

Dluhy a plnění – úroky (s řešením)

1. Kolik bude mít za rok celkem naspořeno střadatel, který na počátku roku uloží 10.000,- Kč na spořicí účet s roční úrokovou sazbou 8 %, pokud je úročení

a) jednoduché,

b) složené s roční kapitalizací,

c) složené s měsíční kapitalizací,

d) složené s denní kapitalizací,

***e) spojitě?**

a) Je-li úročení jednoduché, pak se úrok počítá zvlášť a za rok přibude úrok ve výši roční úrokové sazby vypočtený z původního vkladu. Po celou dobu se jistina nemění. Tedy *naspořená částka = jistina x (1 + úroková míra)*, tj. $10.000 \times (1 + 8 \%) = 10.000 \times (1 + 0,08) = \mathbf{10.800,- \text{ Kč}}$. Pozn.: jednička v závorce, která se přičítá k úrokové míře reprezentuje původní jistinu. Pokud by tam nebyla, vypočítali bychom jen úrok, a ten bychom přičetli k původní jistině.

b) Je-li úročení složené, je třeba nejdříve vypočítat úrok za období kapitalizace, ten přičíst k jistině (případně vypočítat přímo naspořenou částku za období kapitalizace), tu stanovit jako novou jistinu a znova počítat úrok za další období kapitalizace tak dlouho, až vyčerpáme celé období úročení. V našem případě je kapitalizace roční, vypočteme tedy naspořenou částku za rok, což bude **10.800,- Kč** (viz předchozí bod). Jelikož jsme tím vyčerpali celé období úročení, je to zároveň výsledek příkladu.

c) Opět nejdříve musíme spočítat naspořenou částku za období kapitalizace, které je nyní 1 měsíc. Abychom ji mohli spočítat, musíme nejdříve spočítat měsíční úrokovou míru. Je-li roční úroková míra 8 % a měsíců v roce je 12, musíme roční úrokovou míru vydělit 12, dostaneme 2/3 %. Dále pro měsíční naspořenou částku počítáme stejně jako v předchozím bodě: $10.000 \times (1 + 2/3 \%)$, tj. 10.066,67 Kč. Tuto částku použijeme jako jistinu pro další měsíc: $10.066,67 \times (1 + 2/3 \%)$ a výpočet opakujeme celkem 12 x (pro každý měsíc). Pokud bychom nepočítali mezivýpočty, vypadalo by to takto: $10.000 \times (1 + 2/3 \%) \times (1 + 2/3 \%) \times \dots \times (1 + 2/3 \%)$, přičemž závorka by se opakovala 12 x. Tedy: $10.000 \times (1 + 2/3 \%)^{12} = \mathbf{10.830,- \text{ Kč}}$.

d) Počítáme úplně stejně jako v předchozím bodě, jen číslo 12 pro měsíce v roce nahradíme počtem dní v roce, např. 365 (viz kapitola počítání času): $10.000 \times (1 + 8 \%/365)^{365} = \mathbf{10.832,78 \text{ Kč}}$. Můžeme tedy zobecnit: *naspořená částka = vložená částka x (1 + úroková sazba/počet jednotek kapitalizace v době úrokové sazby)^{počet jednotek kapitalizace v době úrokové sazby}*.

*e) Počítáme stejně jako v předchozím bodě. Jelikož se ale při spojitém úročení úročí v každém okamžiku, počet jednotek kapitalizace v době úrokové sazby je nekonečný. Vypočteme tedy limitu vzorce pro počet jednotek kapitalizace v době úrokové sazby jdoucí k nekonečnu. Získáme:

naspořená částka = vložená částka $\times e^{\text{úroková míra} \times n}$, kde n je počet období úrokové sazby, za které naspořenou částku počítáme (je-li úroková sazba roční a počítáme-li roční spoření, bude $n = 1$; jestliže bychom počítali půlroční spoření, bylo by $n = 1/2$, apod.), a e je Eulerovo číslo (základ přirozeného logaritmu). V našem případě tedy: $10.000 \times e^{0,08 \times 1} = 10.832,87$ Kč.

2. Dluh 750.000,- Kč měl být splněn do 15. února 2020. Dlužník zaplatil 16. prosince 2023. Kolik má zaplatit na úrocích z prodlení?

Nejdříve zjistíme úrokovou sazbu. První den kalendářního pololetí, ve kterém došlo k prodlení (16. 2. 2020), je 1. 1. 2020. 2T repo sazba byla před 1. 1. 2020 stanovena naposledy 3. 5. 2019 na 2 %. Sazba úroku z prodlení je tedy 10 % p. a. (tj. roční). Délka prodlení je 1400 dnů (viz Počítání času). Přepočteme roční sazbu na sazbu za dobu prodlení tak, že vydělíme roční sazbu počtem dnů v roce a vynásobíme počtem dnů prodlení: $10 \% / 365 \times 1400 = 38,36 \%$. Takto přepočtenou úrokovou sazbou vynásobíme jistinu, a tím vypočteme úrok: $750.000,- \text{ Kč} \times 38,36 \% = 287.671,23$ Kč.