

Integrální počet

Integrace parciálních zlomků

Interaktivní kvízy

Robert Mařík

8. března 2007

Vyzkoušejte dva, tři nebo dvacet dalších mých kvízů a potom mi prosím vyplňte na webu. Děkuji!



UNIVERSITAS
RINCONDELIANA
CULTURAE
SINENSIS
BEIJINGENSIS

ROBERT MAŘÍK
Parciální zlomky
file int-parfrac-CZ.tex

Typ A
Typ B
Typ C
Typ D

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶


Strana 1 z 13

Zpět


Full Screen

Zavřít

←

- V tomto souboru si rozdělíme parciální zlomky do několika kategorií a procvičíme si, jak integrovat v jednotlivých případech. (Případ násobných komplexně sdružených kořenů vynecháme.)
- Vyplňte v testu vždy prázdná políčka a stiskněte **Enter**.
- Zelený okraj políčka znamená správnou odpověď, červený špatnou.
- Jako obvykle, pro nápovědu můžete použít tlačítko . Nedělejte to však příliš často, protože všechny výpočty jsou relativně snadné a početně málo obtížné (procvičujeme hlavně metodu).

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN
FAKULTÄT FÜR
INGENIEURWISSENSCHAFTEN



ROBERT MAŘÍK
Parciální zlomky

file int-parfrac-CZ.tex

Typ A
Typ B
Typ C
Typ D

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

Strana 2 z 13

Zpět

Full Screen

Zavřít

←

1. Typ A



ROBERT MAŘÍK

Parciální zlomky

file: int-parfrac-CZ.tex

Typ A

Typ B

Typ C

Typ D

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 3 z 13

Zpět

Full Screen

Zavřít

Ú

Kvíz. Parciální zlomek tvaru $\frac{A}{x-c}$ zintegrujeme snadno pomocí vzorce

$$\int \frac{A}{x-c} dx = A \ln(|x-c|) + C.$$

1. $\int \frac{4}{x+3} dx =$ + C

2. $\int \frac{3}{x-7} dx =$ + C

3. $\int \frac{5}{x+9} dx =$ + C

4. $\int \frac{10}{x+6} dx =$ + C

5. $\int \frac{5}{x+1} dx =$ + C

$$6. \int \frac{-1}{x+3} dx = \quad + C$$

$$7. \int \frac{5}{x-9} dx = \quad + C$$

$$8. \int \frac{7}{x-4} dx = \quad + C$$

$$9. \int \frac{3}{x+2} dx = \quad + C$$

$$10. \int \frac{9}{x} dx = \quad + C$$

$$11. \int \frac{8}{x-2} dx = \quad + C$$

$$12. \int \frac{5}{x-4} dx = \quad + C$$

$$13. \int \frac{6}{x+\sqrt{2}} dx = \quad + C$$



ROBERT MAŘÍK

Parciální zlomky

file int-parfrac-CZ.tex

Typ A

Typ B

Typ C

Typ D

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

Strana 4 z 13

Zpět

Full Screen

Zavřít

↑

2. Typ B

Kvíz. Parciální zlomek tvaru $\frac{A}{(x-c)^n}$, $n > 1$ zintegrujeme pomocí vzorce

$$\int \frac{A}{(x-c)^n} dx = \int A(x-c)^{-n} dx = A \frac{(x-c)^{-n+1}}{-n+1} = \frac{A}{(1-n)(x-c)^{n-1}} + C.$$

$$1. \int \frac{1}{(x+5)^2} dx = \quad + C$$

$$2. \int \frac{5}{(x-2)^3} dx = \quad + C$$

$$3. \int \frac{6}{(x-1)^7} dx = \quad + C$$

$$4. \int \frac{6}{(x+5)^3} dx = \quad + C$$

$$5. \int \frac{5}{x^2} dx = \quad + C$$

$$6. \int \frac{12}{x^3} dx = \quad + C$$

$$7. \int \frac{12}{x^2} dx = \quad + C$$

$$8. \int \frac{12}{x^4} dx = \quad + C$$

$$9. \int \frac{1}{(x+2)^2} dx = \quad + C$$

$$10. \int \frac{1}{(x+1)^5} dx = \quad + C$$

$$11. \int \frac{3}{(x-1)^3} dx = \quad + C$$



ROBERT MAŘÍK

Parciální zlomky

file int-parfrac-CZ.tex

Typ A

Typ B

Typ C

Typ D

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 6 z 13

Zpět

Full Screen

Zavřít

Ú

3. Typ C

Parciální zlomek tvaru $\frac{Ax + B}{x^2 + \beta^2}$ zapíšeme jako lineární kombinaci dvou *speciálních* zlomků. Čítec prvního zlomku bude $2x$ (derivace jmenovatele) a čítec druhého zlomku bude 1 . Potom využijeme vzorce

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|x| + C$$

a

$$\int \frac{1}{x^2 + \beta^2} dx = \frac{1}{\beta} \operatorname{atan} \frac{x}{\beta} + C$$

Kvíz. Dopište koeficienty lineární kombinace (čísla) do modrých políček a poté najděte primitivní funkci.

$$1. \int \frac{3x+7}{x^2+9} dx = \int \frac{2x}{x^2+9} + \frac{1}{x^2+9} dx$$

$$= \quad \quad \quad + C$$

$$2. \int \frac{5x-2}{x^2+25} dx = \int \frac{2x}{x^2+25} + \frac{1}{x^2+25} dx$$

$$= \quad \quad \quad + C$$

$$3. \int \frac{x+1}{x^2+4} dx = \int \frac{2x}{x^2+4} + \frac{1}{x^2+4} dx$$

$$= \quad \quad \quad + C$$

$$4. \int \frac{4x-6}{x^2+3} dx = \int \frac{2x}{x^2+3} + \frac{1}{x^2+3} dx$$


$$= \quad \quad \quad + C$$

$$5. \int \frac{7x+1}{x^2+5} dx = \int \frac{2x}{x^2+5} + \frac{1}{x^2+5} dx$$

= + C

$$6. \int \frac{4-3x}{x^2+9} dx = \int \frac{2x}{x^2+9} + \frac{1}{x^2+9} dx$$

= + C



ROBERT MAŘÍK
Parciální zlomky

file int-parfrac-CZ.tex

Typ A
Typ B
Typ C
Typ D

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

Strana 9 z 13

Zpět

Full Screen

Zavřít

4. Typ D

Parciální zlomek typu $\frac{Ax + B}{x^2 + \beta x + \gamma}$ integrujeme podobně jako předchozí

typ: napíšeme zlomek jako lineární kombinaci dvou speciálních zlomků: čítec prvního zlomku bude $2x + \beta$ (derivative jmenovatele) a čítec druhého zlomku bude 1. Ve jmenovateli druhého zlomku doplníme na čtverec a integrujeme podle vzorců

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|x| + C$$

a

$$\int \frac{1}{(x + m)^2 + n^2} dx = \frac{1}{n} \operatorname{atan} \frac{x + m}{n} + C.$$

Kvíz.

- Upravte nejprve zadanou funkci na požadovaný tvar – musíte najít správná čísla, která je nutno vepsat do modrých políček a derivaci jmenovatele (do červeného políčka) tak aby se funkce v prvním a druhém integrálu rovnaly.

- Nakonec napište celou primitivní funkci do bílého políčka. Integrační konstantu můžete vynechat.

$$1. \int \frac{x}{x^2 + 2x + 2} dx = \int \frac{x}{x^2 + 2x + 2} + \frac{1}{(x +)^2 + } dx$$

$$= \quad \quad \quad + C$$

$$2. \int \frac{2x + 1}{x^2 + 4x + 9} dx = \int \frac{2x + 1}{x^2 + 4x + 9} + \frac{1}{(x +)^2 + } dx$$

$$= \quad \quad \quad + C$$

$$3. \int \frac{3x + 1}{x^2 - 2x + 9} dx = \int \frac{3x + 1}{x^2 - 2x + 9} + \frac{1}{(x +)^2 + } dx$$

$$= \quad \quad \quad + C$$

UNIVERZITA J. KEPLERA
 PRAHA
 FAKULTA
 VÝUKOVNÉHO ÚSTŘEDÍ
 ROBERT MAŘÍK
 Parciální zlomky
 file int-partrac-CZ.tex

Typ A
 Typ B
 Typ C
 Typ D

Úvodní strana
 Print
 Titulní strana
 << >>
 < >
 Strana 11 z 13
 Zpět
 Full Screen
 Zavřít

$$4. \int \frac{-5x - 7}{x^2 + 8x + 20} dx = \int \frac{\quad}{x^2 + 8x + 20} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$

$$5. \int \frac{x - 1}{x^2 - 6x + 10} dx = \int \frac{\quad}{x^2 - 6x + 10} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$


$$6. \int \frac{x - 1}{x^2 + x + 1} dx = \int \frac{\quad}{x^2 + x + 1} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$

$$7. \int \frac{3x + 7}{x^2 + 10x + 29} dx = \int \frac{\quad}{x^2 + 10x + 29} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$

UNIVERSITÄT SILESIJA OPAWA



ROBERT MAŘÍK
Parciální zlomky

file int-parfrac-CZ.tex

Typ A

Typ B

Typ C

Typ D

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

Strana 12 z 13

Zpět

Full Screen

Zavřít

$$8. \int \frac{x-1}{x^2-4x+6} dx = \int \frac{1}{x^2-4x+6} + \frac{1}{(x+)^2+} dx$$

$$= \quad \quad \quad + C$$

$$9. \int \frac{x+7}{x^2-4x+8} dx = \int \frac{1}{x^2-4x+8} + \frac{1}{(x+)^2+} dx$$

$$= \quad \quad \quad + C$$

$$10. \int \frac{x}{x^2-x+1} dx = \int \frac{1}{x^2-x+1} + \frac{1}{(x+)^2+} dx$$

$$= \quad \quad \quad + C$$

$$11. \int \frac{5x-6}{x^2+2x+10} dx = \int \frac{1}{x^2+2x+10} + \frac{1}{(x+)^2+} dx$$

$$= \quad \quad \quad + C$$