

# Brýlová optika

**kontakt:**

doc. RNDr. Radim Chmelík, PhD.  
Ústav fyzikálního inženýrství FSI VUT v  
Brně  
e-mail: [chmelik@fme.vutbr.cz](mailto:chmelik@fme.vutbr.cz)  
tel. 54114 2795

# Brýlová optika

## stručná osnova:

- Základní vztahy geometrické optiky
- Gullstrandovo schématické oko, optotypy
- Sférická ametropie (myopie, hypermetropie, afakie)
- Povaha axiální refrakce
- Akomodace oka
- Brýlové čočky (druhy, výpočty)
- Oční astigmatismus a jeho korekce

# Brýlová optika

kontrola a hodnocení studia:

2. semestr: 2 kontrolní práce (50+50 bodů) → zápočet (> 49 bodů)

3. semestr: 2 kontrolní práce (50 + 50 bodů) → zápočet (> 49 bodů), pak zkouška

# **Základy optiky, geometrická (paprsková) optika**

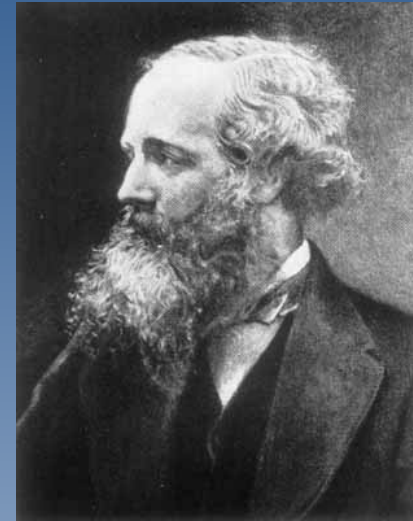
$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q \quad \text{Gaussův zákon}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \iiint_{S(C)} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Ampérův-Maxwellův zákon

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \text{Gaussův zákon pro magnetické pole}$$

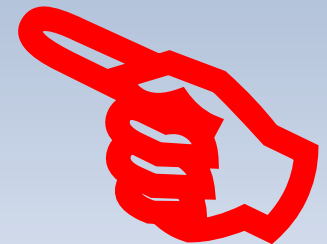
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \iiint_{S(C)} \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \text{Faradayův zákon}$$



$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Lorentzova síla

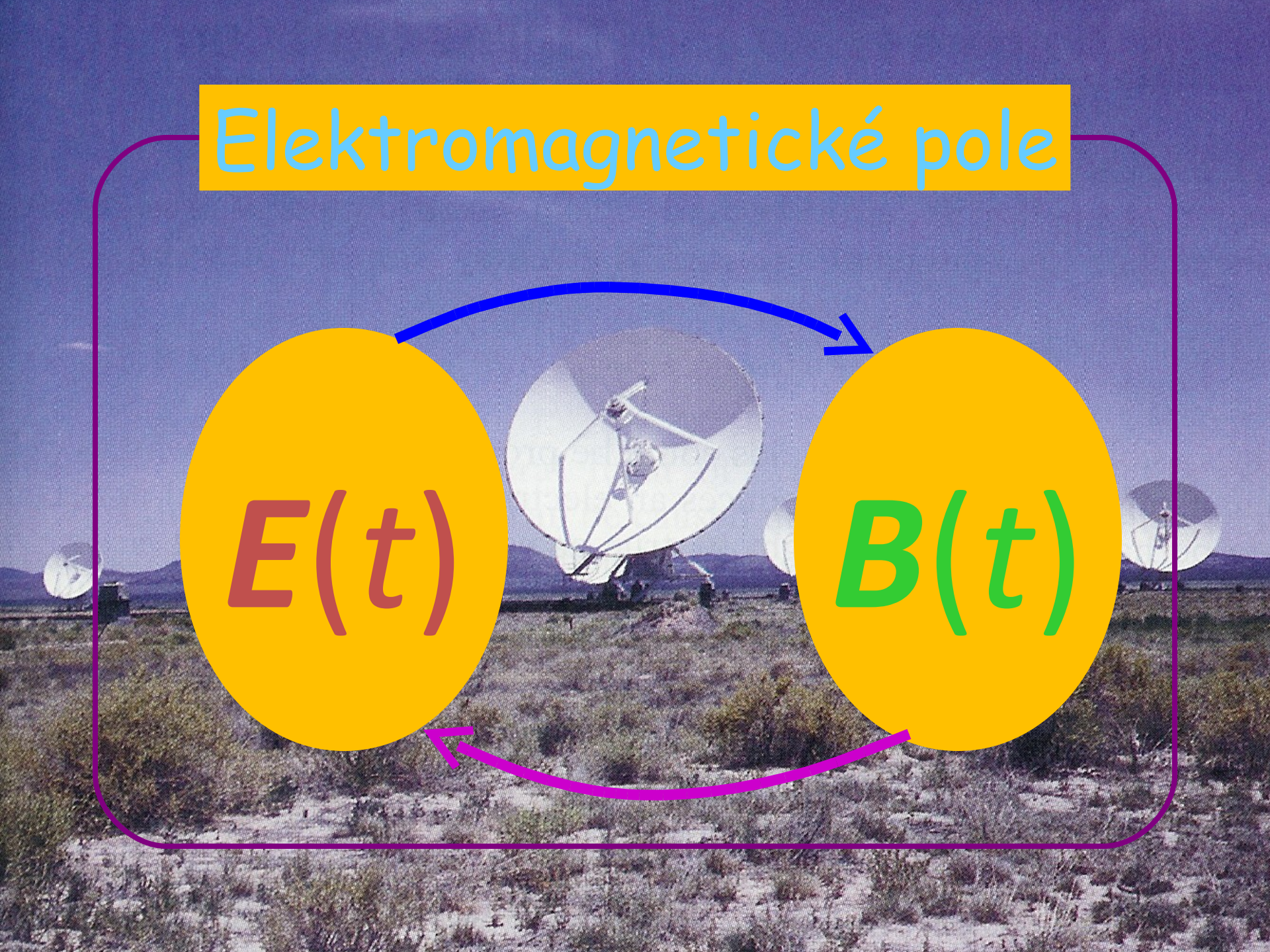
# Maxwellovy rovnice



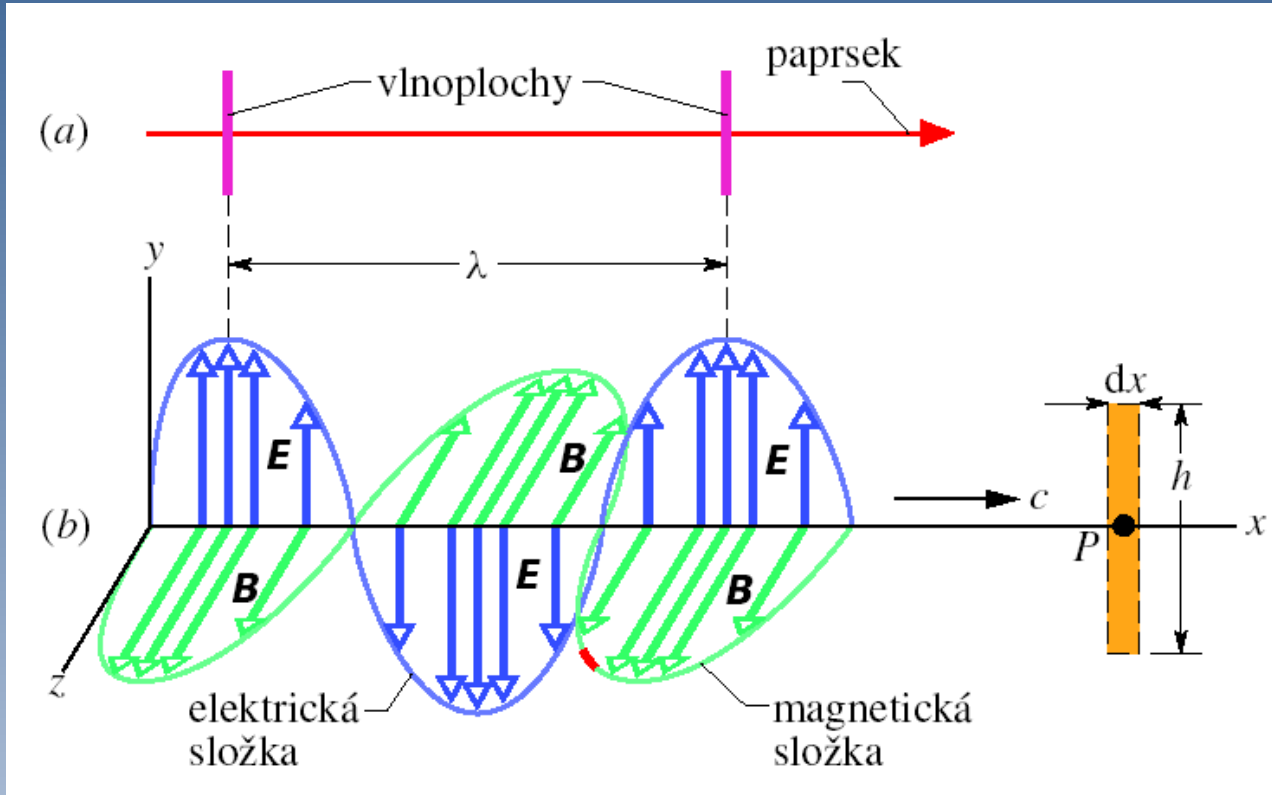
# Elektromagnetické pole

$E(t)$

$B(t)$



# Rovinná elektromagnetická vlna

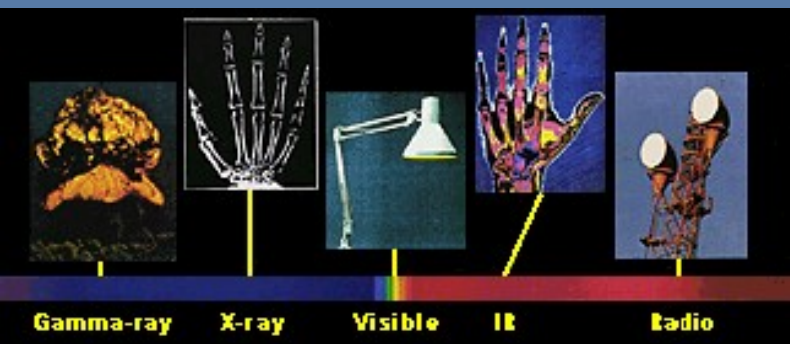


$$E = E_m \sin(kx - \omega t)$$

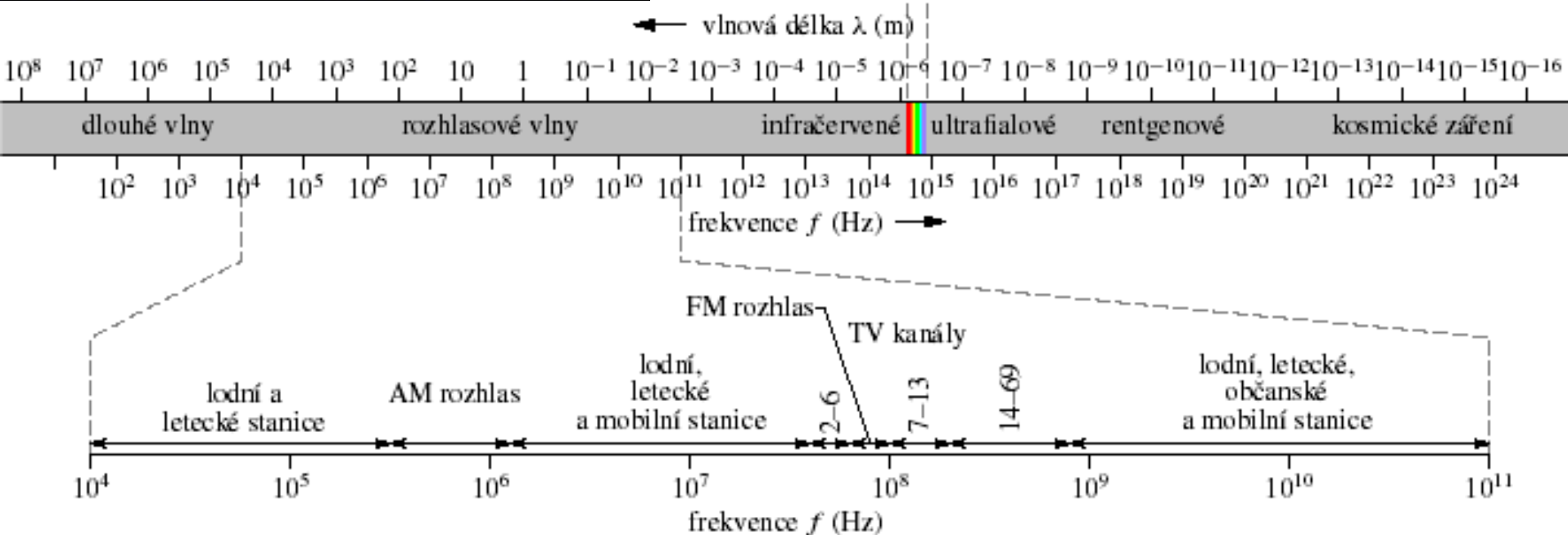
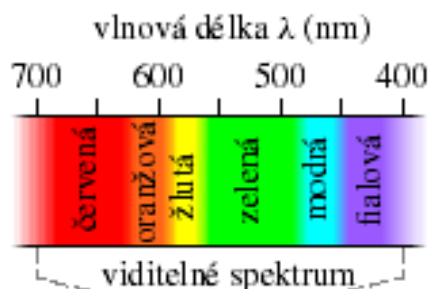
$$B = B_m \sin(kx - \omega t)$$

- světlo je příčným (postupným) vlněním
- postupná vlna je tvořena elektrickým ( $E$ ) a magnetickým ( $B$ ) polem

# Maxwellova duha



Gamma-ray X-ray Visible IR Radio





## Approximate wavelength (in vacuum) and frequency ranges for the various colours

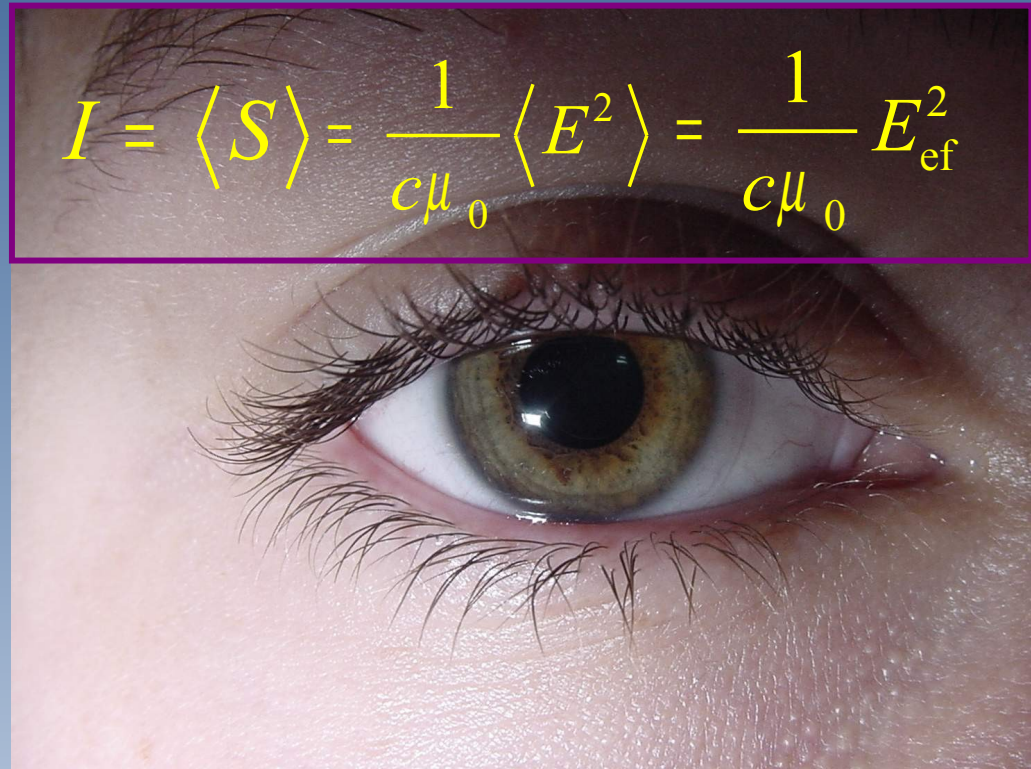
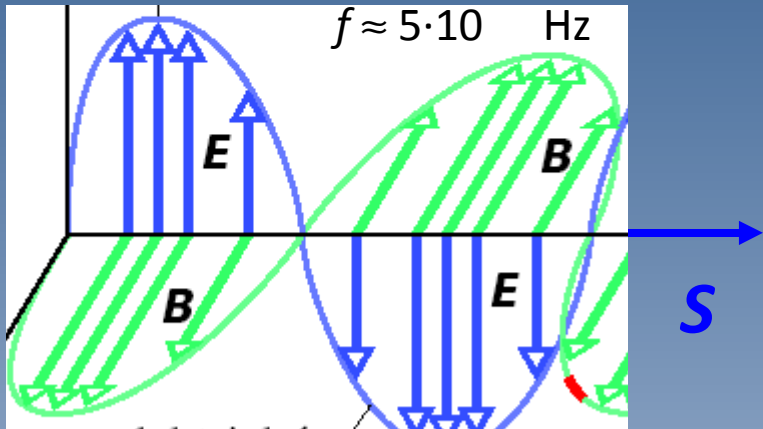
Colour	Wavelength (nm)	Frequency (THz) (10 <sup>12</sup> Hz)
Red	780 - 622	384 - 482
Orange	622 - 597	482 - 503
Yellow	597 - 577	503 - 520
Green	577 - 492	520 - 610
Blue	492 - 455	610 - 659
Violet	455 - 390	659 - 769

1 terahertz (THz) =  $10^3$  GHz =  $10^6$  MHz =  $10^{12}$  Hz

1 nm =  $10^{-3}$   $\mu$ m =  $10^{-6}$  mm =  $10^{-9}$  m

The **white** light is a mixture of the colours of the visible spectra

# Intenzita záření, intenzita světla



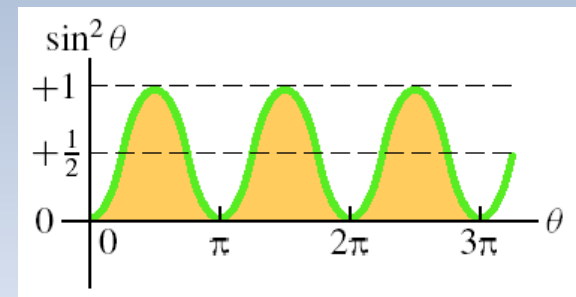
$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \rangle = \frac{1}{c\mu_0} E_{\text{ef}}^2$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

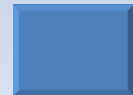
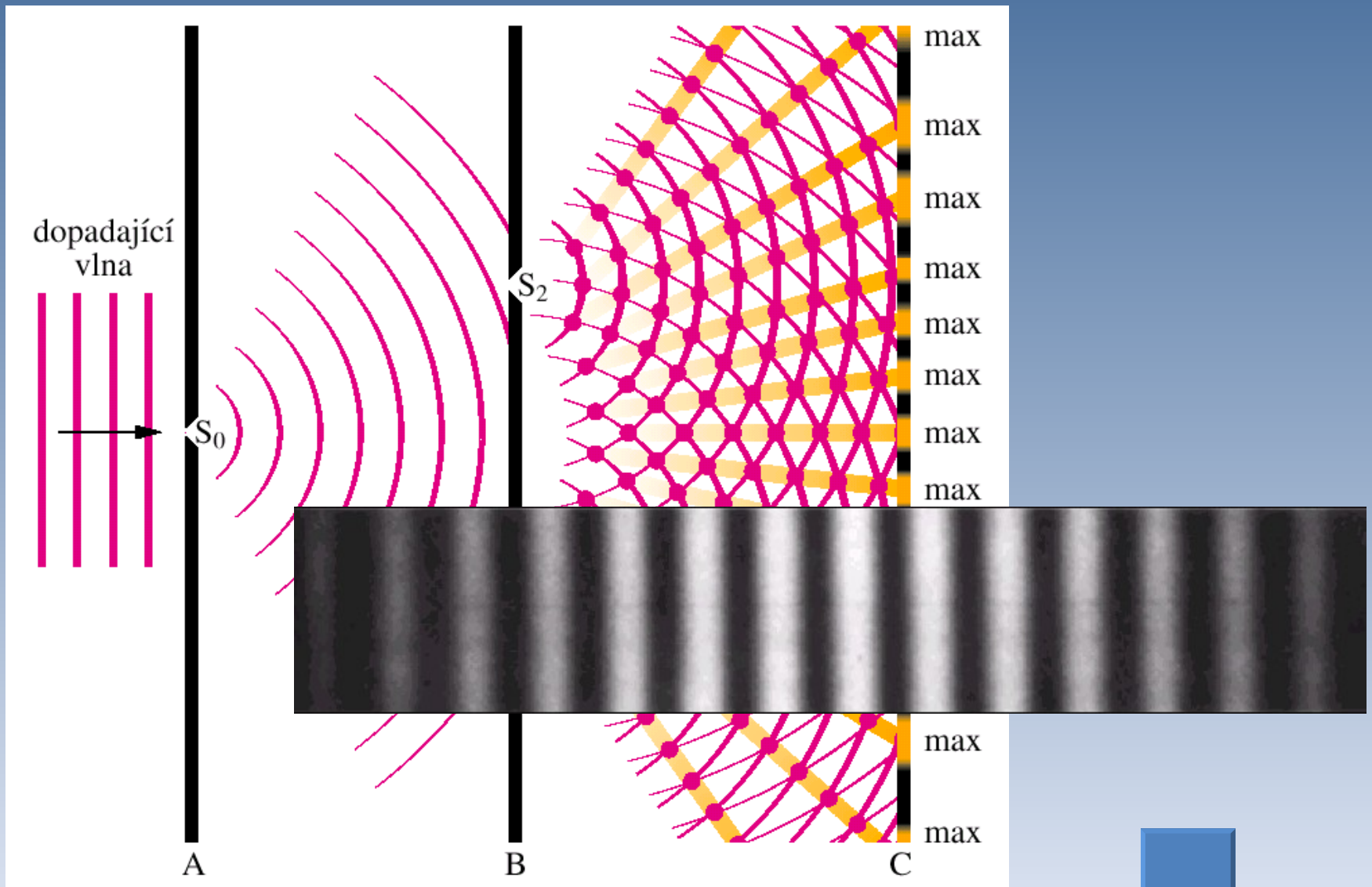
$$\langle S \rangle = \frac{1}{\mu_0} \langle E \underbrace{B}_{E/c} \rangle = \frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \rangle$$

$$E = E_m \sin(kx - \omega t)$$

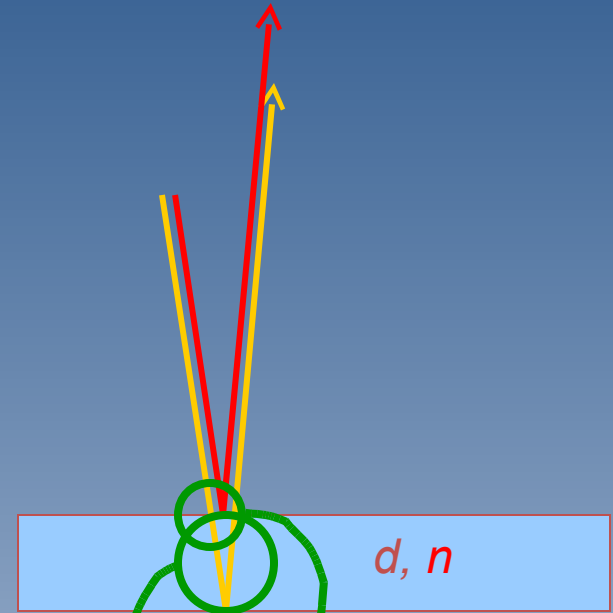
$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E_m^2 \sin^2(kx - \omega t) dt = \frac{E_m^2}{2} = E_{\text{ef}}^2$$



# Youngův pokus (interference světla)



# Interference na tenké vrstvě



$$\Delta \varphi = 2kd + \pi = 4\pi \frac{nd}{\lambda} + \pi$$

maxima pro:

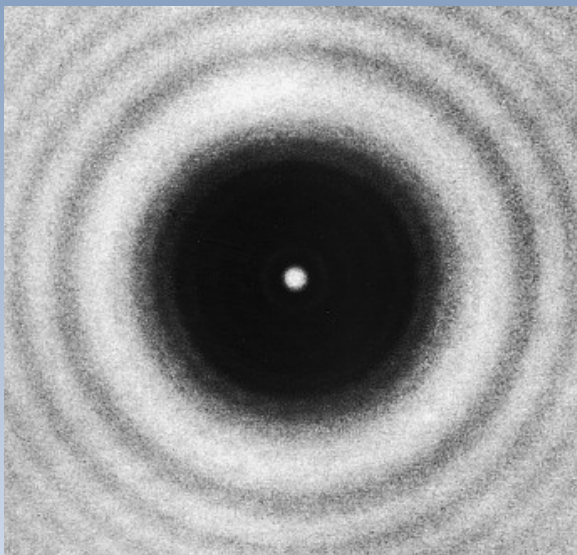
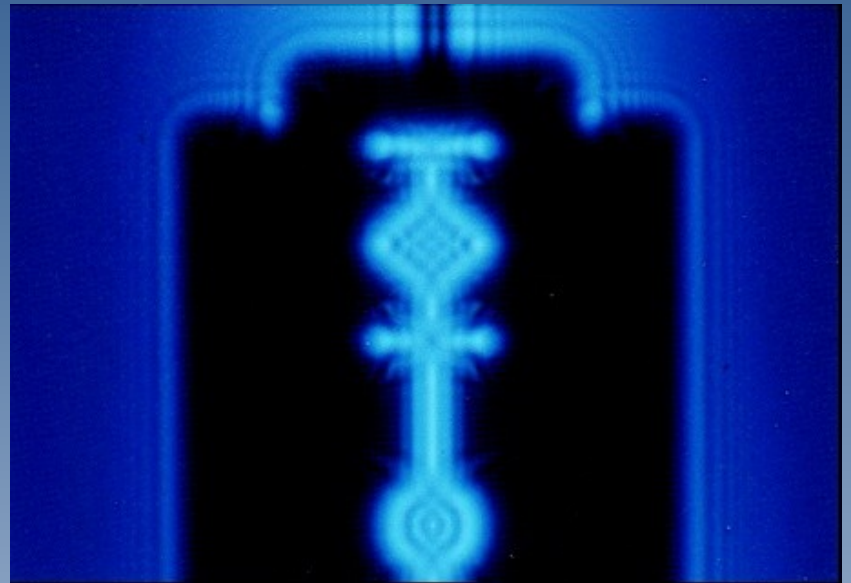
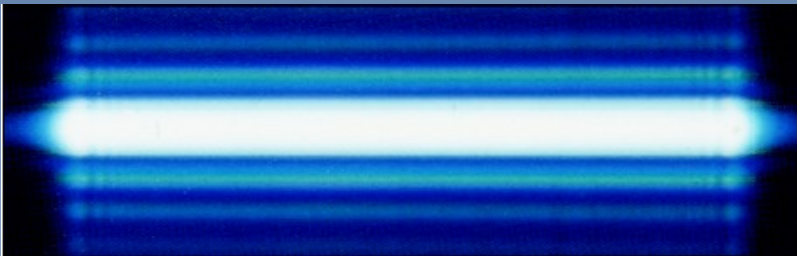
$$\Delta \varphi = m2\pi$$

$$\frac{2nd}{\lambda} = m - \frac{1}{2}$$

# Difrakce

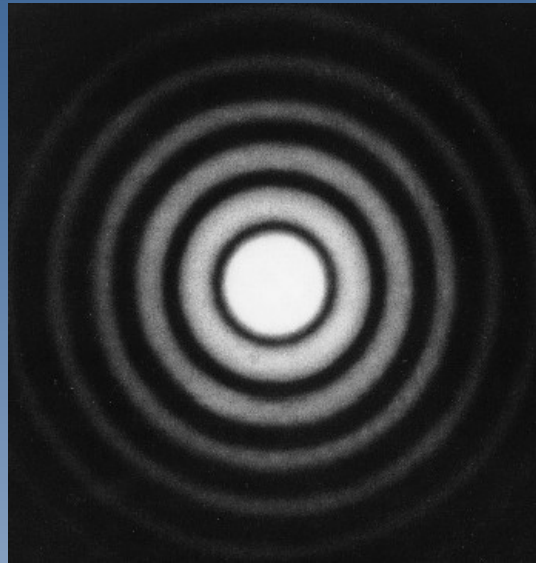
na žiletce

na štěrbině

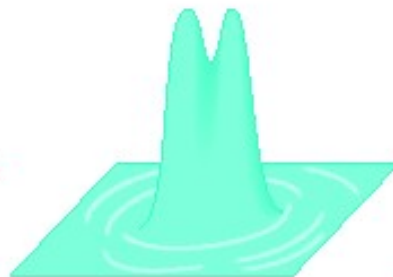
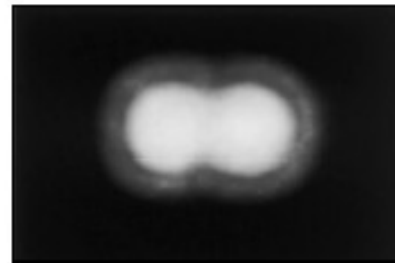
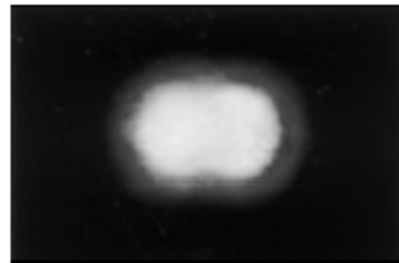
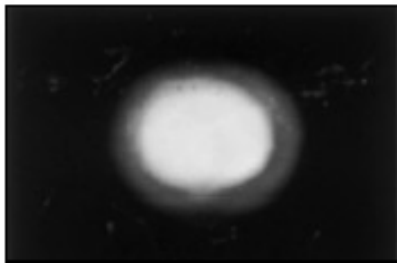


na kuličce (Fresnelova  
světlá stopa - 1821)

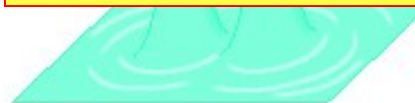
# Difrakce



na kruhovém otvoru

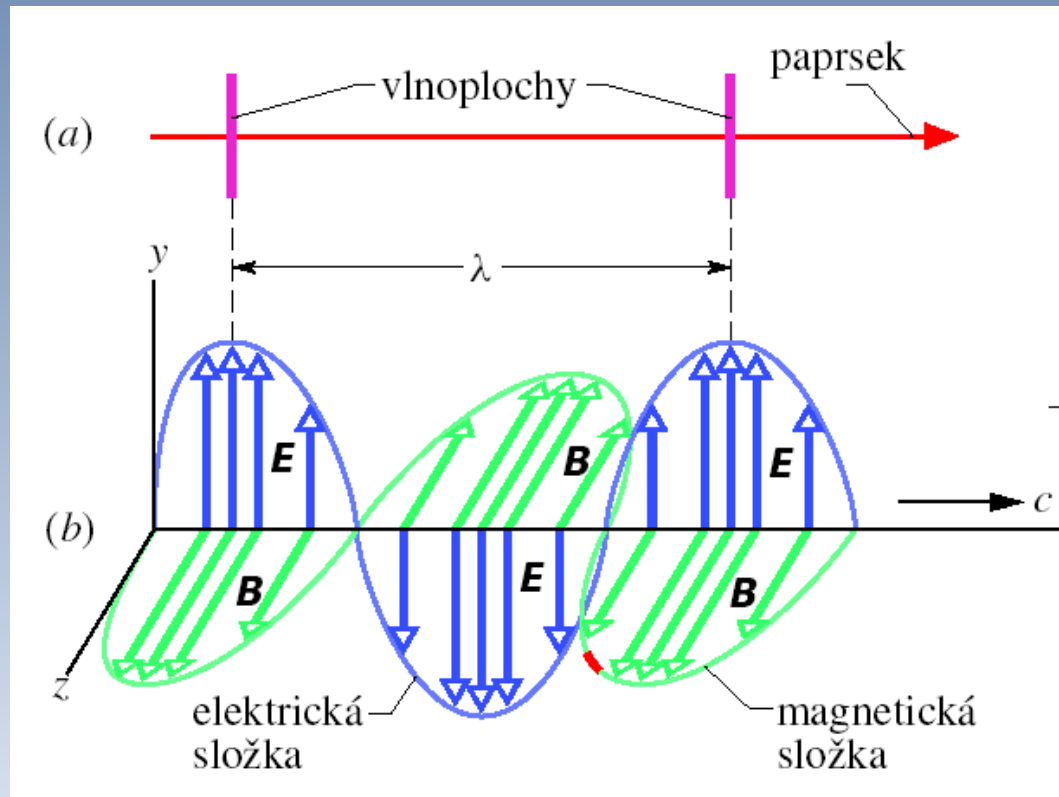


$$\theta_R = \frac{1,22\lambda}{d} \quad (\text{Rayleighovo kritérium}).$$



# Geometrická optika

- **aproximace pro  $\lambda \rightarrow 0$**
- není difrakce – **přímočaré šíření světla v homogenním prostředí**
- není interference – **jednotlivé paprsky jsou vzájemně nezávislé**
- energie se šíří podél paprsků – **vyšší hustota = vyšší intenzita světla**



# Index lomu

$$v = c / n$$

$n$ ... index lomu v daném prostředí

$v$ ... rychlost světla v daném prostředí

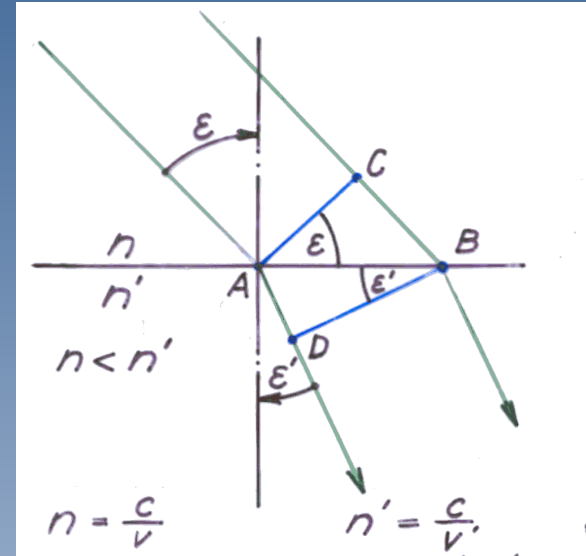
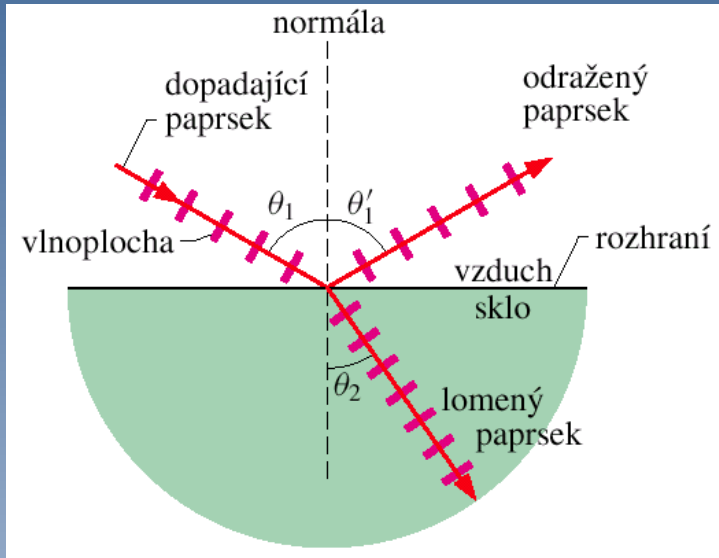
$c$ ... rychlost světla ve vakuu

(299 792 458 m/s, 1 079 252 848,8 km/h)

vakuum	1
vzduch (normální tlak)	1,0003
led	1,31
voda	1,33
etanol	1,36
sklo	1,5 až 1,9
sůl	1,52
safír	1,77
diamant	2,42

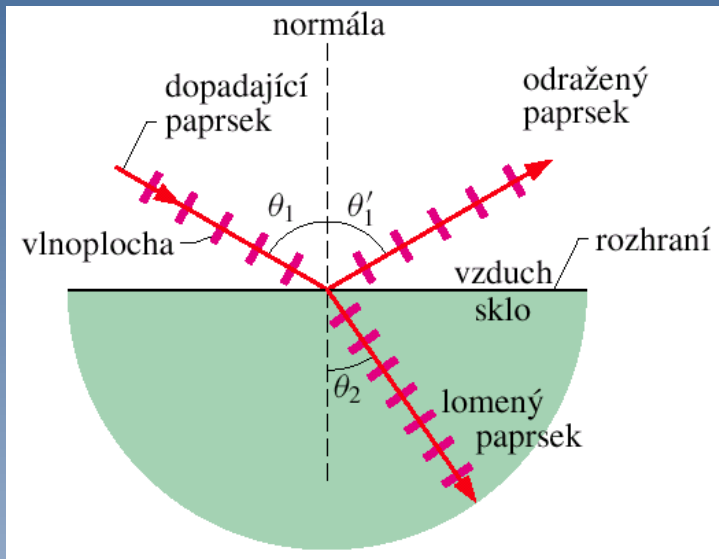


# Zákon lomu



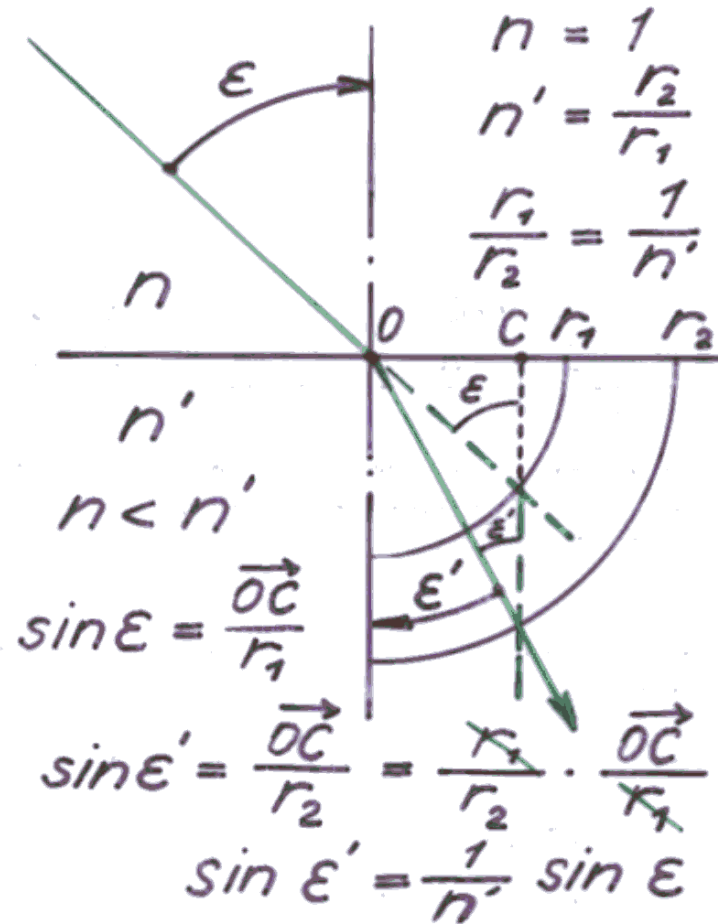
$$\begin{aligned}
 n &= \frac{c}{v} & n' &= \frac{c}{v'} & \text{opt. dráha } \mathcal{L} &= n \cdot s = n \cdot v \cdot t \\
 c &= n \cdot v & c &= n' \cdot v' & n \cdot \vec{CB} &= n' \cdot \vec{AD} \Rightarrow \frac{\vec{CB}}{\vec{AD}} = \frac{n'}{n} \\
 \sin \varepsilon &= \frac{\vec{CB}}{\vec{AB}} & \sin \varepsilon' &= \frac{\vec{AD}}{\vec{AB}} \\
 \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} &= \frac{\frac{\vec{CB}}{\vec{AB}}}{\frac{\vec{AD}}{\vec{AB}}} = \frac{\vec{CB}}{\vec{AD}} = \frac{n'}{n} \Rightarrow \underline{n \cdot \sin \varepsilon = n' \cdot \sin \varepsilon'}
 \end{aligned}$$

# Zákon lomu

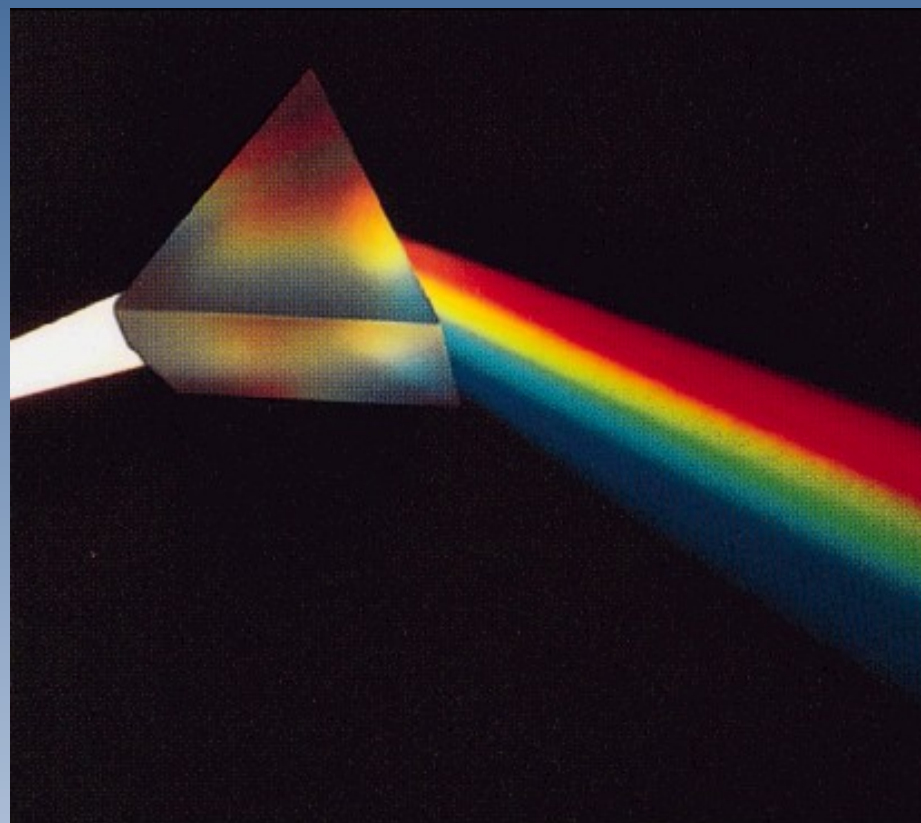
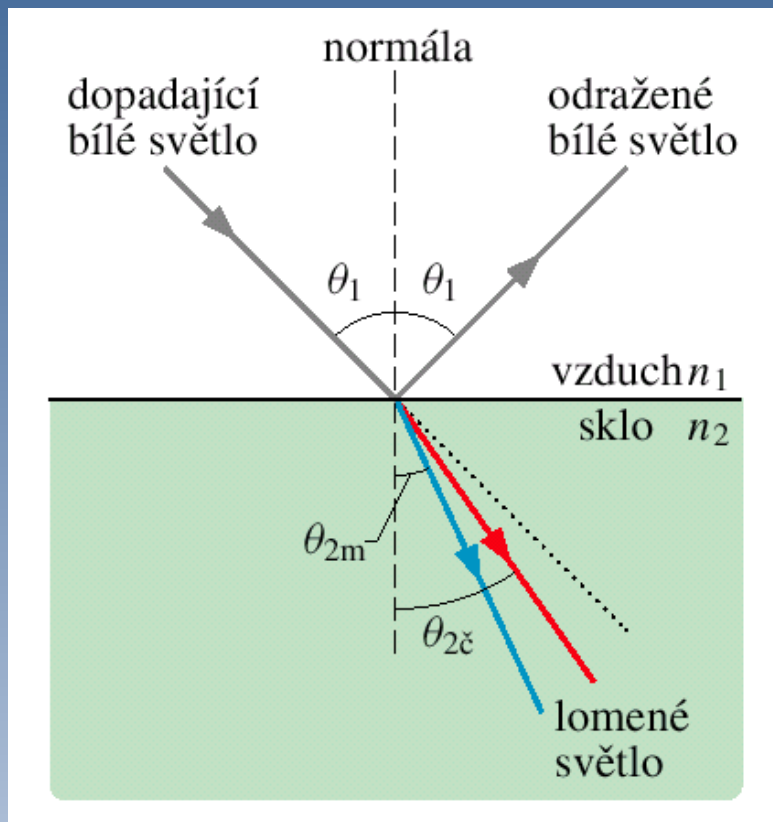


$$\underline{n \cdot \sin \epsilon = n' \cdot \sin \epsilon'}$$

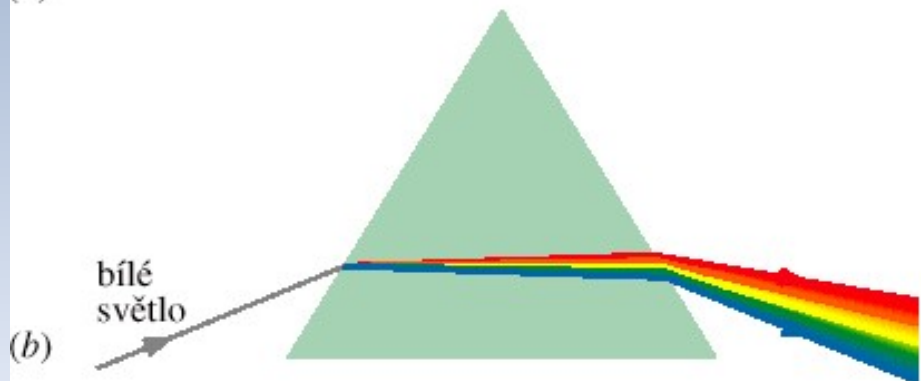
## Reuschova konstrukce



# Lom bílého světla - chromatická disperse

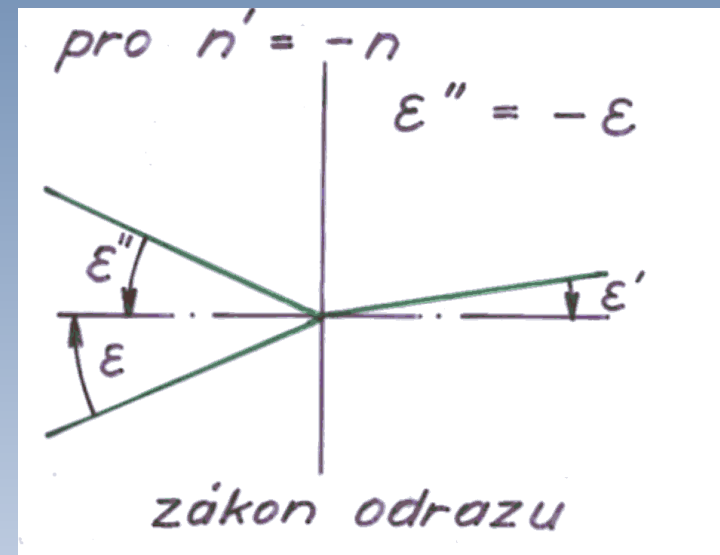
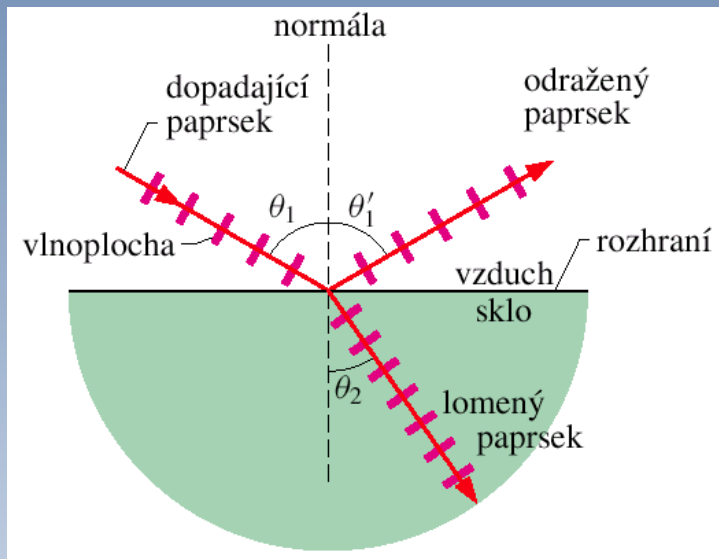


(a)

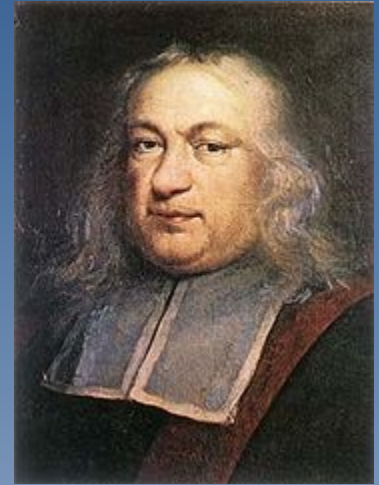


(b)

# Zákon odrazu



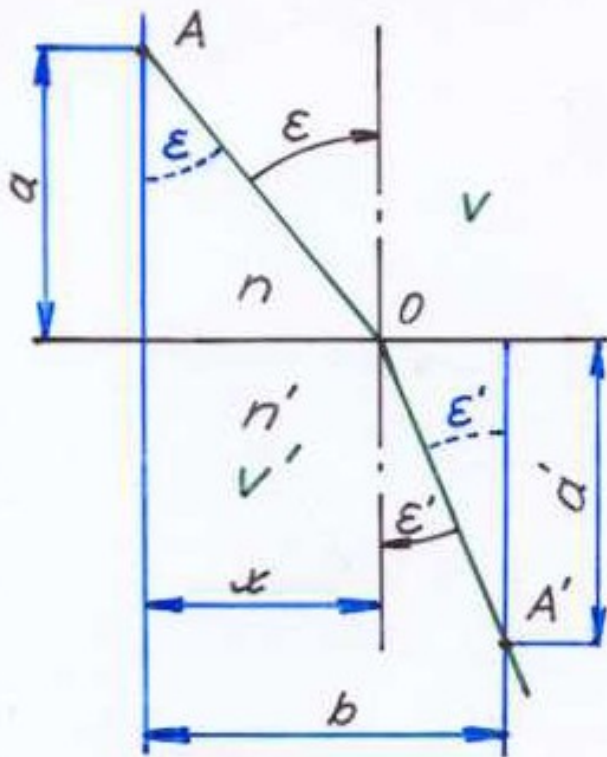
# Fermatův princip



Světlo se šíří z jednoho bodu prostoru do druhého po takové dráze, že doba potřebná k proběhnutí této dráhy je extrémní (kratší nebo delší než pro jakoukoli ze sousedních drah), nebo je stacionární.

# Odvození zákona lomu z Fermatova principu

Odvození zákona lomu z Fermatova principu



Dáno:  $A, A', n < n'$

Urcit polohu bodu  $O$

z podmínky, že  $t = \text{minimum}$

$$t = \frac{\overline{AO}}{v} + \frac{\overline{OA'}}{v'} \quad \left( v = \frac{s}{t} \right)$$

$$\overline{AO} = \sqrt{a^2 + x^2} \quad ; \quad v = \frac{c}{n}$$

$$\overline{OA'} = \sqrt{a'^2 + (b-x)^2} \quad ; \quad v' = \frac{c}{n'}$$

$$t = \frac{1}{c} \left[ n \sqrt{a^2 + x^2} + n' \sqrt{a'^2 + (b-x)^2} \right]$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{dt}{du} \cdot \frac{du}{dx} \quad t_n = \frac{n}{c} u^{\frac{1}{2}} \quad u = a^2 + x^2$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{c} \left[ \frac{n \cdot x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{n' (b-x)}{\sqrt{a'^2 + (b-x)^2}} \right] = \frac{1}{c} (n \sin \epsilon - n' \sin \epsilon')$$

$$\frac{dt}{dx} = 0 \Rightarrow \underline{n \cdot \sin \epsilon = n' \cdot \sin \epsilon'}$$

# Paraxiální (Gaussův) prostor

$$\sin \varepsilon = \varepsilon - \frac{\varepsilon^3}{3!} + \frac{\varepsilon^5}{5!} - \frac{\varepsilon^7}{7!} + \dots$$

$$\cos \varepsilon = 1 - \frac{\varepsilon^2}{2!} + \frac{\varepsilon^4}{4!} - \frac{\varepsilon^6}{6!} + \dots$$

$$P(n) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1) \cdot n = n!$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \varepsilon + \frac{\varepsilon^3}{3} + \frac{2\varepsilon^5}{3 \cdot 5} + \frac{17\varepsilon^7}{3^2 \cdot 5 \cdot 7} + \dots$$

$$\varepsilon < 2^\circ \Rightarrow \sin \varepsilon \doteq \operatorname{tg} \varepsilon \doteq \operatorname{arc} \varepsilon$$

$$\operatorname{arc} 2^\circ = 0,0349065 \quad \text{paraxiální prostor ;}$$

$$\sin 2^\circ = 0,0348994 \quad \text{Gaussův prostor } \underline{\text{I. řádu}}$$

$$\operatorname{tg} 2^\circ = 0,0349207$$

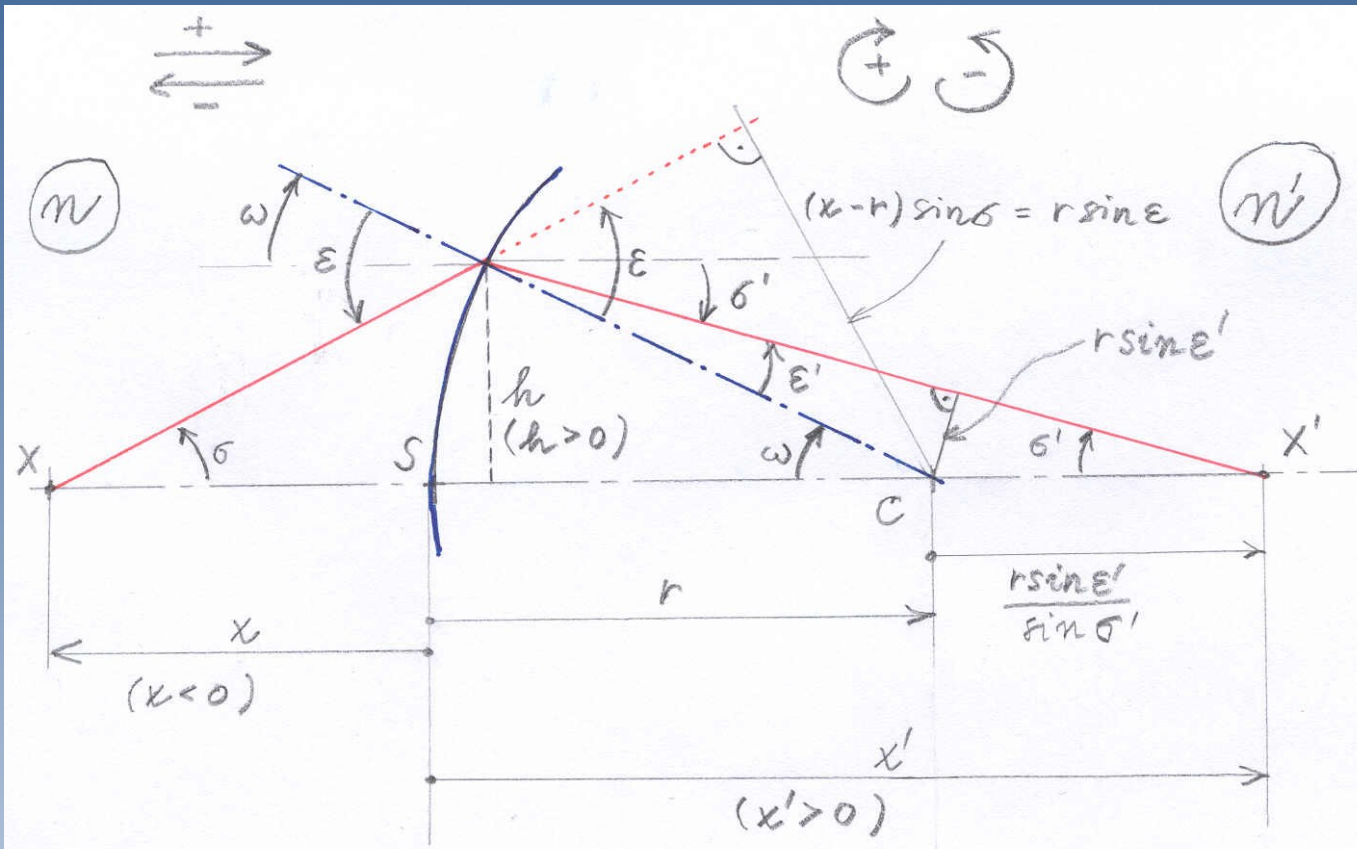
# OPTICKÉ ZOBRAZENÍ



# Optické zobrazení – ZNAMÉNKOVÁ KONVENCE

1. Optické soustavy zobrazují tak, aby vstupní plocha byla na obrázku vlevo.
2. Vzdálenosti na ose se berou kladně, jestliže jsou od optické soustavy orientovány ve směru šíření světla (vpravo), a záporně, jestliže jsou orientovány opačně (vlevo).
3. Tloušťky čoček a jiných optických prvků, včetně vzduchových mezer mezi zobrazujícími plochami se berou kladně.
4. Poloměry křivosti ploch se berou kladně, jestliže střed křivosti je vpravo od zobrazující plochy, záporně, jestliže střed křivosti leží vlevo od zobrazující plochy.
5. Dopadové výšky, tzn. vzdálenosti průsečíků paprsků a zobrazujících ploch, a vzdálenosti předmětových bodů a obrazových bodů se počítají kladně nahoru od optické osy, záporně dolů od optické osy.
6. Úhel paprsku se orientuje od optické osy; berou se kladně, jestliže orientace je ve směru chodu hodinových ručiček, záporně, jestliže je orientace opačná.
7. Úhly dopadu, odrazu a lomu se orientují od normály k paprsku; jsou kladné jestliže orientace je ve směru oběhu hodinových ručiček, jsou záporné proti opačné orientaci.
8. Při odrazu paprsku od zobrazovací plochy se změní znaménko indexu lomu.

# Lom kulovou plochou



$$\sin \epsilon = (r - x)/r \sin \sigma$$

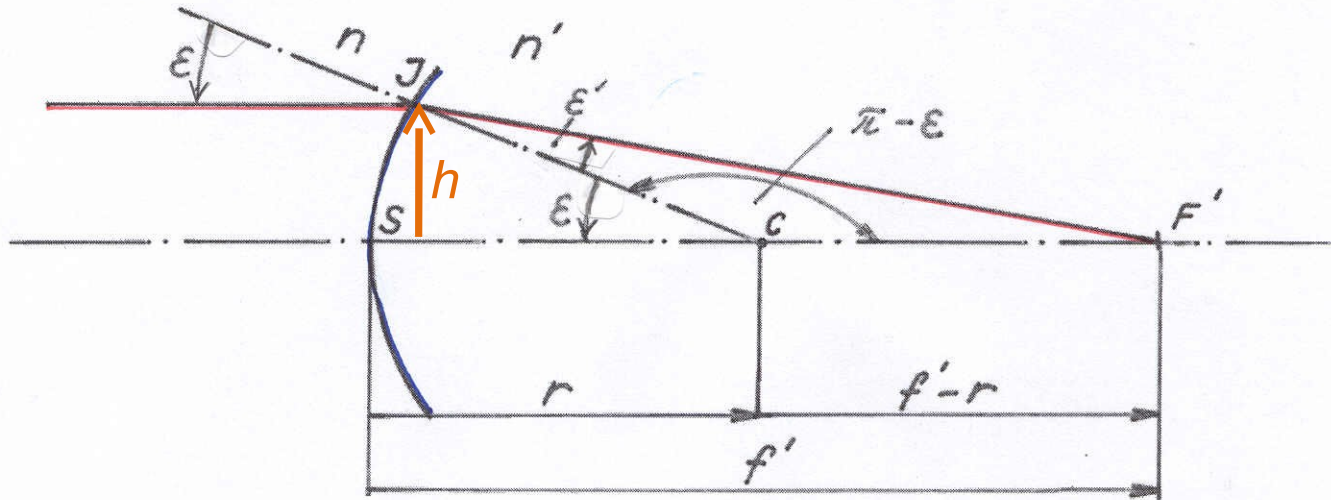
$$\sin \epsilon' = n/n' \sin \epsilon$$

$$\sigma' = \sigma - \epsilon + \epsilon'$$

$$x' = r - r \sin \epsilon' / \sin \sigma'$$

$$h = r \sin (\sigma - \epsilon)$$

# Lom kulovou plochou, $x \rightarrow -\infty$

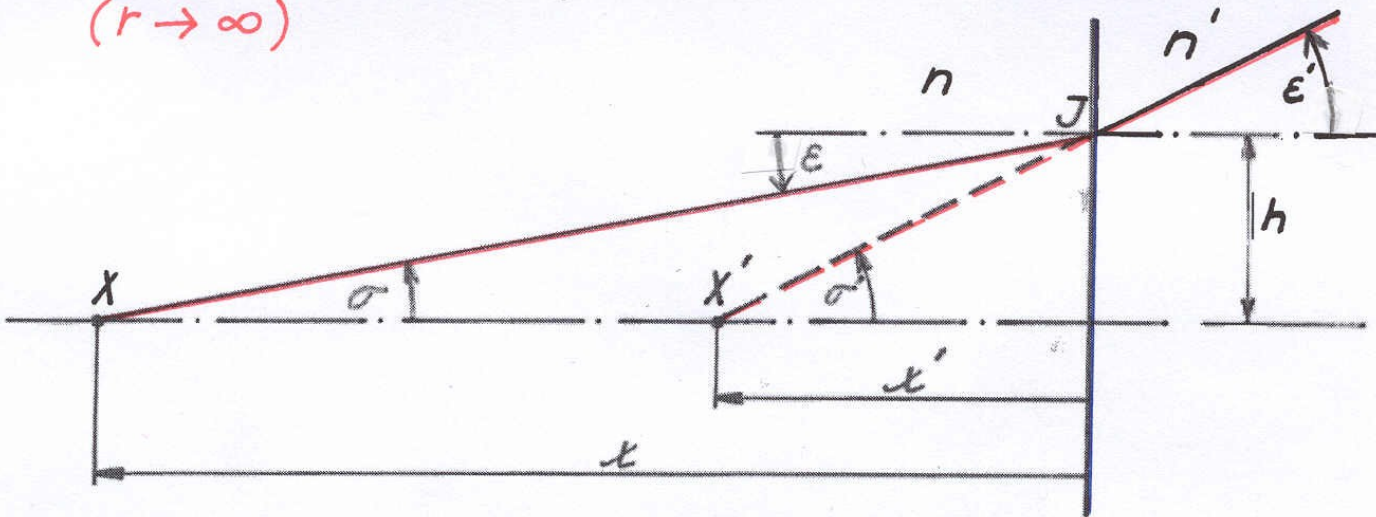


$$\sin \epsilon = -h/r$$

# Lom rovinnou plochou

Lom rovinnou plochou  
( $r \rightarrow \infty$ )

$n > n'$



$$x' = \frac{\operatorname{tg} \sigma}{\operatorname{tg} \sigma'} \cdot x; \quad x' = \frac{n' \cdot \cos \sigma'}{n \cdot \cos \sigma} \cdot x; \quad h = x \cdot \operatorname{tg} \sigma$$

$$\epsilon =$$

$$\sigma$$

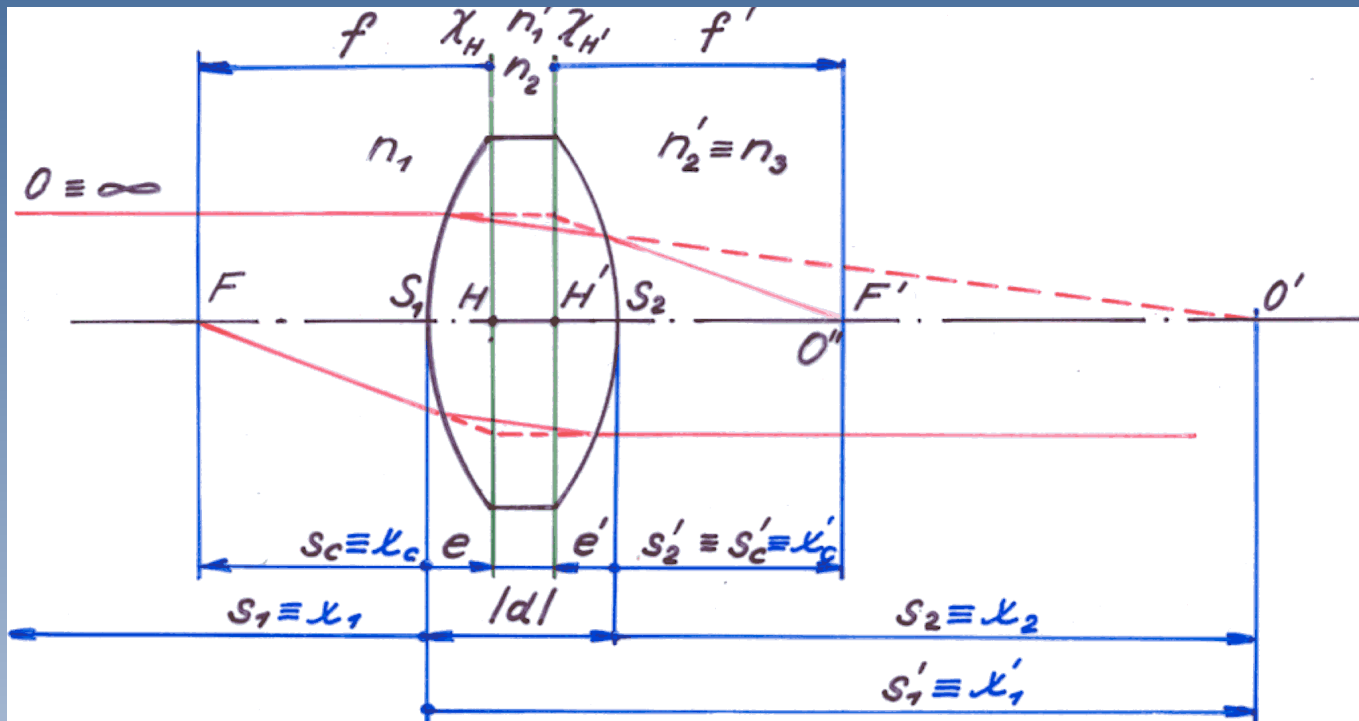
$$\sin \epsilon' = n/n' \sin \epsilon$$

$$\sigma' = \epsilon'$$

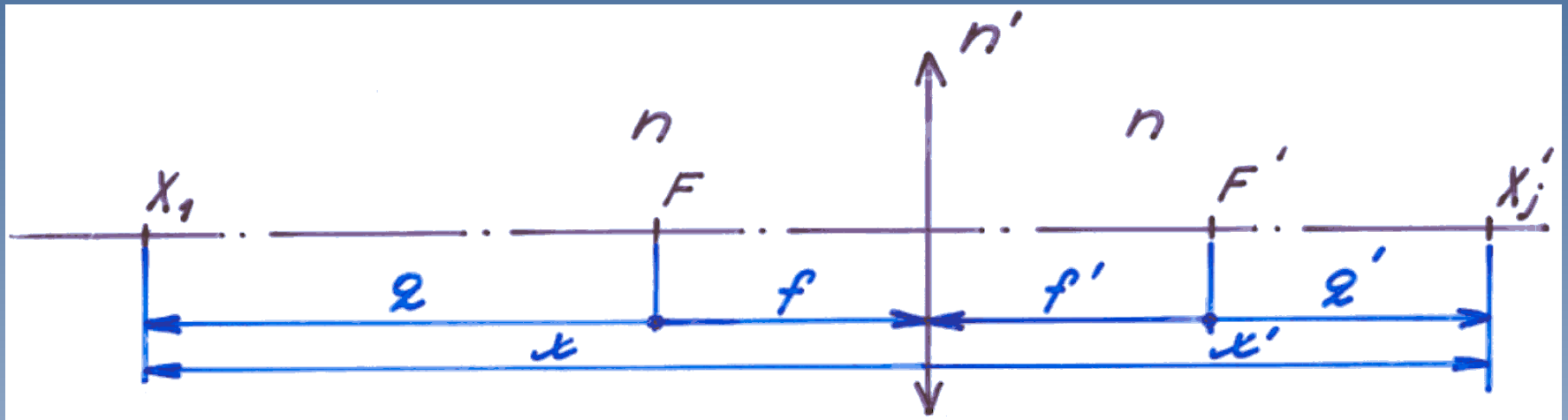
$$x' = x \operatorname{tg} \sigma / \operatorname{tg} \sigma'$$

$$h = x \operatorname{tg} \sigma$$

# Zobrazení soustavou 2 centrovaných ploch



# Newtonova zobrazovací rovnice



$$qq' = ff'$$