945). A basis for analyzint test-retest reliability. *Psychometrika*, *10*(4), 255–282. https://doi.org/10.1007/BF02288892
Cronbach, L. J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika*, *16*(3), 297–334. https://doi.org/10.1007/BF02310555

Hoytův postup

Hoyt použil ANOVA k parcelování pozorované rozptylu odpovědí lidí na paralelní testy (položky).

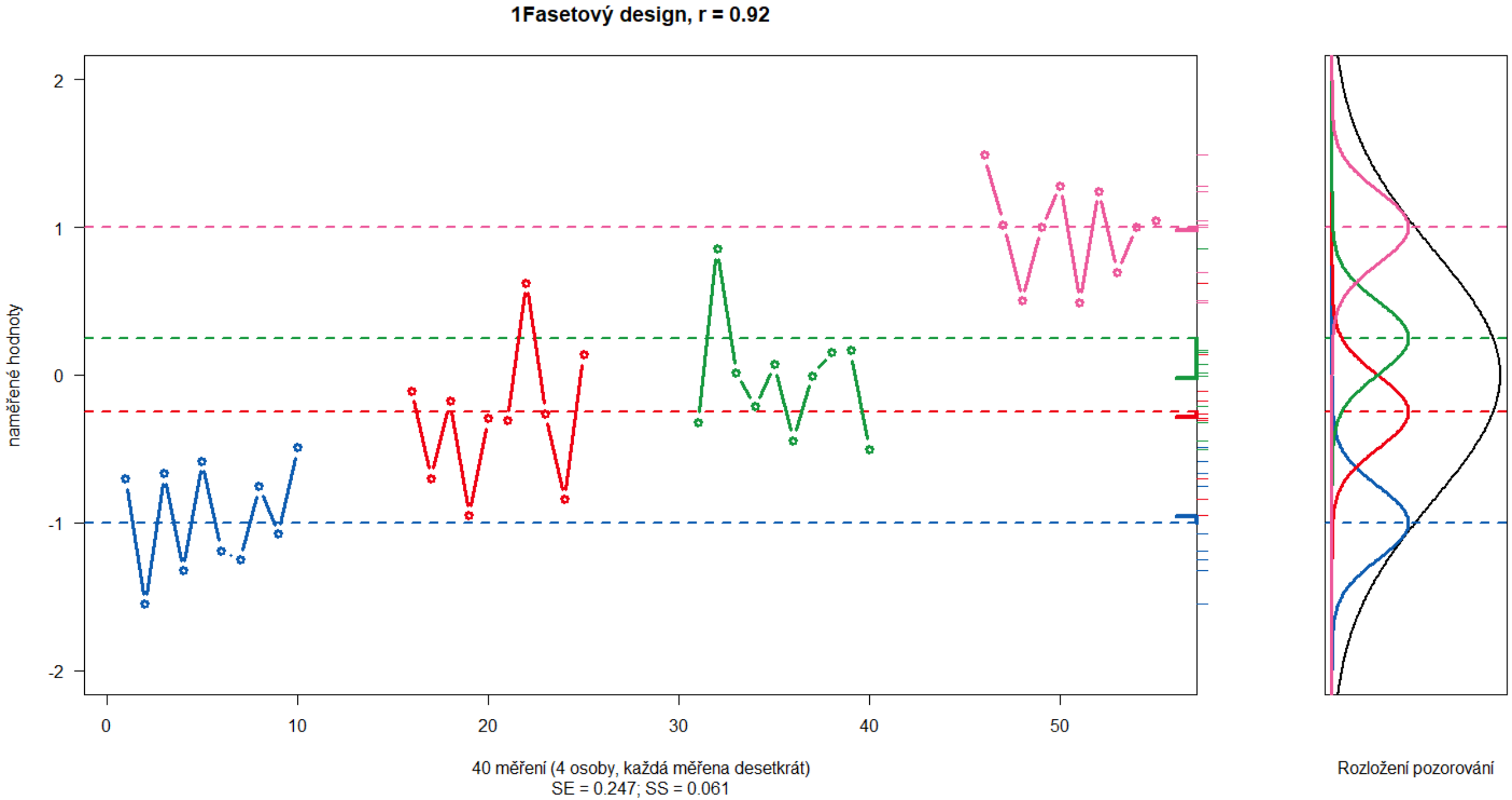
Postup výpočtu (přibližně, bez korekcí):

- 1. Pro každou osobu průměr $\bar{X}_p$ napříč všemi položkami.
- 2. Rozptyl průměrů osob: $\mathrm{var}(\bar{X}_p) = \sigma_x^2$.
- 3. Rozptyl odchylek jednotlivých pozorování x_{ip} osob p na pol. i od jejich průměrů $\bar{X}_p$ jako:

$$\sigma_{res}^2 = \frac{\sum_{p=1}^{N}\sum_{i=1}^{I}\left(x_{ip} - \bar{X}_p\right)^2}{NI}$$

  - Kde NI je počet *osob* (N) krát počet *položek* (I; celkový počet pozorování = kusů informace).
- 4. Standardní chyba odhadu průměru z I položek jako $\sigma_e = \sqrt{\frac{\sigma_{res}^2}{I}}$
  - Výpočet „přes všechny osoby“, obchází tak potíže s opakovaným měřením jedné osoby – chyba je stejná pro všechny (viz minulá přednáška).
- 5. Reliabilita jako $r_{xx'} = 1 - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2}$.
- 6. Standardní chyba měření: Buď z reliability jako $SE = \sigma_x\sqrt{1 - r_{xx'}}$ nebo přímo jako $SE = \sigma_e = \sqrt{\frac{\sigma_{res}^2}{I}}$.

Výsledek je ekvivalentní Cronbachovu alfa, asymptomaticky se rovná průměru všech možných split-half reliabilit (**Cronbach, 1951**).


1Fasetový design, r = 0.92
naměřené hodnoty
2
1
0
-1
-2
0
10
20
30
40
50
40 měření (4 osoby, každá měřena desetkrát)
SE = 0.247; SS = 0.061
Rozložení pozorování

Hoytův postup

Připomenutí: postup je ekvivalentní koeficientu alfa.

Tau-ekvivalence (všechna pozorování mají stejnou váhu, $\mathrm{E}\left(\frac{\sum_{i=1}^{I}\mathrm{E}(X_{pi})}{I}\right) = \tau_p$).

- Paralelnost položek (shodné reziduální rozptyly) lze obejít skrze „průměrnou chybu“.

Neexistence jiného zdroje rozptylu, než:

- Systematická variabilita ve schopnostech lidí (σ_p^2).
- Systematická variabilita v obtížnostech položek (σ_{pi}^2).
- Náhodná variabilita v tom, jak různí lidé odpověděli na různé položky ($\sigma_{pi,e}^2$) – chyba.

Co když je ale zdrojů více?

- Situace a změna rysu v čase, okolnosti testování, hodnotitel, dílčí oblast znalostí…

Teorie zobecnitelnosti (Generalizability theory)

Řešením CTT problému „mnoho chyb, mnoho reliabilit“ je teorie zobecnitelnosti.

- Cronbach, L.J., Rajaratnam, N., & Gleser, G.C. (1963). Theory of generalizability: A liberation of reliability theory. *The British Journal of Statistical Psychology, 16*, 137-163.
- Cronbach, L.J., Gleser, G.C., Nanda, H., & Rajaratnam, N. (1972). *The Dependability of Behavioral Measurements*. New York: Wiley.

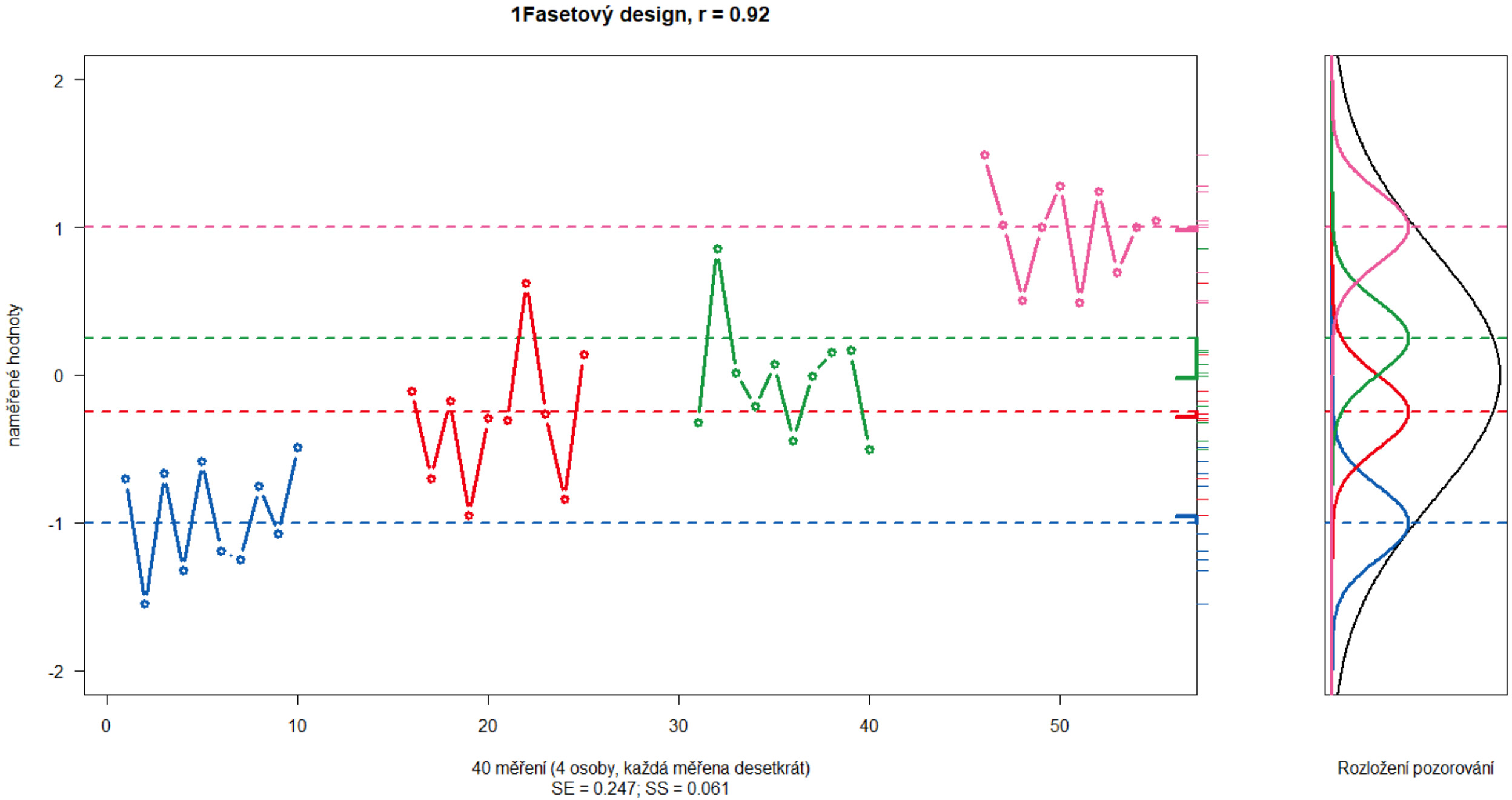
CTT: $X = T + e$

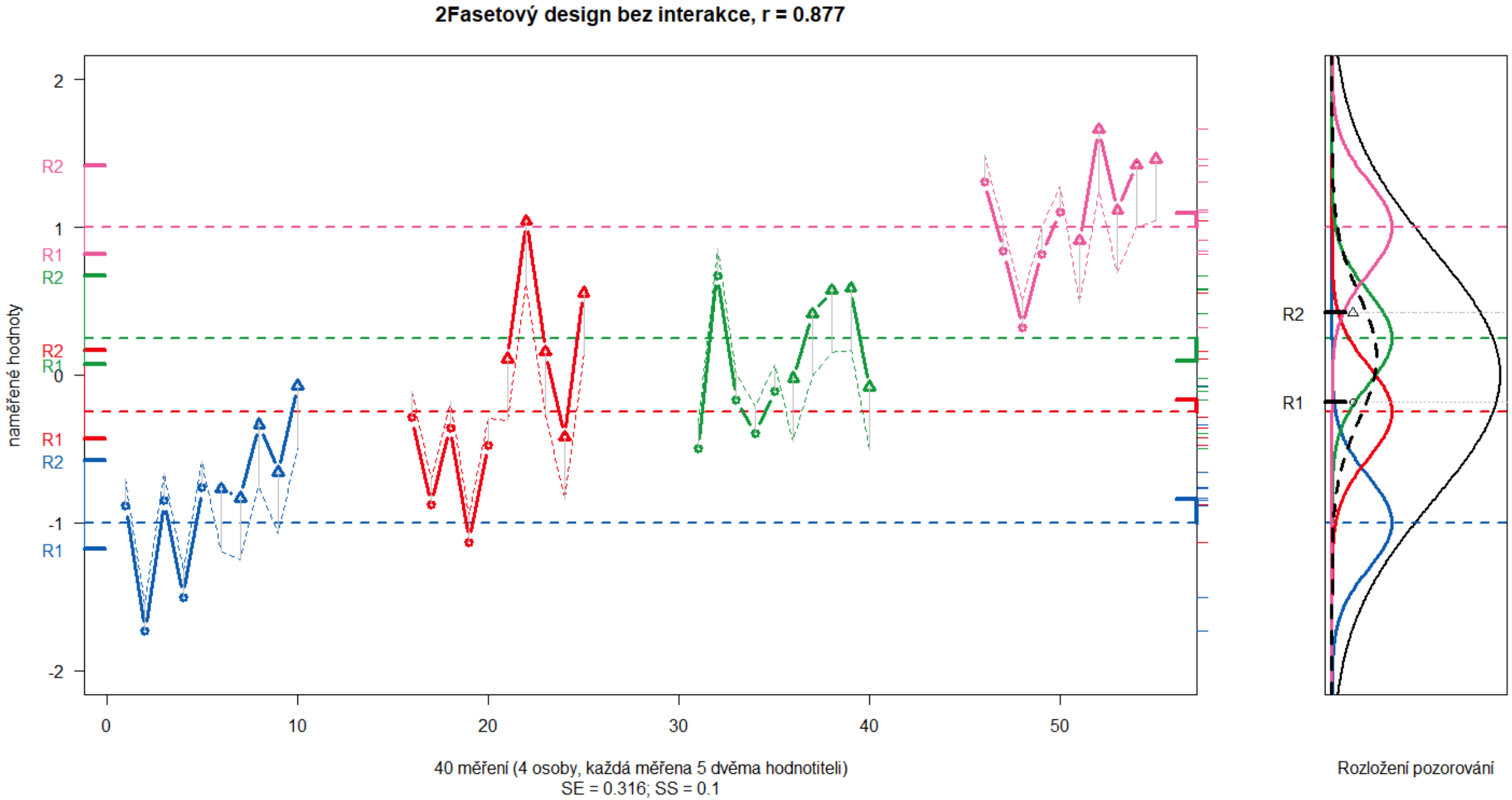
GT: $X = T + e_1 + e_2 + e_3 + \ \ldots \ + e_k$

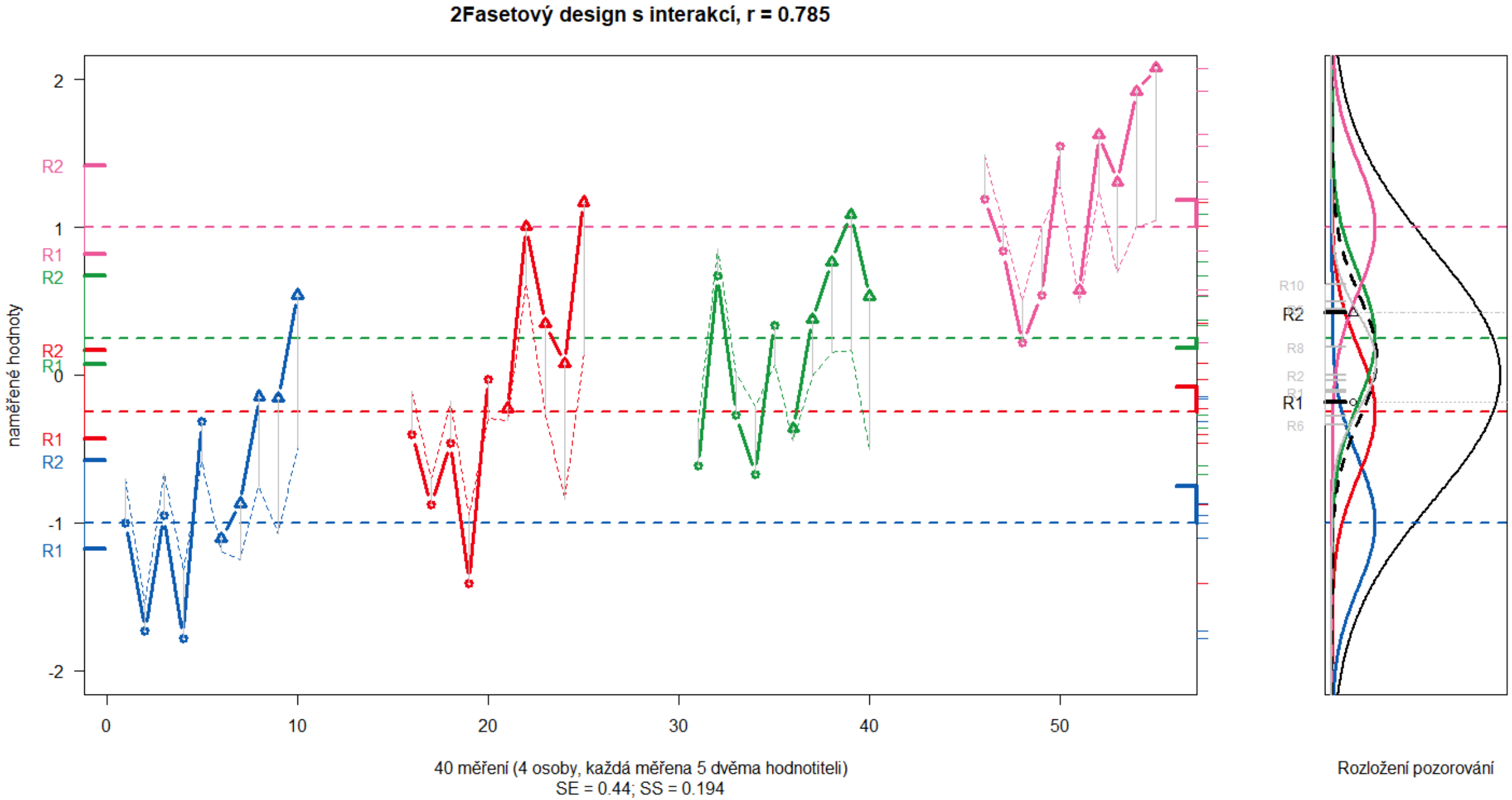
- Kde např. e_1 je specifický skór v daném čase (*test-retest*), e_2 rozdílnost posuzovatelů (*shoda posuzovatelů*), e_3 rozdílnost položek (vlastní „nepřesnost metody“, *vnitřní konzistence*) atd.
- Pro různé účely může *T* zahrnovat i některé chyby (např. nás zajímá výkon v daném čase a nikoliv stabilita napříč časem, přestože víme, že výkon není stabilní).

Protože ale např. i ten stejný hodnotitel může hodnotit různě v různých situacích, je vhodné zdůraznit **interakce** jednotlivých komponent:

- $X = T + e_1 + e_2 + e_3 + \boldsymbol{e_{12}} + \boldsymbol{e_{13}} + \boldsymbol{e_{23}} + \boldsymbol{e_{123}} \ldots$


1Fasetový design, r = 0.92
naměřené hodnoty
2
1
0
-1
-2
0
10
20
30
40
50
40 měření (4 osoby, každá měřena desetkrát)
SE = 0.247; SS = 0.061
Rozložení pozorování


2Fasetový design bez interakce, r = 0.877
naměřené hodnoty
2
1
0
-1
-2
R2
R1
R2
R2
R1
R1
R2
R1
0
10
20
30
40
50
40 měření (4 osoby, každá měřena 5 dvěma hodnotiteli)
SE = 0.316; SS = 0.1
R2
R1
Rozložení pozorování


2Fasetový design s interakcí, r = 0.785
naměřené hodnoty
2
1
0
-1
-2
R2
R1
R2
R2
R1
R1
R2
R1
0
10
20
30
40
50
40 měření (4 osoby, každá měřena 5 dvěma hodnotiteli)
SE = 0.44; SS = 0.194
R10
R2
R8
R2
R1
R1
R6
Rozložení pozorování

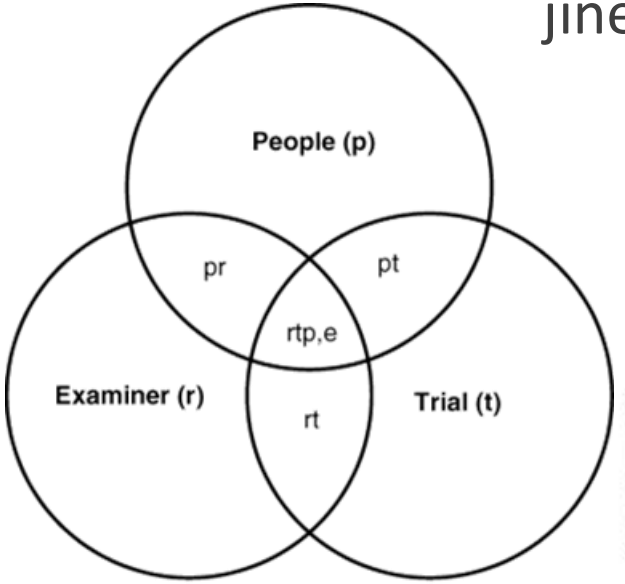
Jinými slovy...

CTT: Pouze dva zdroje variability

- **systematický** = pravý skór
- **chybový** = chyba měření
- **irelevantní** = obtížnost položek

GT: Neomezeně zdrojů variability

- všechny jsou *náhodné* ve smyslu výběru z populace („prostoru“)
- některé mohou být systematické, jiné chybové, další irelevantní.



$t = \sigma^2$ trials
$r = \sigma^2$ examiner
$p = \sigma^2$ people
$e = \sigma^2$ error

Heitman et al. (2009)

Jinými slovy...

*„The theory describes the **dependability** (reliability) **of generalizations** made from a person's **observed score** on a test to the score he or she would obtain in the broad **universe of admissible observations**—her "universe score" (true score in classical test theory). Hence the name, Generalizability Theory."* (Shavelson & Webb, 2006)

Universe score – problém s překladem. Proto anketa na FB:

- *42* (J. Brojáč, osobní komunikace 30. 9. 2019)
- *globální skór, **ideální skór*** (V. Pišl, osobní komunikace 30. 9. 2019)
- *vesmírnej skór* (A. J. Kšiňan, osobní komunikace 30. 9. 2019), *skór veškera* (J. Štipl, osobní komunikace 30. 9. 2019), *skór veškerenstva* (H. Cígler & R. Modré, osobní komunikace 30. 9. 2019)
- *všeobecný skór* (M. Čadek, osobní komunikace 30. 9. 2019)
- *skór univerza, skór v univerzu, **obecný skór*** (A. Ťápal, osobní komunikace 30. 9. 2019)

Princip a účel GT

GT primárně nepracuje se součtovým skóre jako CTT, ale s průměrným skóre.

- „Průměrná odpověď“ napříč **„prostorem zobecnění“** (všemi možnými respondenty, položkami, situacemi...). **Universe of generalization.**
  - Reliabilita průměrného a součtového skóre je ale stejná (stačí vynásobit počtem pozorování).
- Tato průměrná odpověď pro konkrétního respondenta se označuje jako ***universe score***.
- Jednotlivé zdroje rozptylu (kromě rozdílů mezi respondenty) se označují jako **fasety**.

Dvě klíčové části GT:

- **G-studie:** Jak velké části rozptylu odpovědi na jednu položku v jedné situaci jedním respondentem (atd.) jsou „vysvětleny“ jednotlivými fasetami a rozdíly mezi respondenty samotnými?
- **D-studie:** Jaká bude chyba měření při využití „opakovaného měření“ v konkrétních fasetách?
  - Např. při měření 10 položkami při 3 administracích, hodnocených 2 hodnotiteli?
  - Využívá výsledků G-studie.

Princip a účel GT

Podobné předpoklady jako CTT, jde o její rozšíření.

- **Náhodný výběr** prvků dané fasety **z nekonečně velkého** doménového prostoru.
  - Existují ale i úpravy pro „finite universe“.
  - Náhodný výběr lze obejít „zafixováním“ určité fasety – „fixed effects“ namísto „random effects“.

Další běžné předpoklady CTT.

- Jednodimenzionalita, resp. **lokální nezávislost** (ale existují multivariate úpravy), **normální rozdělení** (ale...), **odpovědi na intervalové škále** (ale robustnost stejně jako u CTT) atd.
- **Tau-ekvivalence** a přibližně stejný reziduální rozptyl, což je zajištěno předpokladem náhodného výběru. Relativně vysoká robustnost zvláště při větším počtu položek.
  - Vícedimenzionalita možná při dodržení tau-ekvivalence faset na univerzu; analogie k hierarchické ρ_{SOF} (Cho, 2016)

Některé postupy GT „zobecněly“ v běžných CTT postupech.

- Hoyt (1941) a zejm. vnitrotřídní korelace (ICC, intra-class correlation; Shrout & Fleiss, 1979).

Princip a účel GT

Stejně jako CTT, i GT vychází z **operacionalismu**.

- Měřeným atributem je universe score, nikoli psychický rys (latentní proměnná).
- Měření je tedy definováno skrze měřicí nástroj; v tomto případě spíše skrze způsob tvorby položek a popis „univerza položek“, nikoliv konkrétně vybrané položky v daném testu.

Jde tedy společně s CTT o „**slabou teorii měření**“, na rozdíl třeba od IRT.

- „Weak true-score theory“.

Logika GT je nicméně využívána i v jiných teoriích měření, kde je rozptyl měřeného rysu „parcelován“ na dílčí složky.

- Multifasetové Raschovy modely.
- Hierarchické (multilevel) IRT modely a hierarchická (multilevel) faktorová analýza.
- Explanační IRT modely, LLTM a další.

Teorie zobecnitelnosti

Dva klíčové postupy/kroky/součásti GT:

1. Studie zobecnitelnosti (G-studie; generalizability study)
2. Rozhodovací studie (D-studie; decision study)

G-studie

Studie zobecnitelnosti
Generalizability study

Dekompozice rozptylu

Odhad rozptylových komponent

ANOVA

Smíšený lineární model
(linear mixed model, LMM)

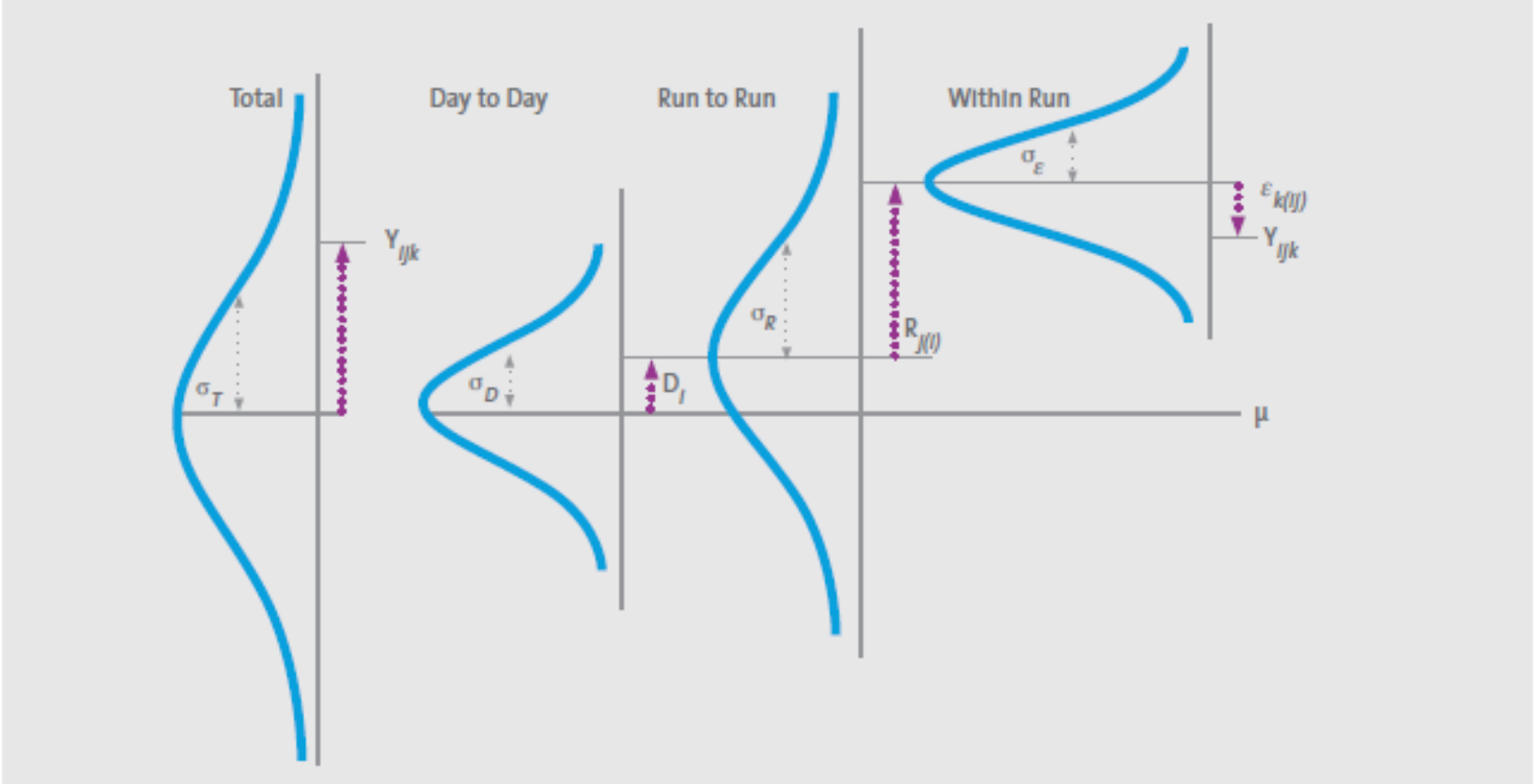


Figure 4. Variance Decomposition. An individual result Y_{ijk} (ie, the result for a single replicate) in a 20×2×2 study, modeled as the vector sum of deviations—$D_i + R_{j(i)} + \varepsilon_{k(ij)}$—from the sample's mean, μ, due to the combined effect of three composite sources of random variation—namely, day-to-day (D), run-to-run within-day (R), and within-run or residual (ε) variance components—with distributions characterized by SDs of σ_D, σ_R, and σ_ε, respectively. The heavy, single-headed arrows represent the magnitude and direction of the overall (total) and three source-specific deviations (shifts). The thin, double-headed arrows represent the magnitudes of the respective SDs.

https://community.jmp.com/t5/Discussions/How-to-implement-variance-decomposition/td-p/272070

G-studie

G-studie = generalizability study (studie zobecnitelnosti)

- Odhaduje chybový rozptyl pojící se s jednotlivými fasetami a jejich interakcemi, resp. chybu pojící se s jednou položkou/jedním měřením/apod. (a interakcemi).
- Tedy jakou část rozptylu jednoho pozorování (interakce respondenta × položky × situace × hodnotitele × ...) tvoří jednotlivé specifické části rozptylu související s respondenty/položkami/situacemi/...

Zobecňuje z měření na prostor (universum).

- Na základě měření odhaduje rozptylové komponenty v prostoru.
- Z pozorovaných rozptylových komponent ve vzorku usuzuje na komponenty v prostoru (populaci všech přípustných pozorování).
- Tohle je ta výpočetně náročnější část GT.

G-studie: Rozptylové komponenty

KLASICKÁ TESTOVÁ TEORIE

Složení pravého skóru*:

$$X = T + e$$

Rozptylové komponenty:

$$\sigma_x^2 = \sigma_\tau^2 + \sigma_e^2$$

Reliabilita:

$$r_{xx'} = \frac{\sigma_\tau^2}{\sigma_\tau^2 + \sigma_e^2}$$

- pravý skór a chyba jsou ortogonální, proto chybí jejich kovariance („$+2\sigma_{\tau e}^2$“)

TEORIE ZOBECNITELNOSTI

Složení obecného skóru – např. 2fasetový design*:

$$X = T + e_1 + e_2 + e_{\tau 1} + e_{\tau 2} + e_{12} + e_{\tau 12,e}$$

Rozptylové komponenty:

$$\sigma_x^2 = \sigma_\tau^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_{\tau 1}^2 + \sigma_{\tau 2}^2 + \sigma_{12}^2 + \sigma_{\tau 12,e}^2$$

Reliabilita**:

$$r_{xx'} = \frac{\sigma_\tau^2}{\sigma_\tau^2 + \left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_{\tau 1}^2 + \sigma_{\tau 2}^2 + \sigma_{12}^2 + \sigma_{\tau 12,e}^2\right)}$$

- Všechny rozptylové komponenty jsou ortogonální (protože jsou zahrnuty všechny), proto též bez kovariance.
  - Z toho důvodu se zahrnují do G-studie i nesignifikantní efekty.
  - Obecný vzorec; některé komponenty v některých scénářích mohou chybět.

* Subskripty příslušející osobě vynechány (vyjma interakcí). | ** Vzorec by platil při administraci jediné položky; pro běžné D-studie viz vzorce dále.

G-studie: příklad

Příklad: 2fasetový design p × i × o.

- N respondentů *p* (persons)
  - Osoby jsou atributem, proto se nepočítají do počtu faset.
- 3 položky *i* (items)
- 2 administrace/situace *o* (occasions)

TABLE 36–1
Crossed Person × Item × Occasion G Study of Self-Concept Scores

	Occasion					
	I			*II*		
Person	*Item 1*	*Item 2*	*Item 3*	*Item 1*	*Item 2*	*Item 3*
1	4	2	5	4	3	4
2	3	1	4	4	2	3
3	2	3	3	3	2	4
…						
p	4	5	4	3	4	2
…						
N	3	4	4	3	3	3

Pozorovaný skór *X* a obecný skór *T*:

- $X_p = \text{mean}(X_{pio});\ \ \text{E}(X_p) = \text{E}(X_{pio}) = T_p$

Pozorovaný skór je součtem všech komponent:

$$X_{pio} = T_p + e_i + e_o + e_{p\times i} + e_{p\times o} + e_{i\times o} + e_{p\times i\times o}$$

Celkový rozptyl pozorovaného skóre (prvků datové matice):

$$\sigma^2_{X_{pio}} = \sigma^2_p + \sigma^2_i + \sigma^2_o + \sigma^2_{pi} + \sigma^2_{po} + \sigma^2_{io} + \sigma^2_{pio,e}$$

Převzato z http://web.stanford.edu/dept/SUSE/SEAL/Reports_Papers/methods_papers/G%20Theory%20AERA.pdf

G-studie: příklad

Vzorec obsahuje celkový efekt osob *p* a diskrepanční efekty položek *i* a situací *o*, naopak grand-mean (intercept) je vynechaný. Pro alternativní zápis pomocí celkových efektů viz Shavelson a Webb (2005; vzorec 36.1, s. 602); pro získání celkových efektů z diskrepančních je potřeba přičíst T_p. Např. celková „snadnost" situace je $T_p + e_o$, celková individuální popularita položky *i* pro osobu *p* je $T_p + e_i + e_{p\times i}$.

obecný skór osoby *p* (očekávaná odpověď napříč všemi položkami a okolnostmi, $T_p = \mathrm{E}(X_{pio})$

Obtížnost situace *o* (např. vliv denní doby)

individuální obtížnost situace *o* pro osobu *p* (např. nahodilá únava)

reziduum (odchylka pozorované odpovědi oproti všem ostatním systematickým vlivům)

$$X_{pio} = T_p + e_i + e_o + e_{p\times i} + e_{p\times o} + e_{i\times o} + e_{p\times i\times o}$$

Skóre osoby *p* na položce *i* v čase *o*

Obtížnost položky *i*

Individuální obtížnost položky *i* pro člověka *p* (např. specifická znalost)

individuální obtížnost položky *i* v situaci *o* (např. senzitivita položky vůči únavě a denní době)

Vzorec obsahuje celkový efekt osob a diskrepanční efekty položek a situací. Pro lepší zápis pomocí celkových efektů viz Shavelson a Webb (2005; vzorec 36.1, s. 602).

Table 36–2
Estimated Variance Components in the Example $p \times i \times o$ design

Source	*Variance Component*	*Estimate*	*Percent of Total Variability*
Person (p)	σ^2_p	1.108	30
Item (i)	σ^2_i	0.102	03
Occasion (o)	σ^2_o	0.030	01
p × i	σ^2_{pi}	0.810	22
p × o	σ^2_{po}	0.230	06
i × o	σ^2_{io}	0.001	00
p × i × o, e	$\sigma^2_{pio,e}$	1.413	38

Převzato z http://web.stanford.edu/dept/SUSE/SEAL/Reports_Papers/methods_papers/G%20Theory%20AERA.pdf

G-studie:
Odhad rozptylových komponent

Historicky GT využívala **ANOVA**.

- Fasety – „faktory“ v tradiční ANOVA terminologii.
- Proměnné jsou uvažovány jako random (např. náhodný výběr času) nebo fixed effect (např. test stabilně složený ze stejných položek).
  - Random modely jsou častější.
- LS estimátor (least-squares).
- Více statistických předpokladů.

Aktuálně se zpravidla používá **LMM (linear mixed model)**.

- Smíšený lineární model.
- Výhody při odhadu.
  - Unbalanced designy, chybějící data apod.
- Menší předpoklady, vyšší flexibilita.
- Výsledek by se neměl lišit (při dodržení předpokladů), reálně jsou odlišnosti malé.
- ML estimátor (maximum-likelihood).

GT: SW pro odhad G-studie

Tradiční SW:

- GENOVA, mGENOVA (staré DOSovské aplikace).

SPSS (lze ručně upravit syntax pro mixed-modely).

- Mushquash, C. and O'Connor, B.P. (2006). SPSS and SAS programs for generalizability theory analyses. *Behavior Research Methods, 38*(3), 542–547. doi: 10.3758/bf03192810
- A tedy vlastně jakýkoli SW s modulem pro lineární smíšené (mixed) modely (JAMOVI, JASP)...

R, zejména balíček lme4 (mixed modely) a případně gtheory (nástavba lme4 pro GT).

- Případně pak hemp dostupný na githubu (doplněk ke knize Desjardins & Bulut, 2018).

Přehled dostupných programů (poněkud outdated):

- Taşdelen Teker, G., Güler, N. and Kaya Uyanık, G. (2015). Comparing the effectiveness of SPSS and EduG using different designs for Generalizability theory. *Educational Sciences: Theory & Practice, 15*(3). doi: 10.12738/estp.2015.3.2278
- Yelboga, A. (2015). Estimation of Generalizability coefficient: An application with different programs. *Archives of Current Research International, 2*(1), 46–53. doi: 10.9734/acri/2015/17409

Teorie zobecnitelnosti

Skript a data pro ilustraci teorie zobecnitelnosti v R. Data pocházejí z přijímací zkoušky do NMGR psychologie FSS MU do podzimního semestru 2020 (hodnocení bakalářských prací).

GT: Způsob odhadu G-studie v R

V předchozím případě by syntax pro R byl:

- Předpokladem je převedení na tzv. dlouhý formát, kde jeden řádek = 1 odpověď, a další proměnné jsou person (1-N), item (1-3), ocassion (1-2)

```
require(lme4)
require(gtheory)

model <- "response ~ (1 | person) + (1 | item) + (1 | occasion) + (1 | person:item) + (1 | person:occasion) +
(1 | item:occasion)"
```

Pozn.: poslední chybovou fasetou je `(1 | person:item:occasion)` – ta reprezentuje „zbytek" a je proto chybou v klasickém slova smyslu (vše, co není vysvětleno ničím předchozím), proto ji není nutné do modelu zadávat, je tam implicitně).

```
gstudy <- gstudy(data = data, formula = model)

print(gstudy)
```

Dlouhá data:

odp.	P	I	O
4	1	1	1
2	1	2	1
5	1	3	1
4	1	1	2

odp.	P	I	O
3	1	2	2
4	1	3	2
3	2	1	1
1	2	2	1

TABLE 36–1
Crossed Person × Item × Occasion G Study of Self-Concept Scores

	Occasion					
	I			*II*		
Person	*Item 1*	*Item 2*	*Item 3*	*Item 1*	*Item 2*	*Item 3*
1	4	2	5	4	3	4
2	3	1	4	4	2	3
3	2	3	3	3	2	4
…						
p	4	5	4	3	4	2
…						
N	3	4	4	3	3	3

Převzato z http://web.stanford.edu/dept/SUSE/SEAL/Reports_Papers/methods_papers/G%20Theory%20AERA.pdf

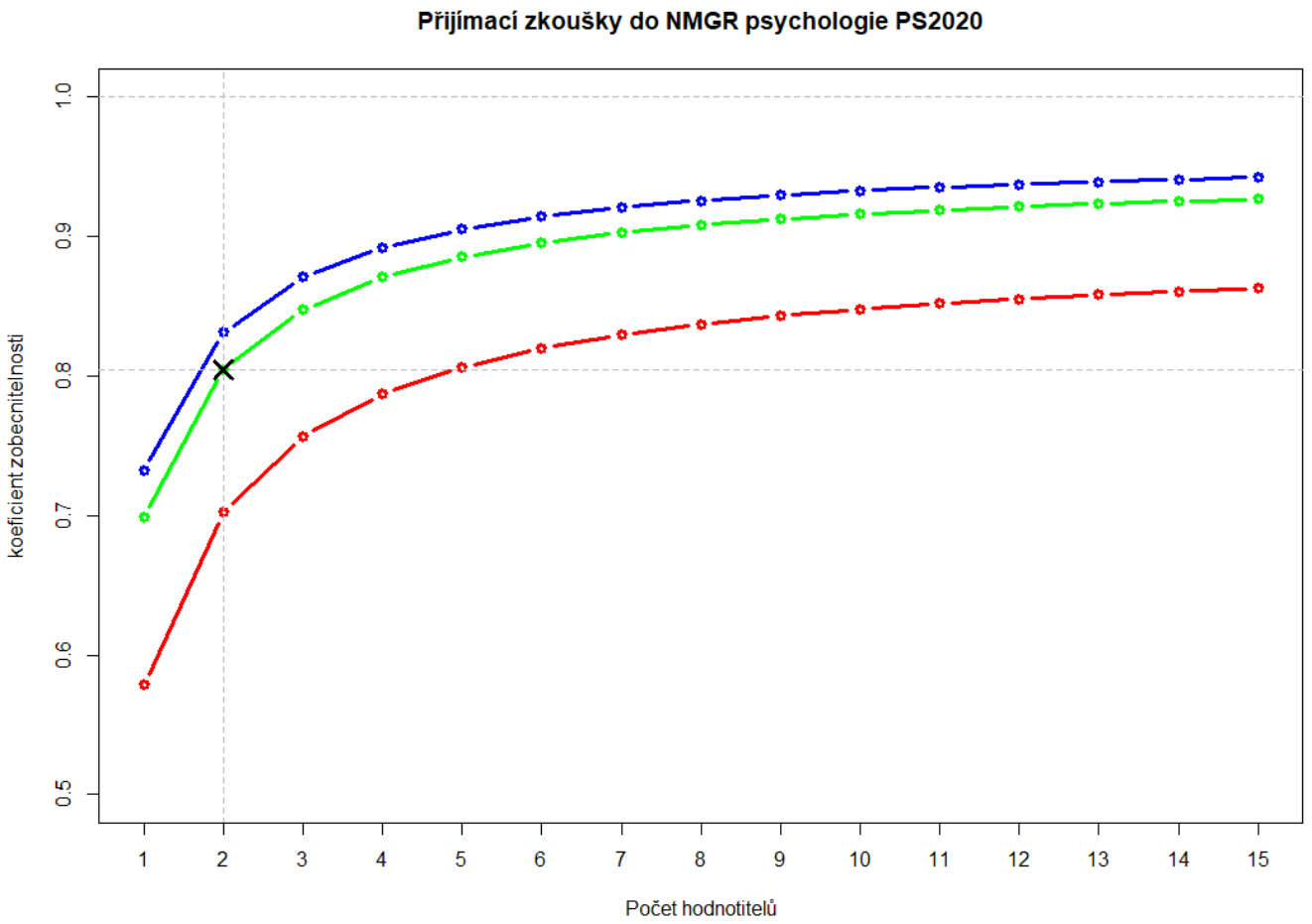
D-studie

Rozhodovací studie
Decision study

Koeficient dependability
a zobecnitelnosti

Absolutní a relativní D-studie

Všechny výpočty jsou součástí
R skriptu publikovaného
ve studijních materiálech.



D-studie

Rozhodnutí jsou založena na průměru pozorování napříč určitými podmínkami. D-studie odhaduje jistotu takového rozhodnutí (chybu měření).

- **Rozhodovací (Decision) studie** tedy slouží k odhadu chyby měření pro konkrétní design s využitím informací z G-studie.

Definuje tzv. „prostor zobecnění“ (použitými fasetami, počtem pozorování/položek v jejich rámci atp.), pro který bude naše měření platit.

- V rámci tohoto prostoru má každý respondent tzv. U-skór (pravý skór, T_p).

Odhad chyby odhadu universe skóru pro zvolený hypotetický design – např. p×I×O, kdy se zajímáme o chybu spjatou s $X_{pIO} = \bar{X}_p$

- Malá písmena označují jedinou administraci (tedy zpravidla objekt měření).
- Velká písmena indikují průměrné skóry („skrze co“ průměrujeme).

D-studie: Obecný postup

1. Volba jednotky/subjektu měření (nemusí být respondent).
2. Volba designu, resp. prostoru/prostorů zobecnění.
3. Identifikace, které fasety (a interakce) G-studie jsou chybové složky.
4. Volba počtu prvků faset (nemusí se shodovat s G-studií).
5. Výpočet chyby měření.
6. Výpočet koeficientu reliability.

D-studie: Dva typy zobecnění

Relativní (norm-referenced) – pořadí v rámci vybraných prvků fasety.

- Všechny fasety jsou stejné napříč měřením (např. test složený z pevného setu položek).
- Díky fixaci se jejich prvky stanou konstantou a rozdílná „obtížnost“ není chybou.
- Nezobecňuje se na celý fasetový prostor, ale na pořadí v rámci vybraných prvků dané fasety.
- Reliabilita odhadována pomocí **koeficientu zobecnitelnosti**.
- Srovnatelný s různými druhy CTT reliability.

Absolutní (kriteriální) – absolutní výkon v rámci všech prvků celé fasetu.

- Tento odhad nese více nejistoty (záleží na náhodně „vybrané“ obtížnosti prvků fasety).
- Reliabilita odhadována pomocí **koeficientu spolehlivosti** (dependability coef.).
- Lze uvažovat pravděpodobnost překročení absolutního kritéria.

Spíše než otázka celého designu otázka dílčích faset (smíšený design).

D-studie: Dva typy zobecnění (příklady)

RELATIVNÍ D-STUDIE

Dotazník self-esteemu (SE)

- Nezajímá mě, jak by respondent skóroval na případných jiných položkách, které měří SE.
- Posvátná kráva? ☺

Hodnocení písemného testu v psychometrice.

- Všechny testy hodnotí Karel. Zanedbáváme, jak by bodovali jiní hodnotitelé.

Přijímací zkouška do NMGR psychologie.

- Chceme vybrat 30 nejlepších uchazečů, nezáleží na tom, jak obtížné položky jsou letos v testu.

ABSOLUTNÍ D-STUDIE

„Super-komplexní dotazník depresivity“.

- Náhodný výběr 10 symptomů ze všech identifikovaných symptomů deprese.
- Záleží, zda jsme vybrali časté či řídké symptomy.

Hodnocení seminární práce v psychometrice.

- Do hodnocení jsou zapojeni tři lidé; protože se liší přísností, záleží, kdo je komu „přidělen“.

Přijímací zkouška do NMGR psychologie.

- Přijatý musí mít nejméně 36/60 bodů.
- Byly zařazeny jednoduché či těžké položky?

D-studie: Odhad chyby měření

Celková chyba odhadu obecného skóru = suma čtverců chyb odhadu komponent.

- Chyba odhadu dílčí komponenty = standardní chyba průměru[1].
- Tedy rozptylová komponenta z G-studie dělená počtem pozorovaných prvků dané fasety:

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_{e1}^2}{n_1} + \frac{\sigma_{e2}^2}{n_2} + \frac{\sigma_{e3}^2}{n_3} + \cdots + \frac{\sigma_{ek}^2}{n_k}$$

Reliabilita se potom spočítá dle obecného vzorce pro vysvětlený rozptyl:

$$r_{xx'} = \frac{\sigma_\tau^2}{\sigma_\tau^2 + \sigma_e^2}$$

- σ_τ^2 - rozptyl jednotek měření, tedy ideálních skórů
- σ_e^2 - chybový rozptyl, tedy součet všech chybových komponent

[1] standardní chyba průměru $SE = \frac{SD}{\sqrt{N}} \rightarrow SE^2 = \frac{SD^2}{N}$; SD – směrodatná odchylka; N – velikost vzorku/počet pozorování.

Table 36–2
Estimated Variance Components in the Example $p \times i \times o$ design

Source	*Variance Component*	*Estimate*	*Percent of Total Variability*
Person (p)	σ^2_p	1.108	30
Item (i)	σ^2_i	0.102	03
Occasion (o)	σ^2_o	0.030	01
p × i	σ^2_{pi}	0.810	22
p × o	σ^2_{po}	0.230	06
i × o	σ^2_{io}	0.001	00
p × i × o, e	$\sigma^2_{pio,e}$	1.413	38

Převzato z http://web.stanford.edu/dept/SUSE/SEAL/Reports_Papers/methods_papers/G%20Theory%20AERA.pdf

Příklad 1: Relativní D-studie

Table 36–2
Estimated Variance Components in the Example $p \times i \times o$ design

Source	*Variance Component*	*Estimate*	*Percent of Total Variability*
Person (p)	σ_p^2	1.108	30
Item (i)	σ_i^2	0.102	03
Occasion (o)	σ_o^2	0.030	01
p × i	σ_{pi}^2	0.810	22
p × o	σ_{po}^2	0.230	06
i × o	σ_{io}^2	0.001	00
p × i × o, e	$\sigma_{pio,e}^2$	1.413	38

Chyba průměrného skóre ze 2 administrací 10položkového testu, p×I×O?

Relativní chybový rozptyl σ_δ^2:

$$\sigma_\delta^2 = \frac{\sigma_{pi}^2}{N_p \times N_i} + \frac{\sigma_{po}^2}{N_p \times N_o} + \frac{\sigma_{pio,e}^2}{N_p \times N_i \times N_o} = \frac{.810}{1 \times 10} + \frac{.230}{1 \times 2} + \frac{1.413}{1 \times 10 \times 2} = .267$$

Podíl chybového rozptylu (reliabilita): **koeficient zobecnitelnosti**:

$$G = \rho^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \sigma_\delta^2} = \frac{1{,}108}{1{,}108 + 0{,}267} = \mathbf{0,806}$$

Ekvivalence s CTT: v jednofasetovém designu p×I je koeficient zobecnitelnosti shodný s koeficientem alfa.

Příklad 2: Absolutní D-studie

Table 36–2
Estimated Variance Components in the Example $p \times i \times o$ design

Source	*Variance Component*	*Estimate*	*Percent of Total Variability*
Person (p)	σ^2_p	1.108	30
Item (i)	σ^2_i	0.102	03
Occasion (o)	σ^2_o	0.030	01
p × i	σ^2_{pi}	0.810	22
p × o	σ^2_{po}	0.230	06
i × o	σ^2_{io}	0.001	00
p × i × o, e	$\sigma^2_{pio,e}$	1.413	38

Absolutní chyba průměrného skóre 10 položek a 2 měření, p×I×O?

- Zobecňuji napříč všemi přípustnými položkami i časem (admissible observation).

Absolutní chybový rozptyl σ^2_Δ:

$$\sigma^2_\Delta = \frac{\sigma^2_i}{N_i} + \frac{\sigma^2_o}{N_o} + \frac{\sigma^2_{pi}}{N_p \times N_i} + \frac{\sigma^2_{po}}{N_p \times N_o} + \frac{\sigma^2_{io}}{N_i \times N_o} + \frac{\sigma^2_{pio,e}}{N_p \times N_i \times N_o} =$$

$$= \frac{.102}{10} + \frac{.030}{2} + \frac{.810}{1 \times 10} + \frac{.230}{1 \times 2} + \frac{.001}{10 \times 2} + \frac{1.413}{1 \times 10 \times 2} = .292$$

Příklad 2: Absolutní D-studie

Table 36–2
Estimated Variance Components in the Example $p \times i \times o$ design

Source	*Variance Component*	*Estimate*	*Percent of Total Variability*
Person (p)	σ^2_p	1.108	30
Item (i)	σ^2_i	0.102	03
Occasion (o)	σ^2_o	0.030	01
p × i	σ^2_{pi}	0.810	22
p × o	σ^2_{po}	0.230	06
i × o	σ^2_{io}	0.001	00
p × i × o, e	$\sigma^2_{pio,e}$	1.413	38

Absolutní chyba průměrného skóre 10 položek a 2 měření, p×I×O?

- Zobecňuji napříč všemi přípustnými položkami i časem (admissible observation).

Absolutní chybový rozptyl σ^2_Δ:

$$\sigma^2_\Delta = \frac{\sigma^2_i}{N_i} + \frac{\sigma^2_o}{N_o} + \frac{\sigma^2_{pi}}{N_p \times N_i} + \frac{\sigma^2_{po}}{N_p \times N_o} + \frac{\sigma^2_{io}}{N_i \times N_o} + \frac{\sigma^2_{pio,e}}{N_p \times N_i \times N_o} =$$

$$= \frac{.102}{10} + \frac{.030}{2} + \frac{.810}{1 \times 10} + \frac{.230}{1 \times 2} + \frac{.001}{10 \times 2} + \frac{1.413}{1 \times 10 \times 2} = .292$$

Podíl chybového rozptylu: **koeficient spolehlivosti** Φ (dependability):

$$\Phi = \frac{\sigma^2_p}{\sigma^2_p + \sigma^2_\Delta} = \frac{1{,}108}{1{,}108 + 0{,}292} = 0{,}791$$

Příklad 3: Smíšená D-studie

Table 36–2
Estimated Variance Components in the Example $p \times i \times o$ design

Source	*Variance Component*	*Estimate*	*Percent of Total Variability*
Person (p)	σ^2_p	1.108	30
Item (i)	σ^2_i	0.102	03
Occasion (o)	σ^2_o	0.030	01
p × i	σ^2_{pi}	0.810	22
p × o	σ^2_{po}	0.230	06
i × o	σ^2_{io}	0.001	00
p × i × o, e	$\sigma^2_{pio,e}$	1.413	38

10 položek a 2 měření, , p×I×O, ale:

- 10 položek: relativní faseta (zobecňujeme na těchto 10 položek, ne na všechny možné).
- 2 situace: absolutní faseta (zobecňujeme na všechna možná pozorování napříč časem).

Chybový rozptyl:

$$\sigma^2_\delta = \frac{\sigma^2_o}{N_o} + \frac{\sigma^2_{pi}}{N_p \times N_i} + \frac{\sigma^2_{po}}{N_p \times N_o} + \frac{\sigma^2_{io}}{N_i \times N_o} + \frac{\sigma^2_{pio,e}}{N_p \times N_i \times N_o}$$

$$= \frac{.030}{2} + \frac{.810}{1 \times 10} + \frac{.230}{1 \times 2} + \frac{.001}{10 \times 2} + \frac{1.413}{1 \times 10 \times 2} = .282$$

Koeficient zobecnitelnosti: $G = \frac{1{,}108}{1{,}108+0{,}482} = 0{,}797$

Příklad 4: Absolutní D-studie: Kritérium

Table 36–2
Estimated Variance Components in the Example $p \times i \times o$ design

Source	*Variance Component*	*Estimate*	*Percent of Total Variability*
Person (p)	σ^2_p	1.108	30
Item (i)	σ^2_i	0.102	03
Occasion (o)	σ^2_o	0.030	01
p × i	σ^2_{pi}	0.810	22
p × o	σ^2_{po}	0.230	06
i × o	σ^2_{io}	0.001	00
p × i × o, e	$\sigma^2_{pio,e}$	1.413	38

V některých situacích můžeme pracovat s **předem stanoveným absolutním kritériem λ**.

- Například klinické cut-off skóre, potřebný počet bodů k přijetí apod.

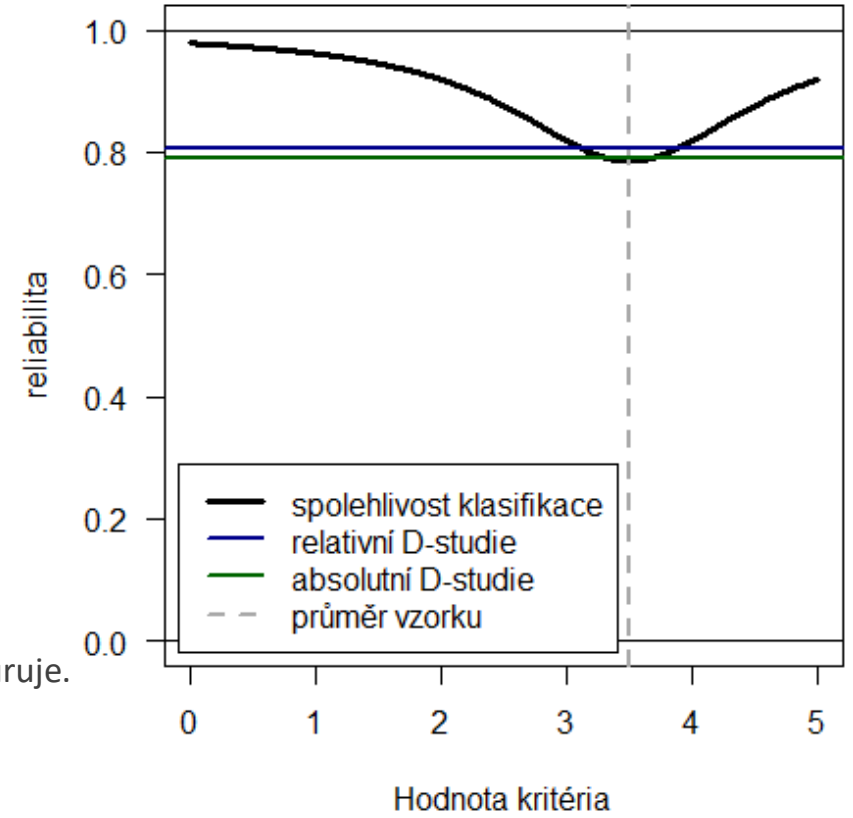
Koeficient spolehlivosti klasifikace:

$$\Phi_\lambda = \frac{\sigma_p^2 + (\bar{X} - \lambda)^2 - \sigma_{\bar{x}}^2}{\sigma_p^2 + (\bar{X} - \lambda)^2 - \sigma_{\bar{x}}^2 + \sigma_\Delta^2}$$

- $\bar{X}$ – pozorovaný průměr
- $\sigma_{\bar{x}}^2$ – chyba odhadu průměru (spočítaná pomocí absolutní D-studie).
  - Obdobný odhad jako σ_Δ^2, jen $N_p \neq 1$ a navíc komponenta $\frac{\sigma_p^2}{N_p}$.
  - V případě známého populačního průměru μ jej dosadíme namísto $\bar{X}$ a $\sigma_{\bar{x}}^2$ ve vzorci nefiguruje.

Φ_λ je vyšší, čím dále je kritérium λ od průměru osob μ.

Reliabilita klasifikace.



D-studie: absolutní

Uvažuje veškeré fasety jako náhodné, přičemž vliv těchto faset se může lišit napříč osobami.

Případně nás zajímá skór napříč všemi potenciálními prvky všech faset (typicky u kriteriálních výkonových testů):

- Relativní: 70 % správně z daných 10 položek.
- Absolutní: 70 % správně ze všech možných položek.

Zobecňuje tedy na universe score napříč celým (nejvyšším) prostorem zobecnění: **„universe of admissible observartions“**.

- Náhodný výběr položek, časů, hodnotitelů ze všech možných atd.
- Tento universe score bude mít tedy vyšší chybu než universe score ve kterémkoli více omezeném prostoru.

Smíšená D-studie: Vztah s CTT koeficienty

Vnitřní konzistence při designu G-studie $p \times i \times o$:

- Relativní D-studie: $p \times I \times o$, kde $N_o = 1$ (fixed) a I je fixed.
- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2 + \sigma_{po}^2}{\sigma_p^2 + \sigma_{po}^2 + \left(\sigma_{pI}^2 + \sigma_{pIo}^2\right)} = \bar{\alpha}$
- Rozptyl osob v jednom čase bude zahrnovat kolísání výkonu v čase σ_{po}^2.

Test-retest reliabilita při designu G-studie $p \times i \times o$:

- Smíšená D-studie: $p \times I \times o$, kde $N_o = 1$ (random) a I je fixed.
- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2 + \sigma_{pI}^2}{\sigma_p^2 + \sigma_{pI}^2 + \left(\sigma_{po}^2 + \sigma_{pIo}^2\right)} = r_{xx'}$
- „Reziduální závislost“ položek (tedy systematická část unikátního rozptylu) σ_{pI}^2 bude navyšovat rozptyl pravého skóre.

Reliabilita paralelních forem při designu G-studie $p \times (i : o)$:

- Absolutní D-studie: $p \times (I : o)$, kde $N_o = 1$ (random) a I je random.
- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \left(\sigma_{po}^2 + \sigma_{pI}^2 + \sigma_{pIo}^2\right)} = r_{xx'}$

Vnitřní konzistence při 2fasetovém designu G-studie $p \times i$:

- Relativní D-studie: $p \times I$
- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \sigma_{pI}^2} = \alpha$

Příklad 5: Srovnání designů D-studie
(S designem G-studie vždy p×i×o)

Table 36–2
Estimated Variance Components in the Example $p \times i \times o$ design

Source	*Variance Component*	*Estimate*	*Percent of Total Variability*
Person (p)	σ_p^2	1.108	30
Item (i)	σ_i^2	0.102	03
Occasion (o)	σ_o^2	0.030	01
p × i	σ_{pi}^2	0.810	22
p × o	σ_{po}^2	0.230	06
i × o	σ_{io}^2	0.001	00
p × i × o, e	$\sigma_{pio,e}^2$	1.413	38

Relativní: I=10 (relativní), O=2 (relativní)

- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2+\left(\sigma_{po}^2+\sigma_{pI}^2+\sigma_{pIO}\right)} = .806$

Smíšená: I=10 (relativní), O=2 (absolutní)

- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2+\left(\sigma_O^2+\sigma_{pO}^2+\sigma_{pI}^2+\sigma_{IO}^2+\sigma_{pIO}^2\right)} = .797$

Absolutní: I=10 (absolutní), O=2 (absolutní)

- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2+\left(\sigma_I^2+\sigma_O^2+\sigma_{pO}^2+\sigma_{pI}^2+\sigma_{IO}^2+\sigma_{pIO}^2\right)} = .791$

1 delší test p×I×o: I=10 (absolutní), O=1 (absolutní)

- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2+\left(\sigma_I^2+\sigma_o^2+\sigma_{po}^2+\sigma_{pI}^2+\sigma_{Io}^2+\sigma_{pIo}^2\right)} = .692$

Vnitřní konzistence: I=10 (relativní), O=1 (fixed)

- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2+\sigma_{po}^2}{\sigma_p^2+\sigma_{po}^2+\left(\sigma_{pI}^2+\sigma_{pIo}^2\right)} = .858$

Test-retest: I=10 (fixed), O=1 (relativní)

- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2+\sigma_{pI}^2}{\sigma_p^2+\sigma_{pI}^2+\left(\sigma_{po}^2+\sigma_{pIo}^2\right)} = .762$

Paralelní formy: I=10 (relativní), O=1 (relativní)

- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2+\left(\sigma_{pI}^2+\sigma_{po}^2+\sigma_{pIo}^2\right)} = .710$

2 krátké testy p×(I:O): I=2×5 (absolutní), O=1 (absolutní)

- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2+\left(\sigma_I^2+\sigma_o^2+\sigma_{po}^2+\sigma_{pI}^2+\sigma_{Io}^2+\sigma_{pIo}^2\right)} = .753$

Příklad 6: Vnitřní konzistence vs. relativní D-studie)

(S designem G-studie vždy p×i×o)

Table 36–2
Estimated Variance Components in the Example $p \times i \times o$ design

Source	*Variance Component*	*Estimate*	*Percent of Total Variability*
Person (p)	σ_p^2	1.108	30
Item (i)	σ_i^2	0.102	03
Occasion (o)	σ_o^2	0.030	01
p × i	σ_{pi}^2	0.810	22
p × o	σ_{po}^2	0.230	06
i × o	σ_{io}^2	0.001	00
p × i × o, e	$\sigma_{pio,e}^2$	1.413	38

RELATIVNÍ D-STUDIE

10 položek při jediné administraci: p×I×o

- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2+\left(\sigma_{pI}^2+\sigma_{po}^2+\sigma_{pIo}^2\right)} = .710$
- $\sigma_{po}^2 = \frac{.230}{1}$

10 položek při 10 administracích: p×(I:O)

- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2+\left(\sigma_{pI}^2+\sigma_{pO}^2+\sigma_{pIO}^2\right)} = .819$
- $\sigma_{pO}^2 = \frac{.230}{10}$

→ Reliabilita seřazení osob v rámci univerza všech možných položek a situací.

VNITŘNÍ KONZISTENCE (O FIXED)

10 položek při jediné administraci: p×I×o

- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2+\sigma_{po}^2}{\sigma_p^2+\sigma_{po}^2+\left(\sigma_{pI}^2+\sigma_{pIo}^2\right)} = .858$
- $\sigma_{po}^2 = \frac{.230}{1}$

10 položek při 10 administracích: p×(I:O)

- $\rho^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2+\left(\sigma_{pI}^2+\sigma_{pO}^2+\sigma_{pIO}^2\right)} = .819$
- $\sigma_{pO}^2 = \frac{.230}{10}$

→ Tyto odhady by poskytlo Cronbachovo alfa. Reliabilita seřazení v rámci daných situací.

Využití GT

Odhad reliability/chyby měření.

Vývoj testu: jak se změní reliabilita, pokud použiju jiný počet prvků z domény?

- S minimální finanční/časovou náročností maximalizovat reliabilitu testu.
- Obdoba SB věšteckého vzorce, ale pro více zdrojů chyb než „počet testů“.

GT je velmi cenná v případě, že máme skutečně paralelní položky.

- Např. tzv. škrtací testy pro měření reakčního času, kde jsou dílčí položky řazené do bloků (a třeba testované opakovaně).

Využití GT: Optimální počet prvků faset

Seminární práce. Variuji:

- počtem hodnotitelů;
- počtem hodnocených prací.

Pokud např. chci investovat na každého studenta max. čtyři hodnocené práce, co je nejvýhodnější?

- A) 4 pokusy, 1 hodnotitel
- B) 2 pokusy, 2 hodnotitelé
- C) 3 pokusy, 1 hodnotitel
- D) 1 pokus, 4 hodnotitelé

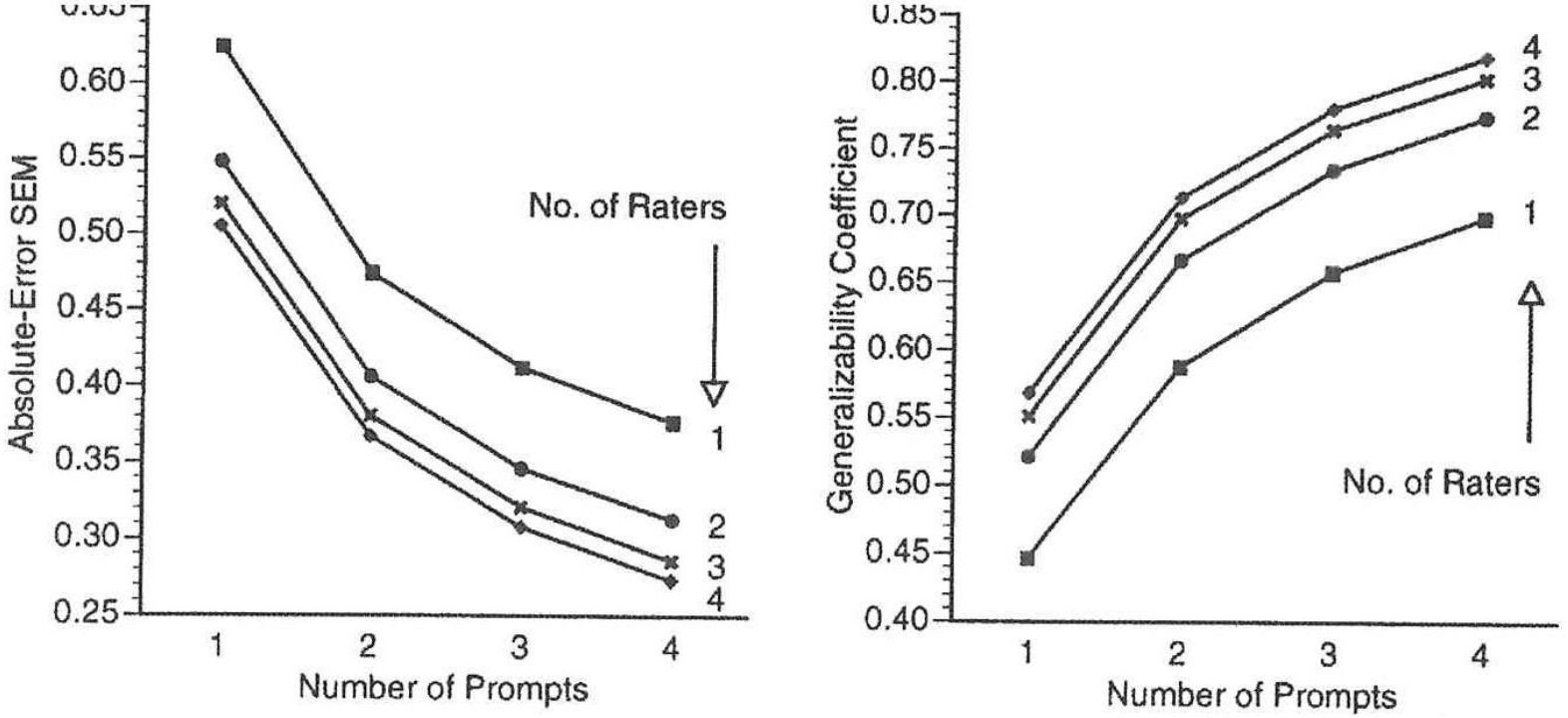


FIGURE 1.2. $\hat{\sigma}(\Delta)$ and $E\hat{\rho}^2$ for scenario with $p \times T \times R$ design.

Převzato z Brennan (2001) – jde o jiná data než výše.

Využití GT: Multilevel design

Prvkem měření nemusí být respondent, ale např. školní třída (pak je faseta „žáci“ chybou).

Občas nejsou prvky „crossed“, ale „nested“. Např. žáci patří právě do jedné třídy, nepozorujeme je ve více třídách (c=class, S=student, I=item):

- G-studie: (s:c)×i
- D-studie pro žáka *uvnitř* třídy: (s:C)×I (C je relativní)
- D-studie pro žáka *napříč* třídami vč. efektu třídy: (s:C)×I (C je fixed)
- D-studie pro žáka *napříč* třídami po kontrole efektu třídy: (s:C)×I (C je absolutní)
- D-studie pro účely srovnání tříd: (S:c)×I (S je absolutní)

Pokud byl design G-studie rozsáhlejší než design D-studie, může se stát, že se rozptyl universe skóru skládá z více rozptylových komponent: skryté (hidden) fasety.

- V příkladu výše zobecnění výkonu žáka uvnitř vs. napříč třídami.
- Doporučuji držet co nejkomplexnější design G-studie, případně alespoň stejný, jako je D-studie.
- Ale nedává smysl nevyužít v G-studii informace, které jsou k dispozici (proto co nejkomplexnější).

Využití GT: pevné kovariáty

Příklad: Mám velmi malý vzorek dat výkonového testu u malých dětí.

- Výkon výrazně roste v čase.
- Mohu spočítat reliabilitu pro celý vzorek dohromady – nadhodnocení systematickým vlivem věku.
- Na odhad pro jednotlivé kohorty zvlášť (žádoucí!) nemám ale dost dat.

Řešení: vložení věku jako pevného kovariátu (fixed effect) pro očištění random efektů.

- `lme4` syntax: `model <- "response ~ (1 | person) + (1 | item)` **`+ age + I(age^2)"`**

Výsledkem je odhad rozptylu osob „po kontrole věku“ (a jeho kvadrátu).

Odhad reliability za předpokladu, že je shodná pro všechny věkové kohorty.

- Že je shodný rozptyl výkonu osob i chybový rozptyl v každé kohortě stejný =
  = věkové kohorty jsou „paralelní“ (avšak nikoli striktně paralelní) skupiny osob

Užitečné při vývoji testů a pilotních studiích s malým vzorkem.

GT: závěrem

Při zobecnění na více položek shodné výsledky s S-B vzorcem.

Lze mít také více závislých proměnných (multivariate analysis of variance, MANOVA):

- Odhad reliability kompozitu, rozdílových skórů, profilu apod.
- Analogie k velmi zjednodušenému strukturnímu modelu.

Výhodné při standardizaci testů, kde je přítomno více zdrojů chyb

- Např. examinátor-retest-položky.
- Minimum výhod při využití prostého odhadu test-retest reliability pomocí korelace celkových skórů, GT poskytne více informací.

Nepříliš doceněná (člověk musí rozumět, aby mohl použít).

Doporučuji: **Brennan, R. L. (2001). *Generalizability Theory.* New York: Springer.**

- Drobné texty viz studijní materiály.

Srovnání GT a model-based/dimension free konceptu reliability

Minulá přednáška o CTT: model-based vs. dimension free-reliabilita.

- Realismus: Co je měřeným rysem? Jak moc „paralelně“ jej dílčí indikátory měří?
- Relativní srovnání (ale absolutní lze implementovat).
- Zpravidla jen jeden zdroj chyby = položka (ale existují hierarchické a MTMM modely).

GT: Operacionalismus.

- Náhodný výběr prvků z domény zajišťuje asymptotickou tau-ekvivalenci vybraných prvků.
- Zobecňujeme na celý prostor nebo jen na vybrané prvky?
- Analogie k hierarchické i celkové reliabilitě.
  - Rozptyl určité fasety lze považovat za chyby nebo součást měření.

Obojí je zcela odlišný pohled na měření.

- Oba přístupy ale kombinují multifastové IRT modely.

Vnitrotřídní korelace: standardizovaná GT pro jednofasetový p×i design

Shrout a Fleiss (nejběžnější)	McGraw a Wong (občasně používané)	GT design
ICC(1,1)	One-way random, single score *ICC*(1)	i:p (jediná faseta plus error, N_e=1) *Hodnotitelé se neopakují.*
ICC(2,1)	Two-way random, single score *ICC*(A,1)	p×i (absolutní, N_i = 1) *Stejní hodnotitelé, vybraní náhodně.* *Tohle chcete ve většině případů.*
ICC(3,1)	Two-way mixed, single score *ICC*(C,1)	p×i (relativní, N_i = 1) *Stejní hodnotitelé, nezobecňuji na všechny možné.*
ICC(1,k)	One-way random, average score *ICC*(k)	I:p (jediná faseta plus error, N_e=k)
ICC(2,k)	Two-way random, average score *ICC*(A,k)	p×I (absolutní, N_i = k)
ICC(3,k)	Two-way mixed, average score *ICC*(C,k)	p×I (relativní, N_i = k) ICC(3,k) = Cronbachovo α

Ukazatel shody posuzovatelů. Reliabilita při hodnocení 1 posuzovatelem.

Reliabilita celkového hodnocení, tj. průměru všech posuzovatelů.

A=agreement (shoda hodnocení), C=consistency (konzistence pořadí), k=počet hodnotitelů/skupin.