

Brýlová optika

kontakt:

doc. RNDr. Radim Chmelík, PhD.

Ústav fyzikálního inženýrství FSI VUT v Brně

e-mail: chmelik@fme.vutbr.cz

tel. 54114 2795

Brýlová optika

stručná osnova:

- Základy geometrické optiky pro brýlovou optiku
- Gullstrandovo schematické oko, další modely, optotypy
- Sférické ametropie (myopie, hypermetropie, afakie)
- Povaha axiální refrakce
- Akomodace oka
- Brýlové čočky (druhy brýlových čoček, výpočty)
- Oční astigmatismus a jeho korekce

Brýlová optika

kontrola a hodnocení studia:

jarní semestr:

2 kontrolní práce (50 + 50 bodů)

zápočet (> 49 bodů)

podzimní semestr:

2 kontrolní práce (50 + 50 bodů)

zápočet (> 49 bodů)

zkouška (ústní, 1/3 hodnocení za body z KP, 2/3 za otázky u zkoušky)

Brýlová optika

literatura:

1. Engelbert Kepřt: Teorie optických přístrojů III. Oko a jeho korekce (SPN, Praha 1966).
2. Steven H. Schwartz: Geometrical and Visual Optics: A Clinical Introduction (McGraw-Hill, New York 2002)
3. Miloš Rutřle: Brýlová optika (IDVPZ, Brno 1993).
4. Jim Schwiegerling: Field Guide to Visual and Ophthalmic Optics (SPIE, Bellingham 2004).
5. Bedřich Havelka: Geometrická optika, I. a II. díl (NČAV, Praha 1955; též na www.opto.cz)

Základy (geometrické) optiky

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum \rho$$

Gaussův zákon

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Ampérův-Maxwellův zákon



$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Gaussův zákon pro magnetické pole

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

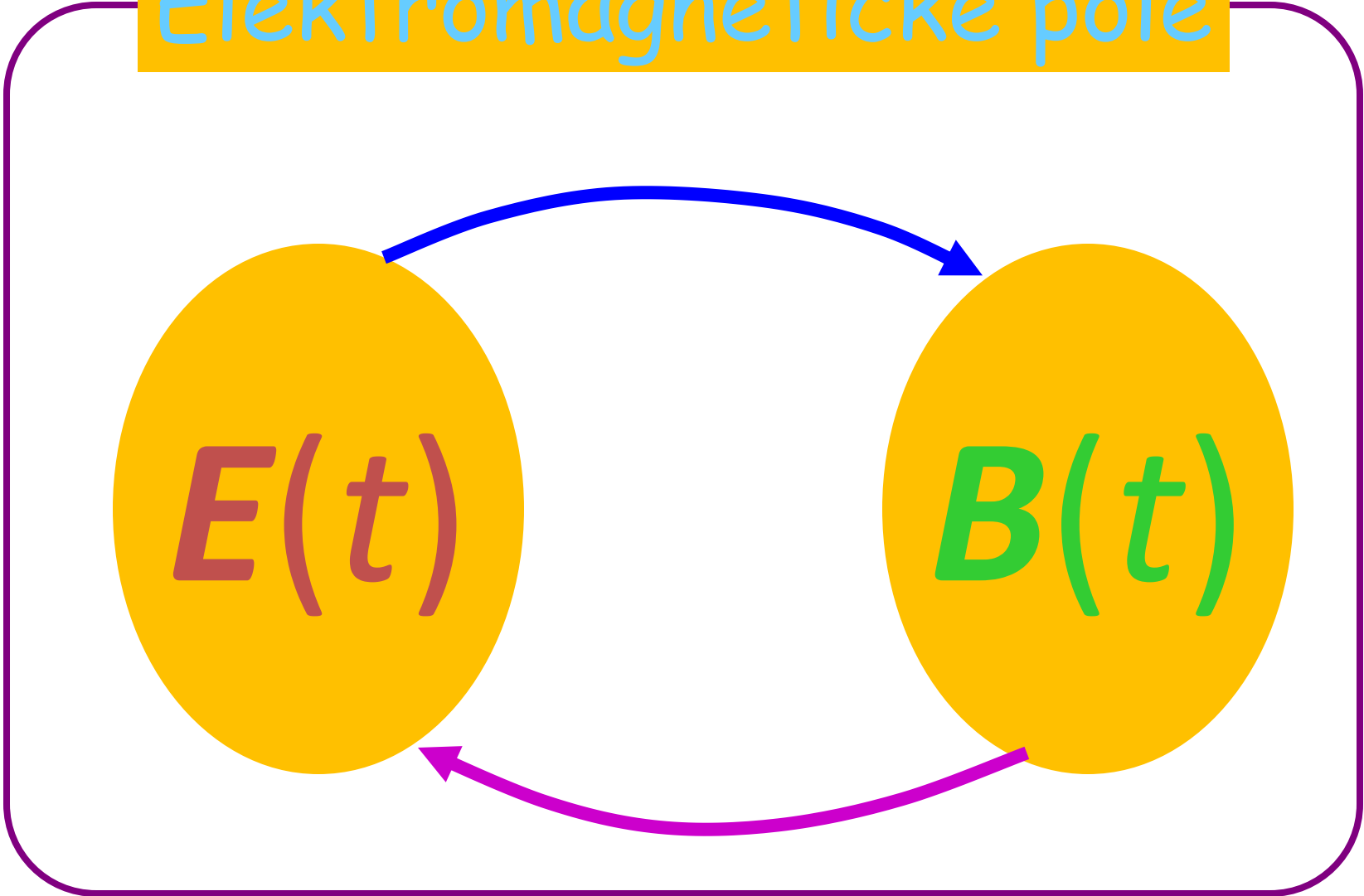
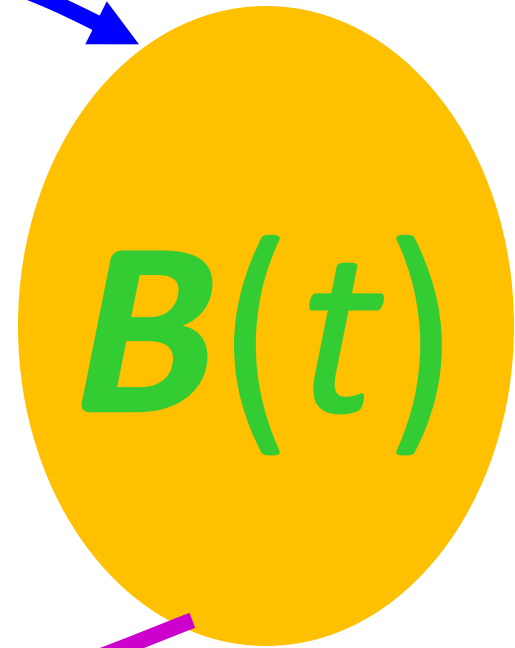
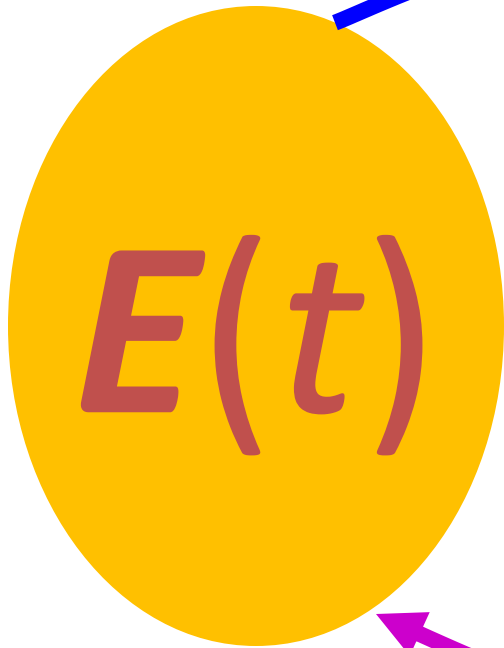
Faradayův zákon

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{E}$$

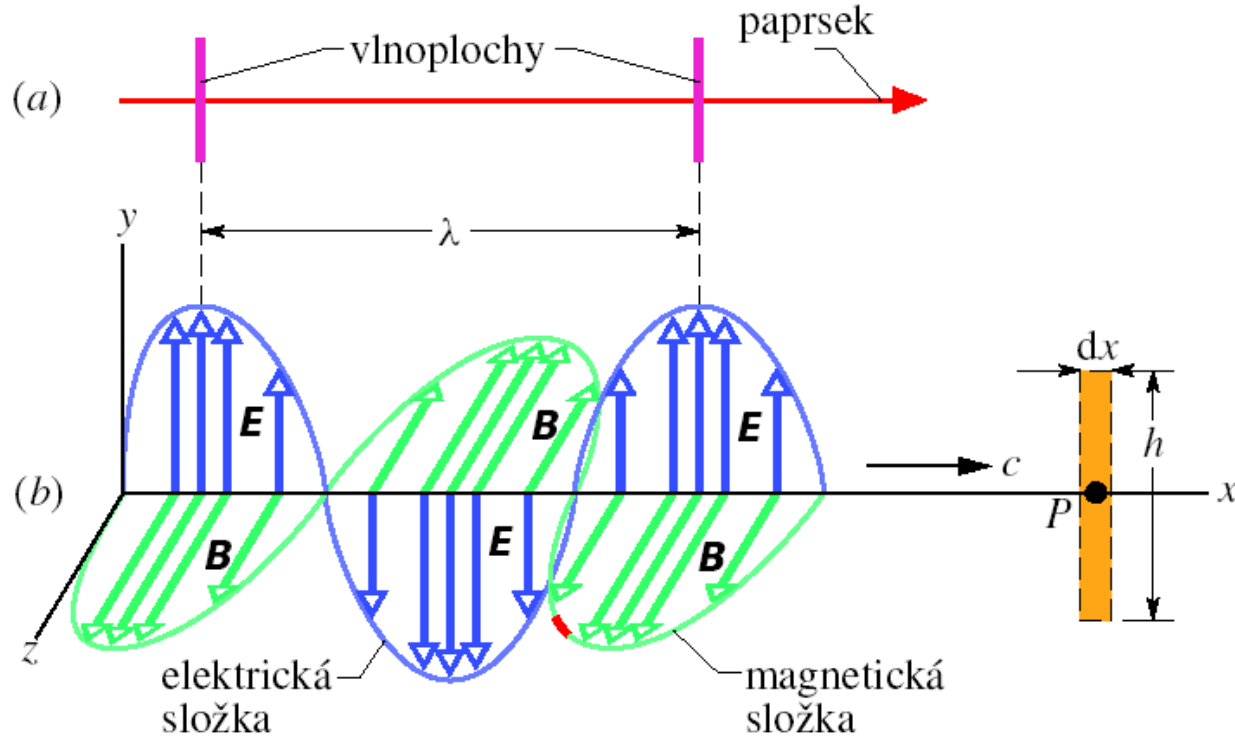
Lorentzova síla

Maxwellovy rovnice

Elektromagnetické pole



Rovinná elektromagnetická vlna

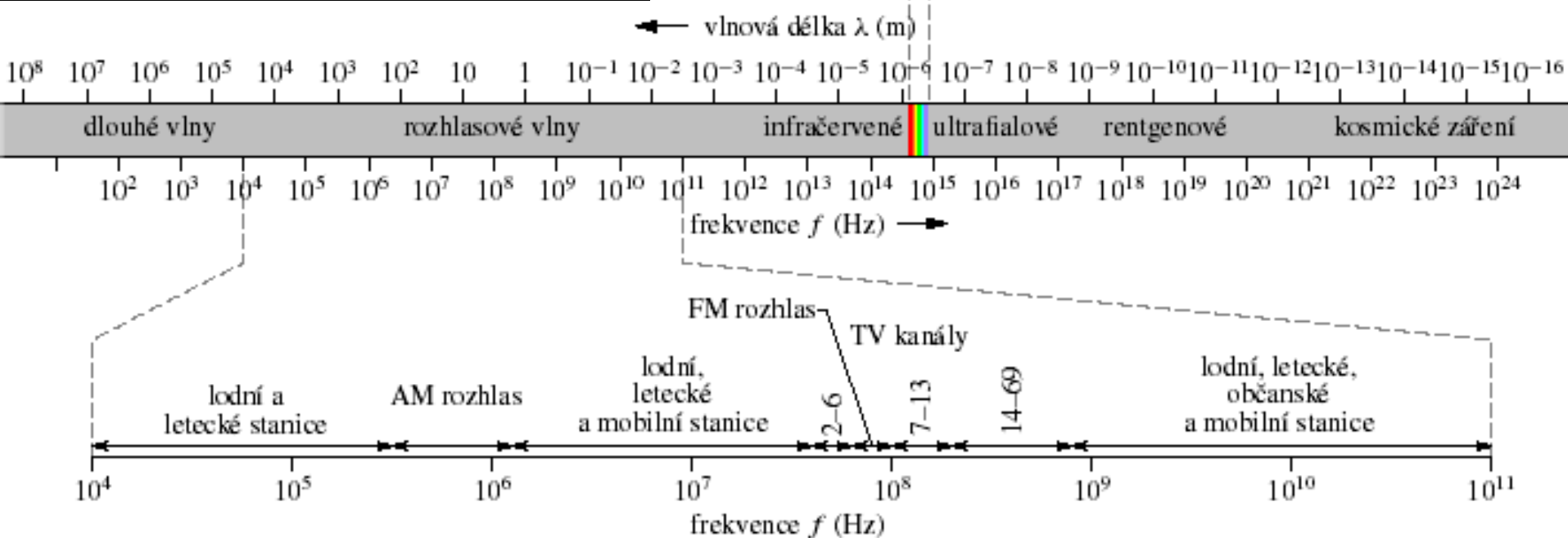
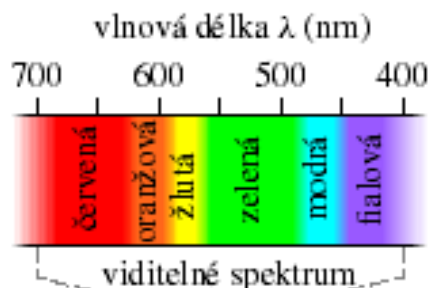
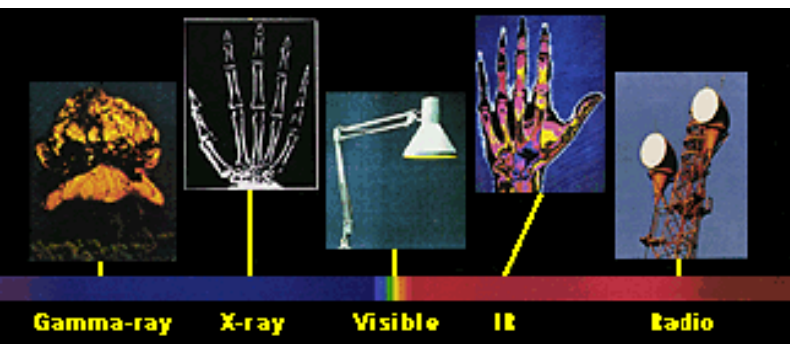


$$E = E_m \sin(kx - \omega t)$$

$$B = B_m \sin(kx - \omega t)$$

- světlo je příčným (postupným) vlněním
- postupná vlna je tvořena elektrickým (E) a magnetickým (B) polem

Maxwellova duha



Approximate wavelength (in vacuum) and frequency ranges for the various colours

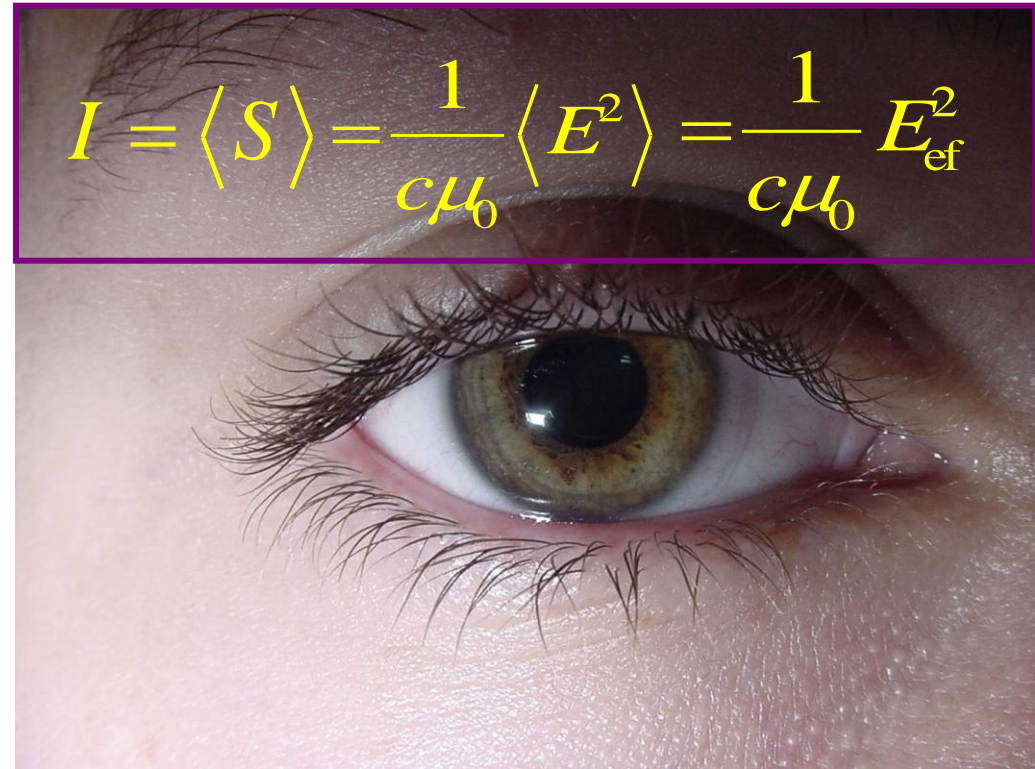
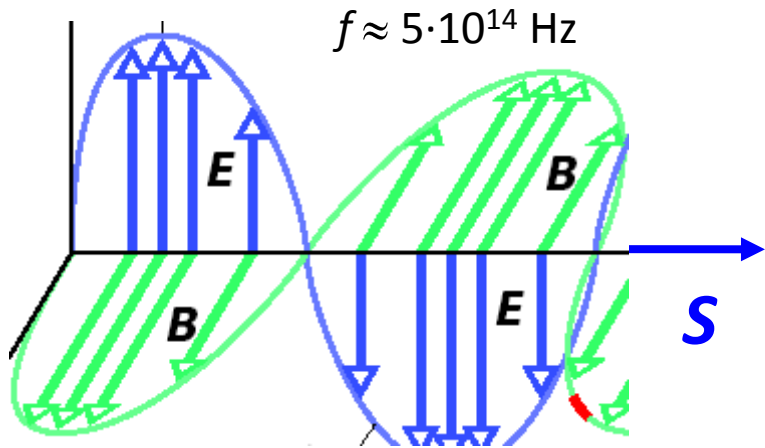
Colour	Wavelength (nm)	Frequency (THz) (10^{12} Hz)
Red	780 - 622	384 - 482
Orange	622 - 597	482 - 503
Yellow	597 - 577	503 - 520
Green	577 - 492	520 - 610
Blue	492 - 455	610 - 659
Violet	455 - 390	659 - 769

1 terahertz (THz) = 10^3 GHz = 10^6 MHz = 10^{12} Hz

1 nm = 10^{-3} μ m = 10^{-6} mm = 10^{-9} m

The **white** light is a mixture of the colours of the visible spectra

Intenzita záření, intenzita světla



$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \rangle = \frac{1}{c\mu_0} E_{\text{ef}}^2$$

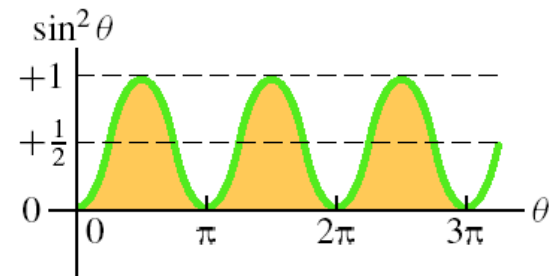
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

$$\langle S \rangle = \frac{1}{\mu_0} \langle \vec{E} \vec{B} \rangle = \frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \rangle$$

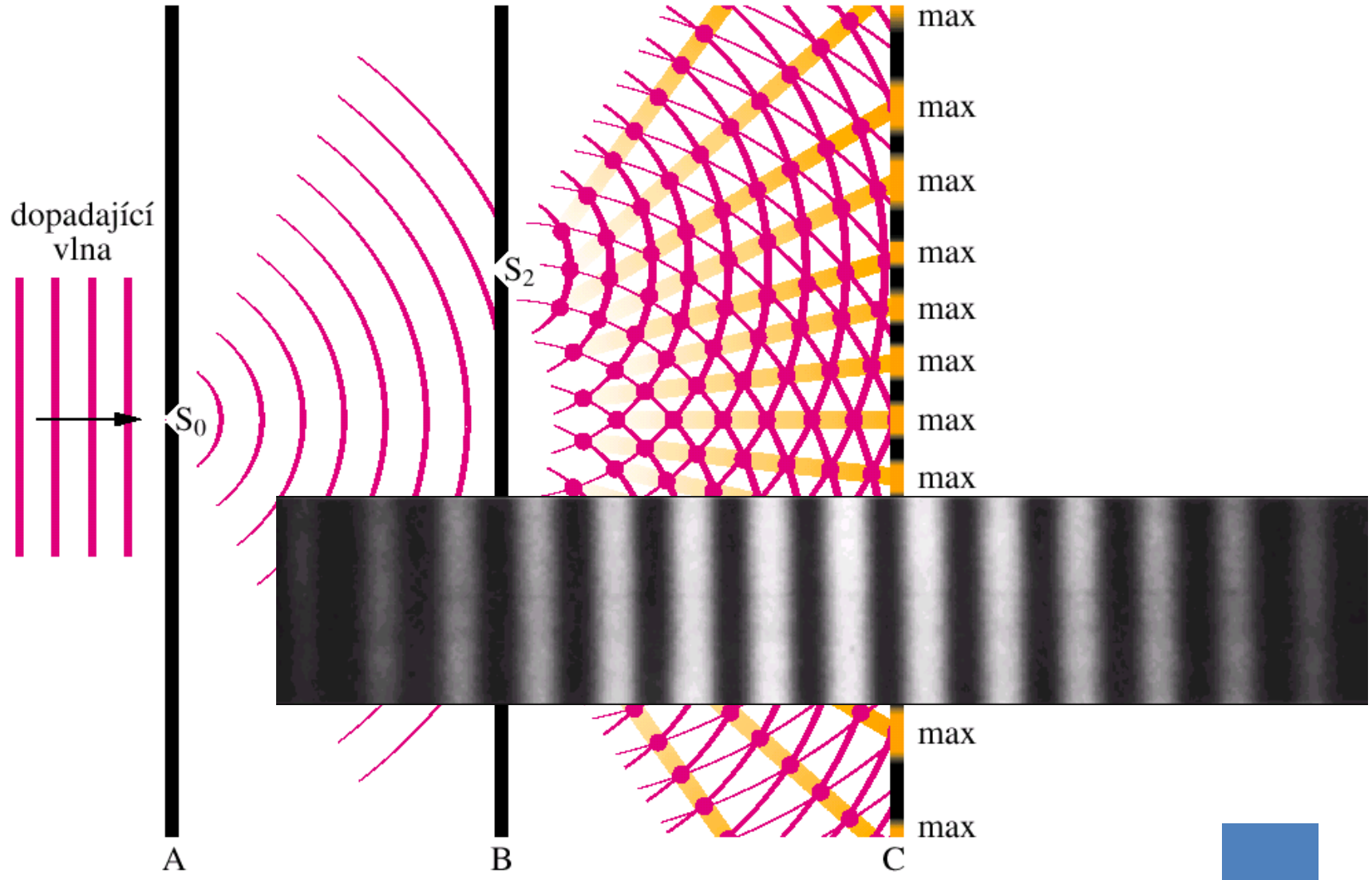
E/c

$$E = E_m \sin(kx - \omega t)$$

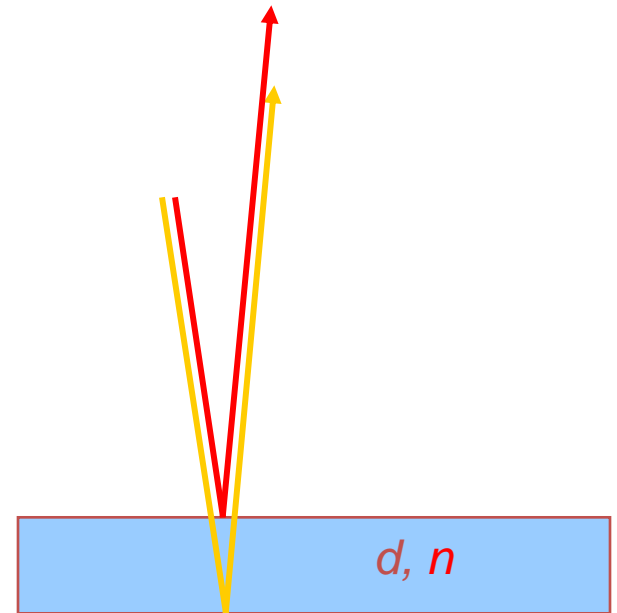
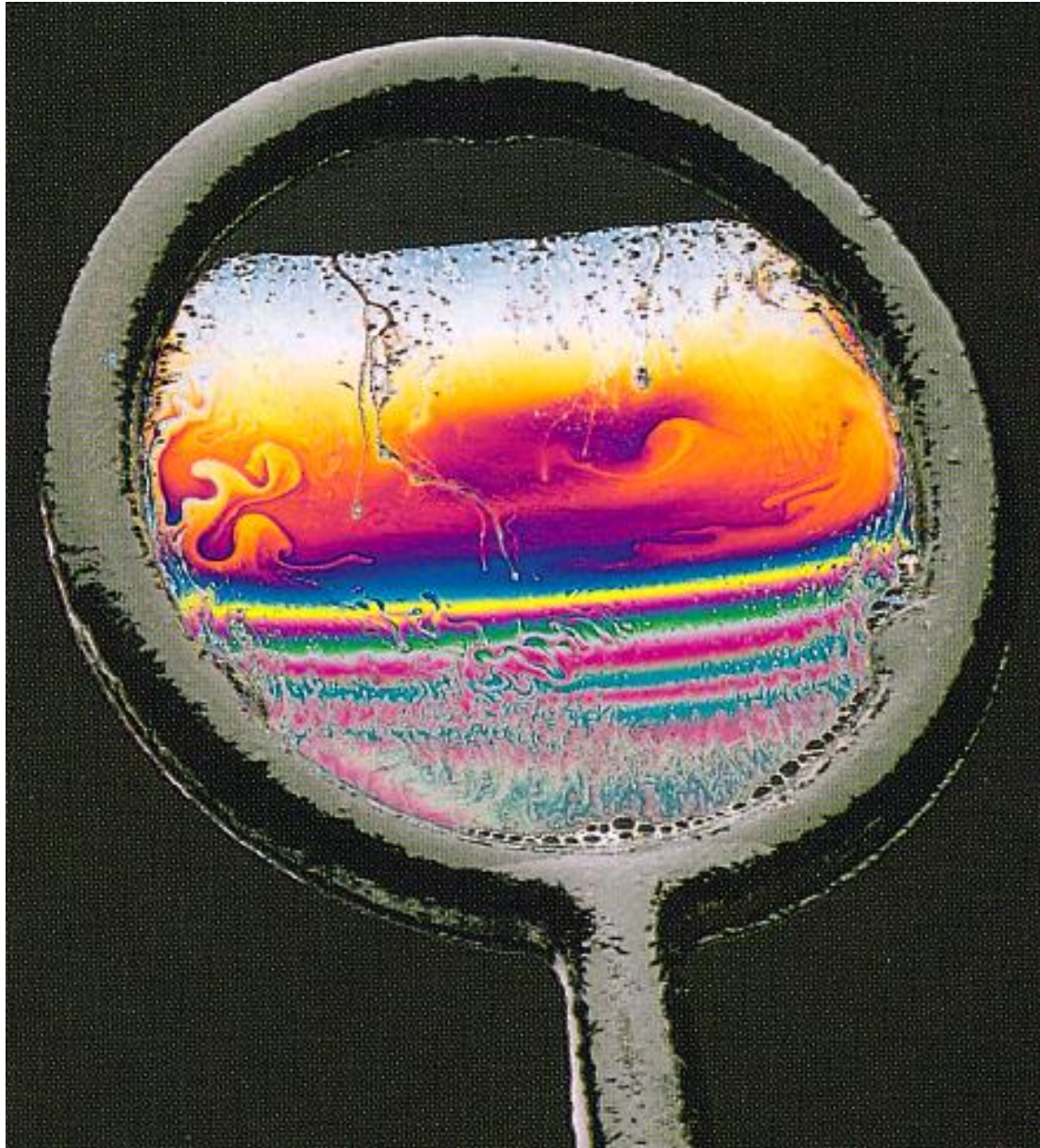
$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E_m^2 \sin^2(kx - \omega t) dt = \frac{E_m^2}{2}$$



Youngův pokus (interference světla)

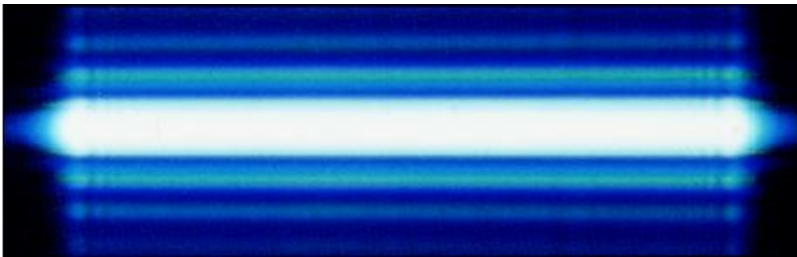


Interference na tenké vrstvě

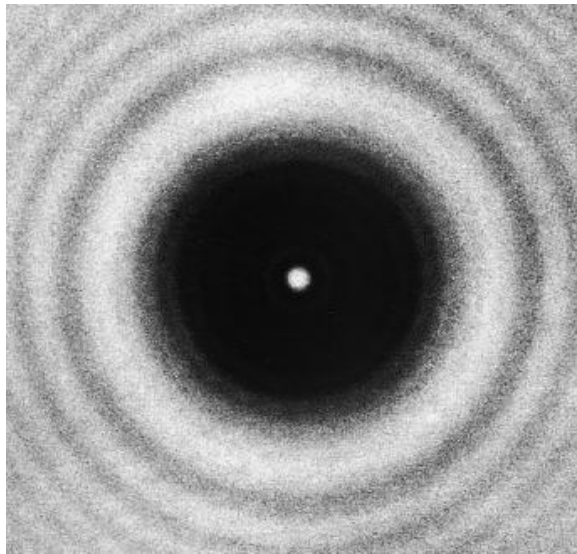
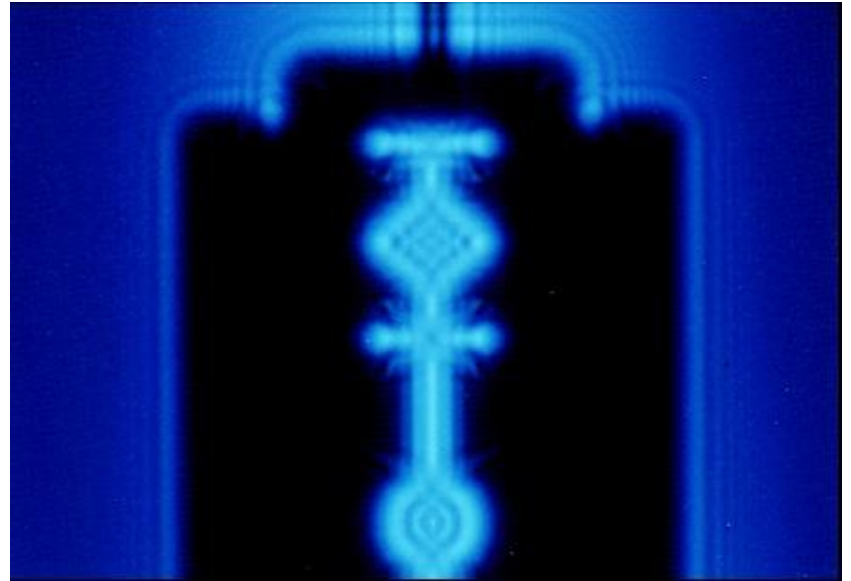


Difrakce

na štěrbině

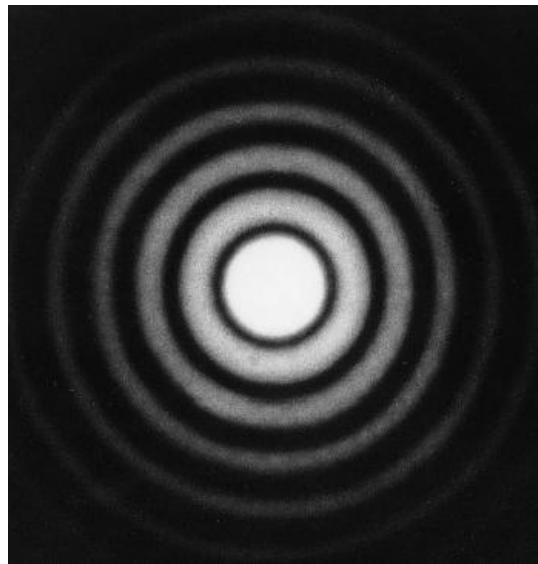


na žiletce

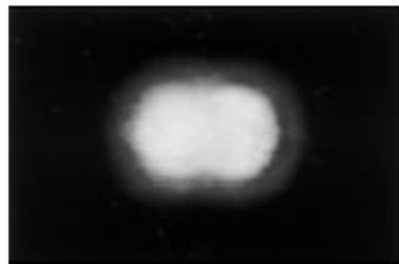
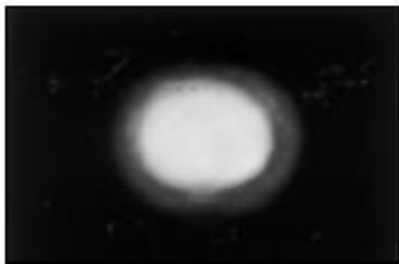


na kuličce (Fresnelova světlá stopa - 1821)

Difrakce



na kruhovém otvoru

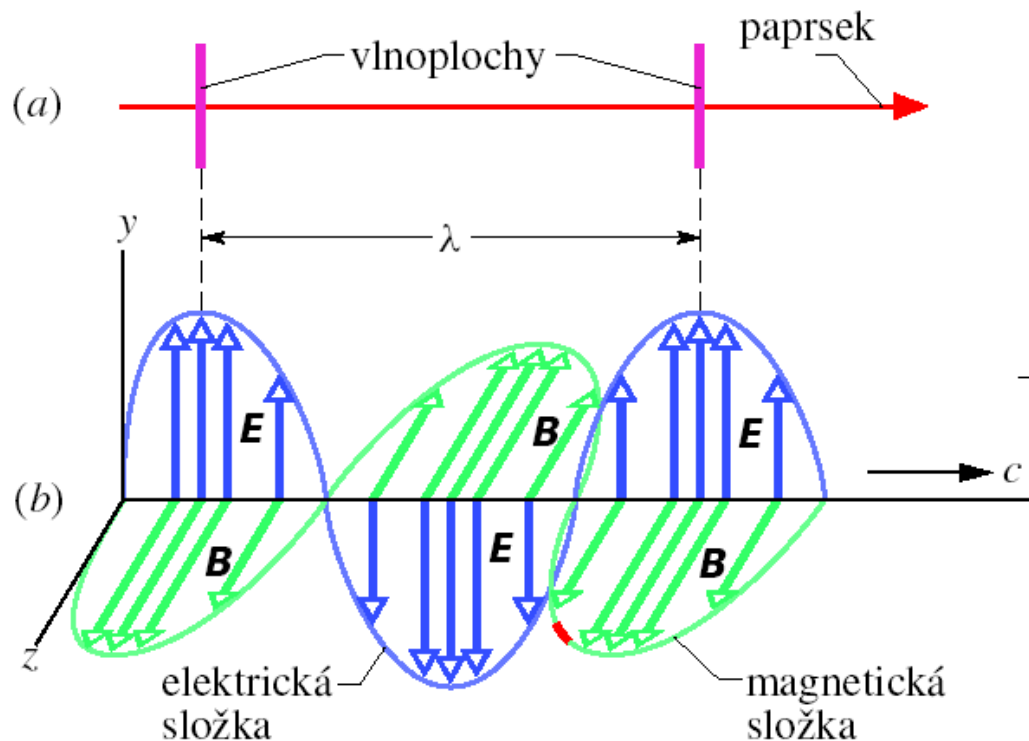


$$\theta_R = \frac{1,22\lambda}{d} \quad (\text{Rayleighovo kritérium}).$$



Geometrická optika

- aproximace pro $\lambda \rightarrow 0$
- není difrakce – přímočaré šíření světla v homogenním prostředí
- není interference – jednotlivé paprsky jsou vzájemně nezávislé
- energie se šíří podél paprsků – vyšší hustota = vyšší intenzita světla



Index lomu

$$v = c / n$$

n ... index lomu v daném prostředí

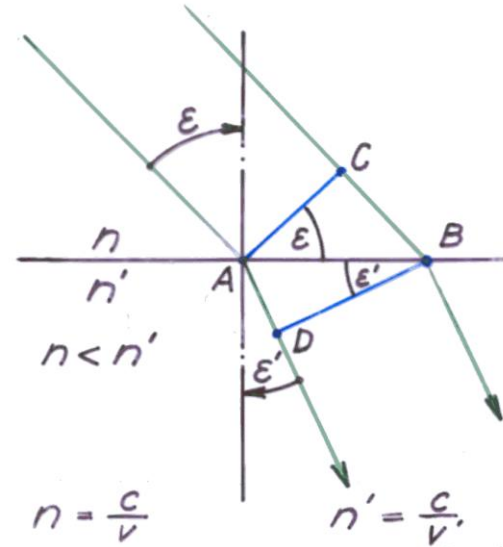
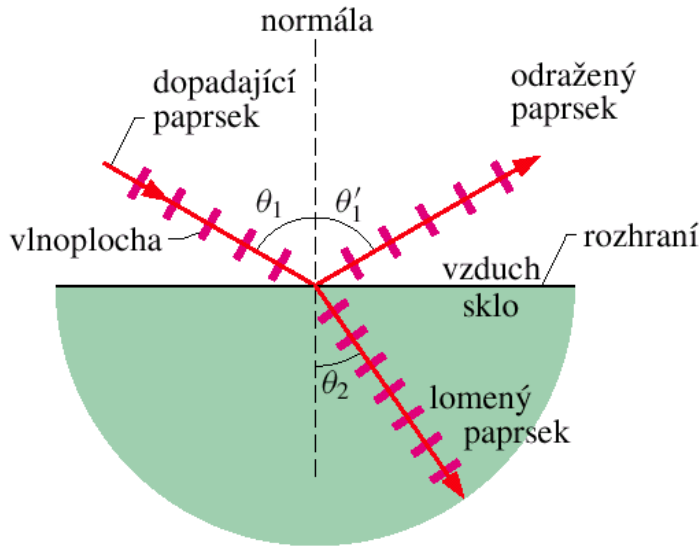
v ... rychlost světla v daném prostředí

c ... rychlost světla ve vakuu (299 792 458 m/s, 1 079 252 849 km/h)

vakuum	1
vzduch (normální tlak)	1,0003
led	1,31
voda	1,33
etanol	1,36
sklo	1,5 až 1,9
sůl	1,52
safír	1,77
diamant	2,42

Zákon odrazu a lomu

na rozhraní dvou opticky homogenních prostředí se paprsky řídí zákonem lomu a odrazu



$$n = \frac{c}{v}$$

$$c = n \cdot v$$

$$\sin \epsilon = \frac{\overrightarrow{CB}}{\overrightarrow{AB}}$$

$$n' = \frac{c}{v'}$$

$$c = n' \cdot v'$$

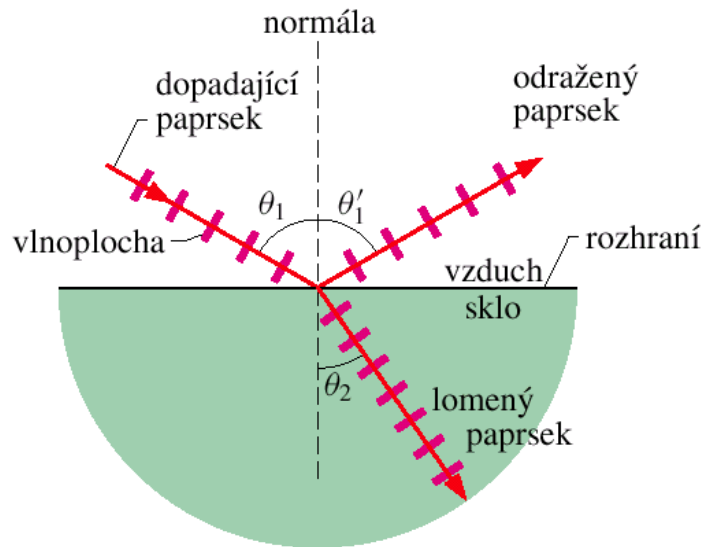
$$\sin \epsilon' = \frac{\overrightarrow{AD}}{\overrightarrow{AB}}$$

opt. dráha $\mathcal{S} = n \cdot s = n \cdot v \cdot t$

$$n \cdot \overrightarrow{CB} = n' \cdot \overrightarrow{AD} \Rightarrow \frac{\overrightarrow{CB}}{\overrightarrow{AD}} = \frac{n'}{n}$$

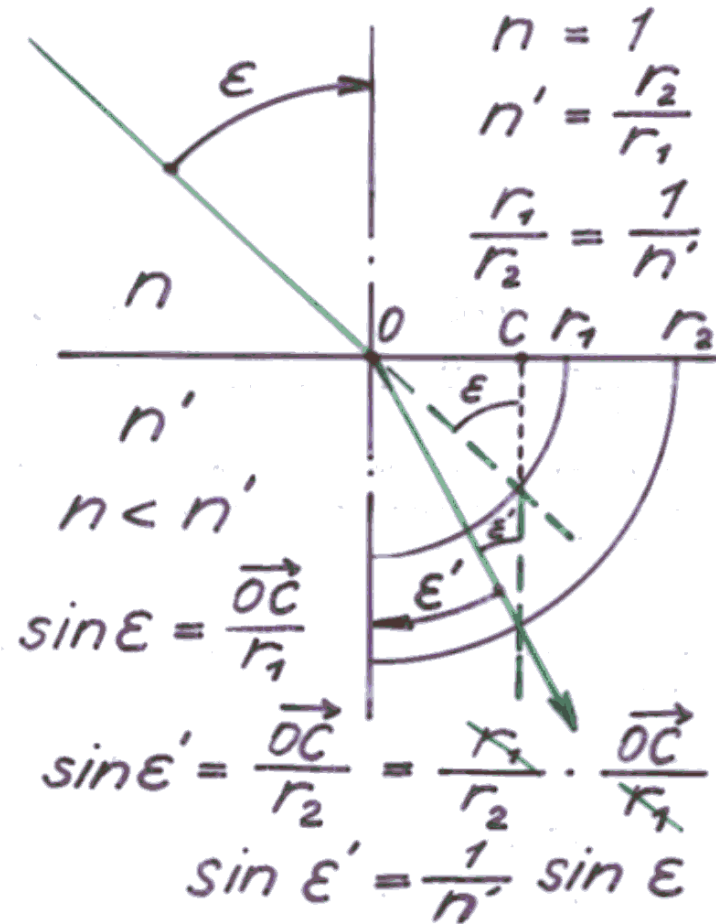
$$\frac{\sin \epsilon}{\sin \epsilon'} = \frac{\frac{\overrightarrow{CB}}{\overrightarrow{AB}}}{\frac{\overrightarrow{AD}}{\overrightarrow{AB}}} = \frac{\overrightarrow{CB}}{\overrightarrow{AD}} = \frac{n'}{n} \Rightarrow \underline{n \cdot \sin \epsilon = n' \cdot \sin \epsilon'}$$

Zákon lomu

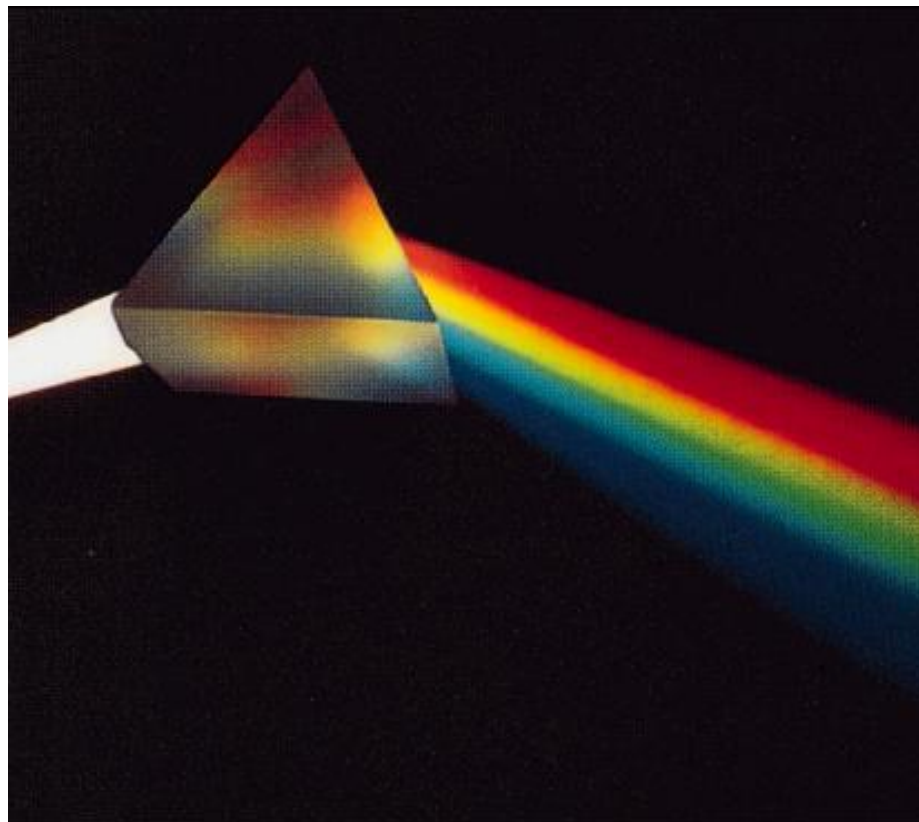
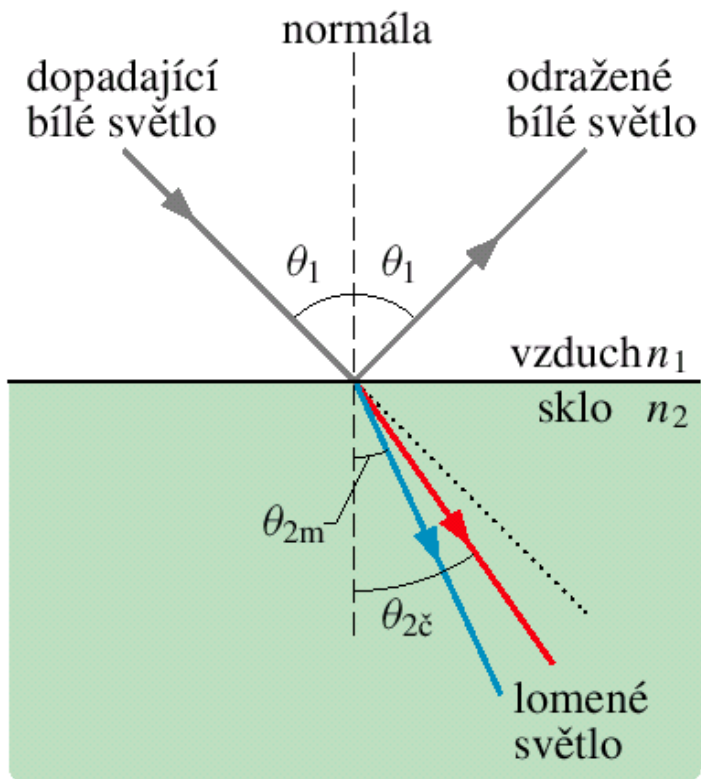


$$\underline{n \cdot \sin \epsilon = n' \cdot \sin \epsilon'}$$

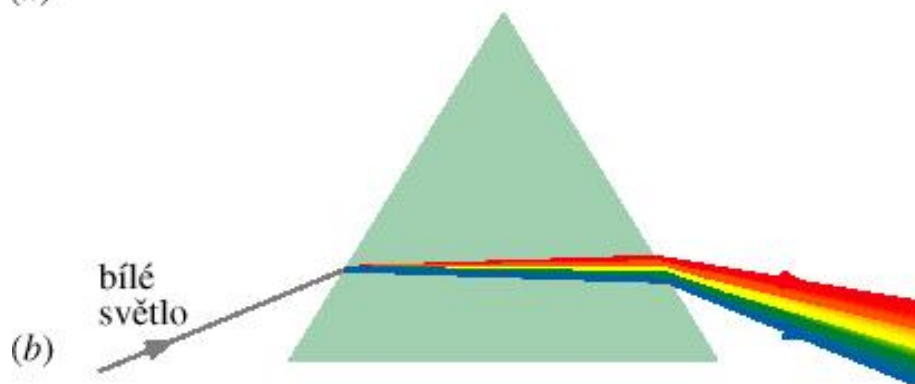
Reuschova konstrukce



Lom bílého světla - chromatická disperse

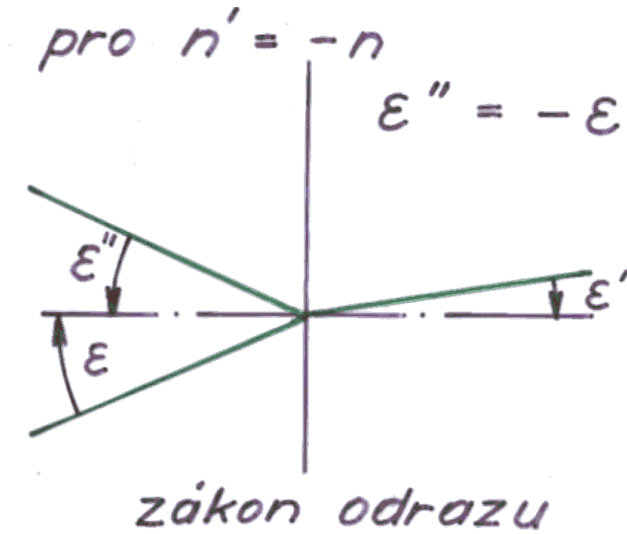
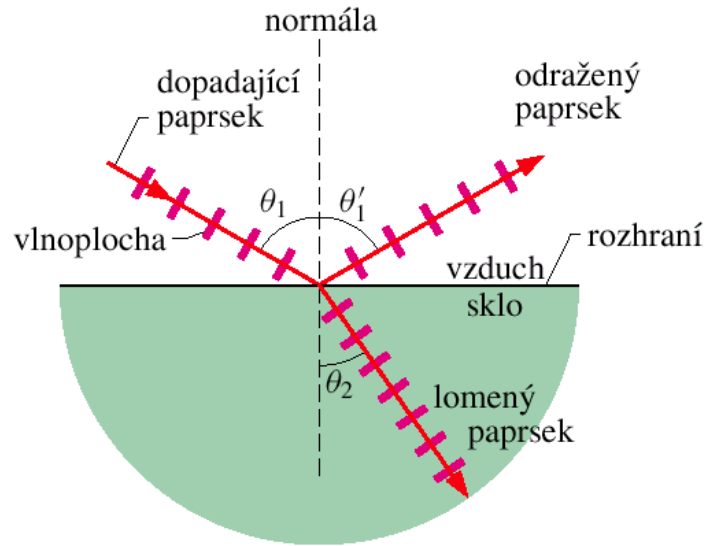


(a)



(b)

Zákon odrazu



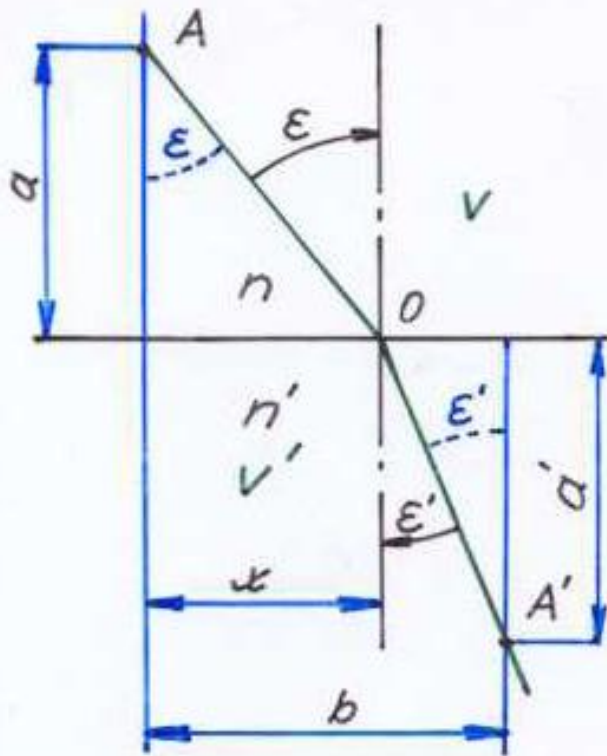
Fermatův princip



Světlo se šíří z jednoho bodu prostoru do druhého po takové dráze, že doba potřebná k proběhnutí této dráhy je extrémní (kratší nebo delší než pro jakoukoli ze sousedních drah), nebo je stacionární.

Odvození zákona lomu z Fermatova principu

Odvození zákona lomu z Fermatova principu



Dáno: $A, A', n < n'$

Urcit polohu bodu O

z podmínky, že $t = \text{minimum}$

$$t = \frac{\overline{AO}}{v} + \frac{\overline{OA'}}{v'} \quad \left(v = \frac{s}{t} \right)$$

$$\overline{AO} = \sqrt{a^2 + x^2} \quad ; \quad v = \frac{c}{n}$$

$$\overline{OA'} = \sqrt{a'^2 + (b-x)^2} \quad ; \quad v' = \frac{c}{n'}$$

$$t = \frac{1}{c} \left[n \sqrt{a^2 + x^2} + n' \sqrt{a'^2 + (b-x)^2} \right]$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{dt}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$t_n = \frac{n}{c} u^{\frac{1}{2}}$$

$$u = a^2 + x^2$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{c} \left[\frac{n \cdot x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{n' (b-x)}{\sqrt{a'^2 + (b-x)^2}} \right] = \frac{1}{c} (n \sin \epsilon - n' \sin \epsilon')$$

$$\frac{dt}{dx} = 0 \Rightarrow \underline{n \cdot \sin \epsilon = n' \cdot \sin \epsilon'}$$

Paraxiální (Gaussův) prostor

$$\sin \varepsilon = \varepsilon - \frac{\varepsilon^3}{3!} + \frac{\varepsilon^5}{5!} - \frac{\varepsilon^7}{7!} + \dots$$

$$\cos \varepsilon = 1 - \frac{\varepsilon^2}{2!} + \frac{\varepsilon^4}{4!} - \frac{\varepsilon^6}{6!} + \dots$$

$$P(n) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1) \cdot n = n!$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \varepsilon + \frac{\varepsilon^3}{3} + \frac{2\varepsilon^5}{3 \cdot 5} + \frac{17\varepsilon^7}{3^2 \cdot 5 \cdot 7} + \dots$$

$$\varepsilon < 2^\circ \Rightarrow \sin \varepsilon \doteq \operatorname{tg} \varepsilon \doteq \operatorname{arc} \varepsilon$$

$$\operatorname{arc} 2^\circ = 0,0349065 \quad \text{paraxiální prostor ;}$$

$$\sin 2^\circ = 0,0348994 \quad \text{Gaussův prostor I. řádu}$$

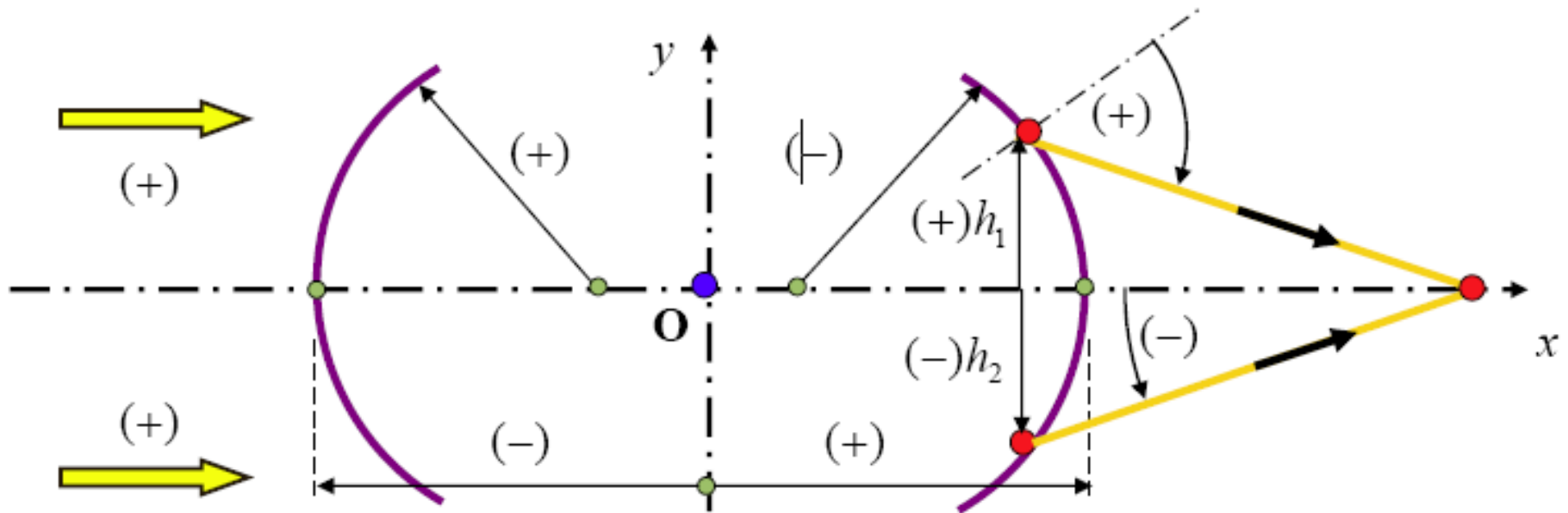
$$\operatorname{tg} 2^\circ = 0,0349207$$

OPTICKÉ ZOBRAZENÍ

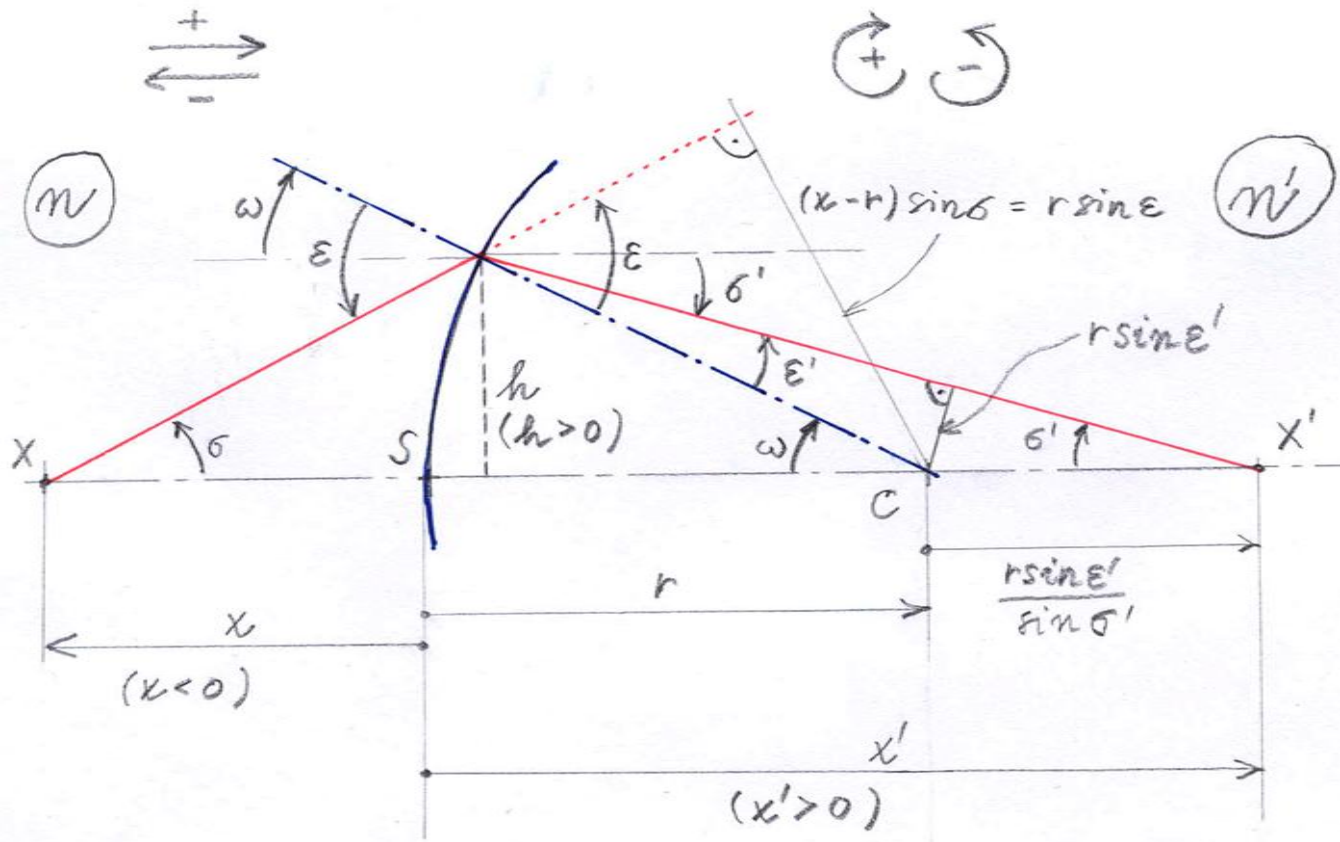
Optické zobrazení - znaménková konvence

1. Optické soustavy zobrazují tak, aby vstupní plocha byla na obrázku **vlevo**.
2. Vzdálenosti na ose se berou **kladně**, jestliže jsou od optické soustavy orientovány ve směru šíření světla (vpravo), a **záporně**, jestliže jsou orientovány opačně (vlevo).
3. Tloušťky čoček a jiných optických prvků, včetně vzduchových mezer mezi zobrazujícími plochami se berou **kladně**.
4. Poloměry křivosti ploch se berou **kladně**, jestliže střed křivosti je vpravo od zobrazující plochy, **záporně**, jestliže střed křivosti leží vlevo od zobrazující plochy.
5. Dopadové výšky, tzn. vzdálenosti průsečíků paprsků a zobrazujících ploch, a vzdálenosti předmětových bodů a obrazových bodů se počítají **kladně** nahoru od optické osy, **záporně** dolů od optické osy.
6. Úhel paprsku se orientuje od optické osy; berou se **kladně**, jestliže orientace je ve směru chodu hodinových ručiček, **záporně**, jestliže je orientace opačná.
7. Úhly dopadu, odrazu a lomu se orientují od normály k paprsku; jsou **kladné** jestliže orientace je ve směru oběhu hodinových ručiček, jsou **záporné** při opačné orientaci.
8. Při odrazu paprsku od zobrazovací plochy se **změní znaménko** indexu lomu.

Optické zobrazení - znaménková konvence



Lom kulovou plochou



$$\sin \epsilon = (r - x)/r \sin \sigma$$

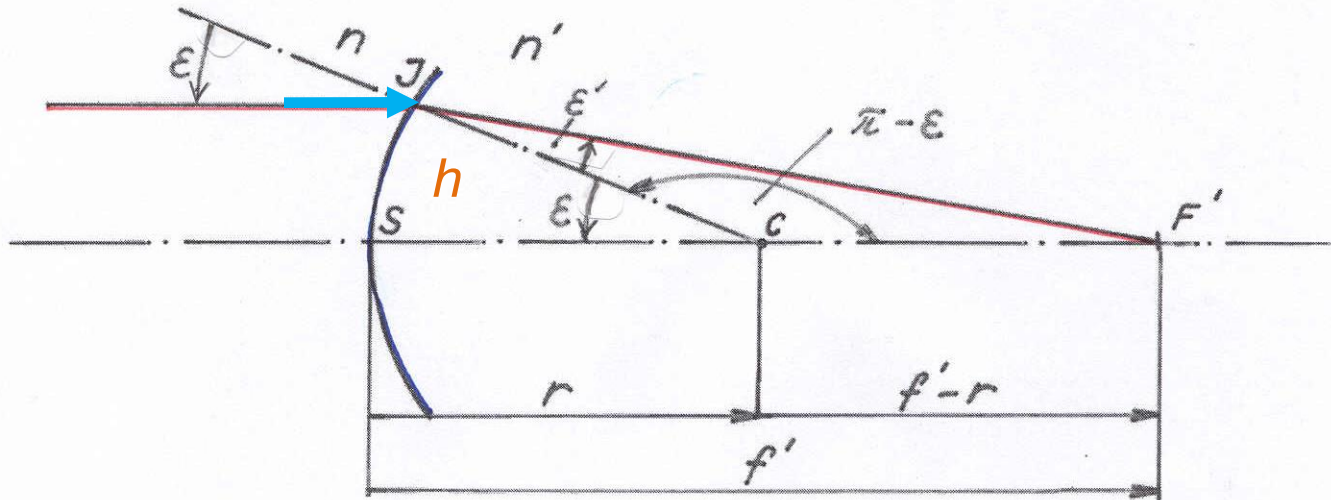
$$\sin \epsilon' = n/n' \sin \epsilon$$

$$\sigma' = \sigma - \epsilon + \epsilon'$$

$$x' = r - r \sin \epsilon' / \sin \sigma'$$

$$h = r \sin (\sigma - \epsilon)$$

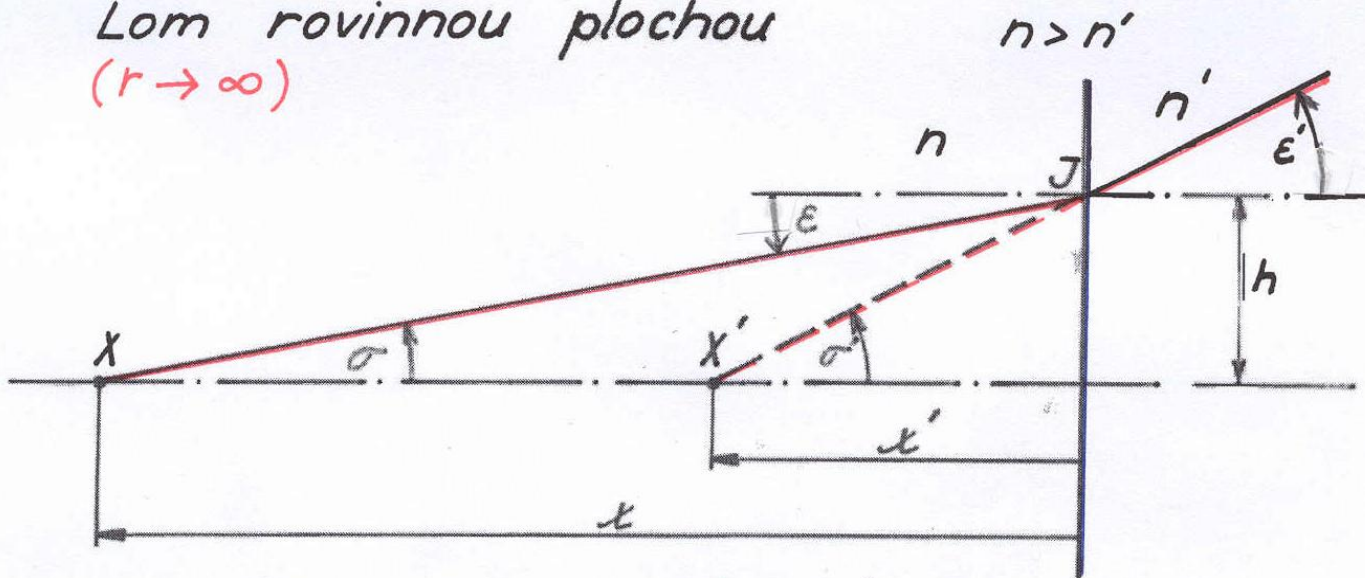
Lom kulovou plochou, $x \rightarrow -\infty$



$$\sin \epsilon = -h/r$$

Lom rovinnou plochou

Lom rovinnou plochou
($r \rightarrow \infty$)



$$x' = \frac{\operatorname{tg} \sigma}{\operatorname{tg} \sigma'} \cdot x; \quad x' = \frac{n' \cdot \cos \sigma'}{n \cdot \cos \sigma} \cdot x; \quad h = x \cdot \operatorname{tg} \sigma$$

$$\epsilon = \sigma$$

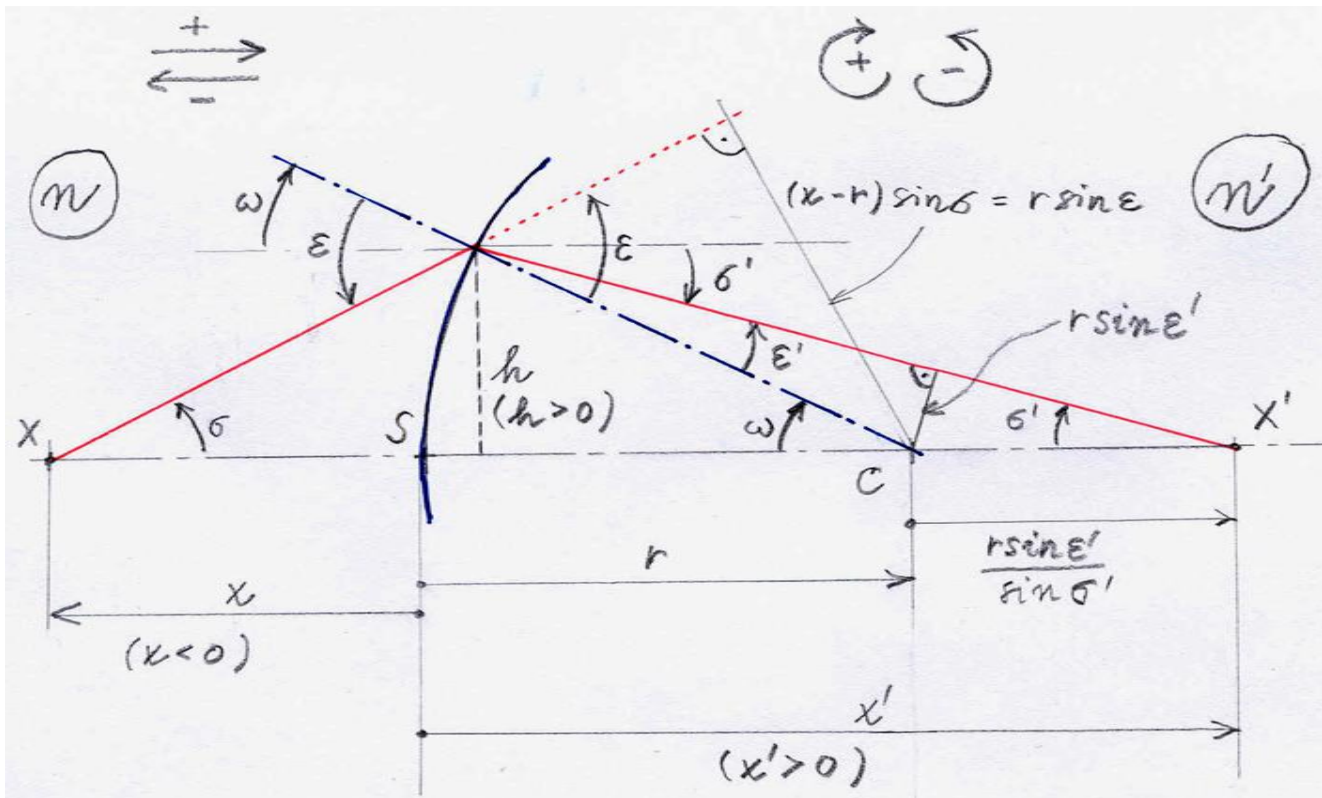
$$\sin \epsilon' = n/n' \sin \epsilon$$

$$\sigma' = \epsilon'$$

$$x' = x \operatorname{tg} \sigma / \operatorname{tg} \sigma'$$

$$h = x \operatorname{tg} \sigma$$

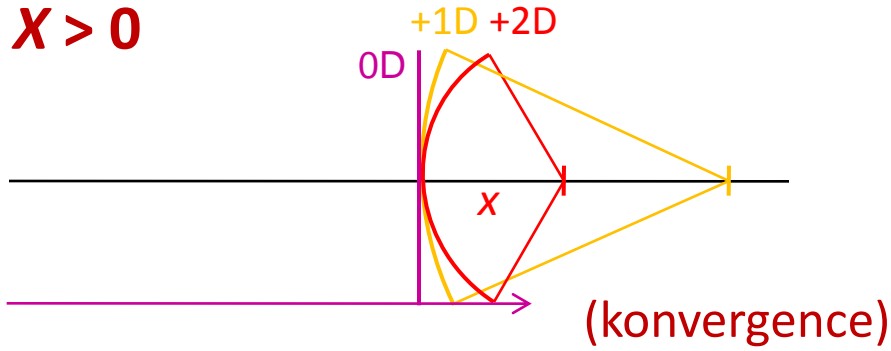
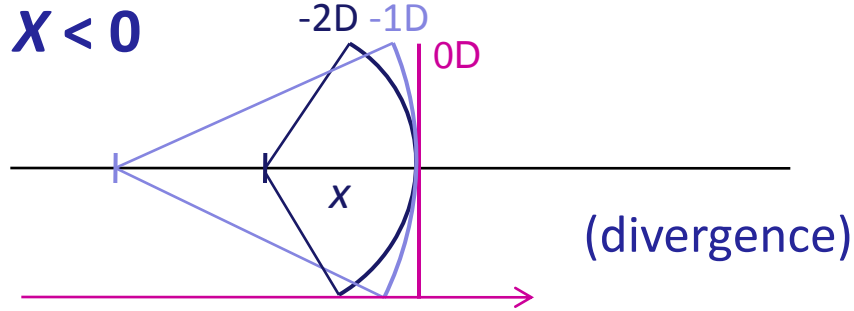
Gaussova zobrazovací rovnice



$$\frac{n'}{x'} = \frac{n}{x} + \varphi'$$

$$X' = X + \varphi'$$

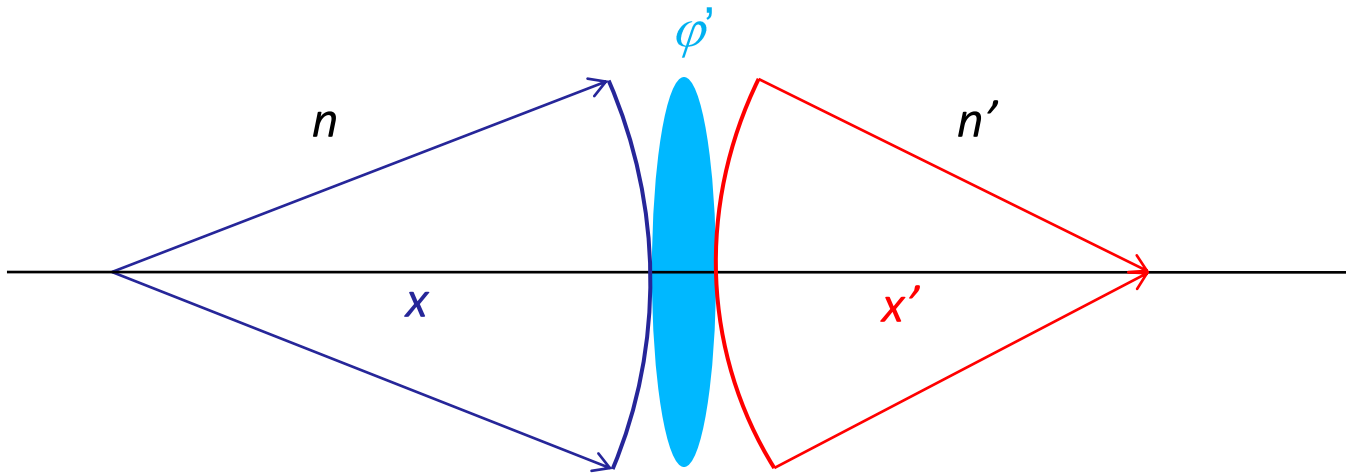
Vergence



x (m)	X (m^{-1} , D)
-0.1	-10
-0.2	-5
-0.25	-4
-0.33	-3
-0.5	-2
-1	-1
∞	0
+1	+1
+0.5	+2
+0.1	+10

Změna vergence čočkou (Gaussova zobrazovací rovnice)

$$X + \phi' = X'$$



Vergence a korekce vady oka

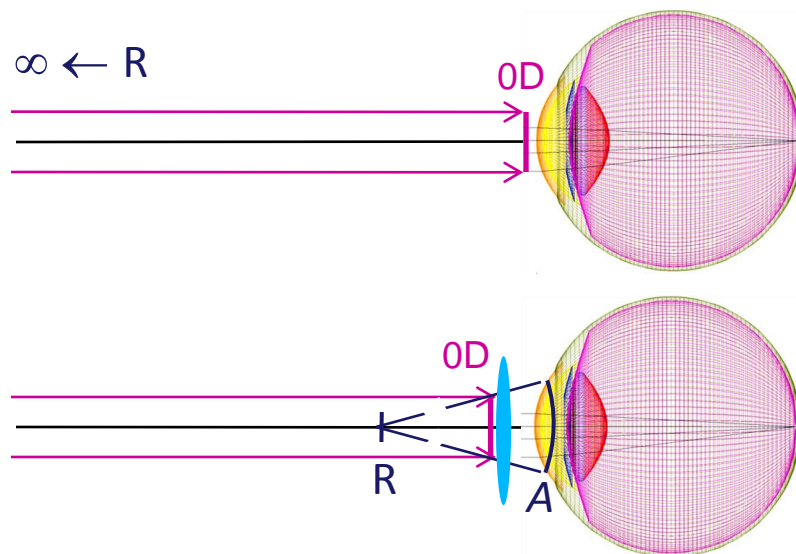
emetropické oko (bez vady)

vidí ostře bod R v nekonečnu ($X = 0D$)

ametropické oko (s vadou)

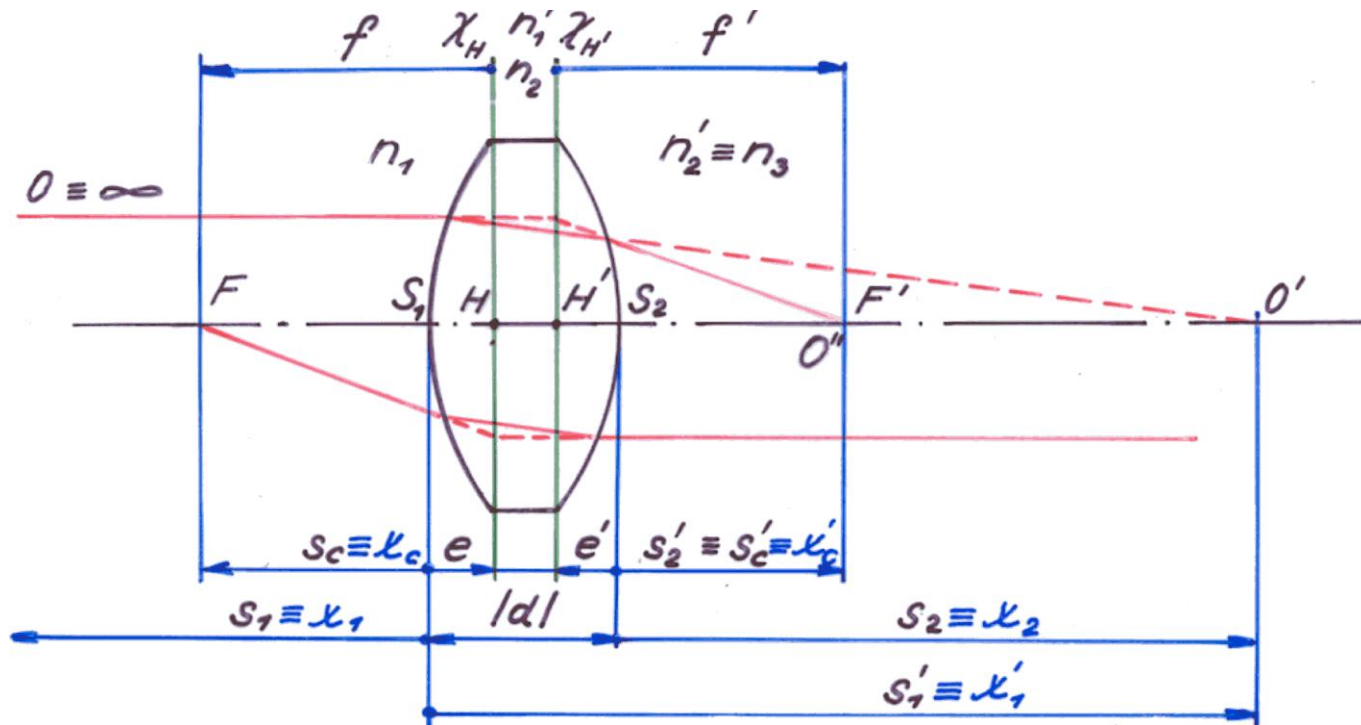
vidí ostře bod R v jiné vzdálenosti –
svazek s vergencí $X = A$

korekce vady čočkou s mohutností ϕ' ,
která převádí svazek s $X = 0$ na svazek
s vergencí A , tj. $\phi' = A$.

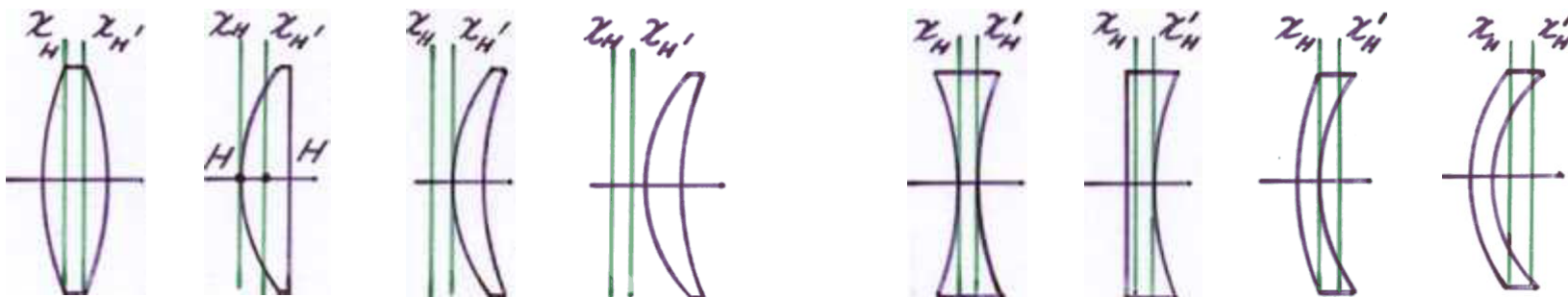


$$OD + \phi' = A$$

Zobrazení soustavou 2 centrováných ploch

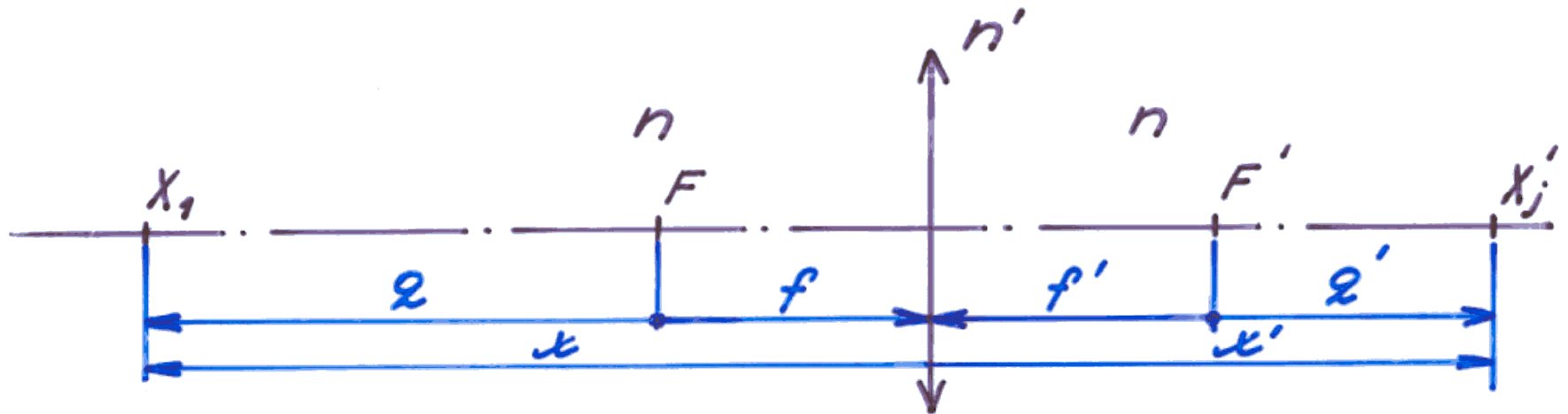


Zobrazení soustavou 2 centrovaných ploch



polohy hlavních rovin u čoček

Newtonova zobrazovací rovnice



$$qq' = ff'$$