Grafické řešení algebraické rovnice

Lenka Baráková

4. srpna 2005

Obsah

$$x^3 - 3x + 1 = 0$$

Určete graficky kořeny algebraické rovnice.

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

Určíme definiční obor funkce.

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;
$y' = 3x^2 - 3$

Vypočteme první derivaci podle vzorce $\boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$.

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

$y' = 3x^2 - 3 = 0$;

Hledáme stacionární body.

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

$y' = 3x^2 - 3 = 0$; stacionární body: $x = \pm 1$

Stacionární body:

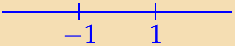
$y(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 1 = 3, y(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 + 1 = -1$

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0.$

$D(f) = \mathbb{R};$

$y' = 3x^2 - 3 = 0;$ stacionární body: $x = \pm 1$

$S_1[-1, 3],\ S_2[1, -1]$



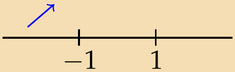
Nakreslíme chování derivace.

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

$y' = 3x^2 - 3 = 0$; stacionární body: $x = \pm 1$

$S_1[-1, 3]$, $S_2[1, -1]$



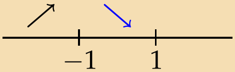
$y' > 0$

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

$y' = 3x^2 - 3 = 0$; stacionární body: $x = \pm 1$

$S_1[-1, 3],\ S_2[1, -1]$



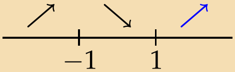
$y' < 0$

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

$y' = 3x^2 - 3 = 0$; stacionární body: $x = \pm 1$

$S_1[-1, 3],\ S_2[1, -1]$



$y' > 0$

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

$y' = 3x^2 - 3 = 0$; stacionární body: $x = \pm 1$

$S_1[-1, 3],\ S_2[1, -1]$

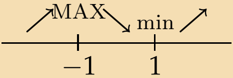
$$\begin{array}{ccccc} \nearrow & \text{MAX} & \searrow & \text{min} & \nearrow \\ \hline & -1 & & 1 & \end{array}$$

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

$y' = 3x^2 - 3 = 0$; stacionární body: $x = \pm 1$

$S_1[-1, 3],\ S_2[1, -1]$



$y'' = 6x$

Vypočteme druhou derivaci.

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

$y' = 3x^2 - 3 = 0$; stacionární body: $x = \pm 1$

$S_1[-1, 3]$, $S_2[1, -1]$

$\nearrow$ MAX $\searrow$ min $\nearrow$

-1 $\quad$ 1

$y'' = 6x = 0$;

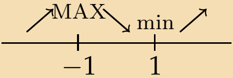
Hledáme inflexní body.

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

$y' = 3x^2 - 3 = 0$; stacionární body: $x = \pm 1$

$S_1[-1, 3],\ S_2[1, -1]$



$y'' = 6x = 0$; kritický bod: $x = 0$

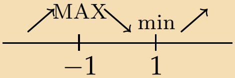
$y(0) = 0^3 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

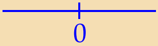
$y' = 3x^2 - 3 = 0$; stacionární body: $x = \pm 1$

$S_1[-1, 3],\ S_2[1, -1]$



$y'' = 6x = 0$; kritický bod: $x = 0$

$K[0, 1]$



Nakreslíme chování druhé derivace.

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

$y' = 3x^2 - 3 = 0$; stacionární body: $x = \pm 1$

$S_1[-1, 3], \ S_2[1, -1]$

$\nearrow$ MAX $\searrow$ min $\nearrow$

-1 $\quad$ 1

$y'' = 6x = 0$; kritický bod: $x = 0$

$K[0, 1]$

$\cap$

0

$y'' < 0$

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

$y' = 3x^2 - 3 = 0$; stacionární body: $x = \pm 1$

$S_1[-1, 3],\ S_2[1, -1]$

$$\begin{array}{ccccc} \nearrow & \text{MAX} & \searrow & \text{min} & \nearrow \\ & -1 & & 1 & \end{array}$$

$y'' = 6x = 0$; kritický bod: $x = 0$

$K[0, 1]$

$$\begin{array}{ccc} \cap & & \cup \\ & 0 & \end{array}$$

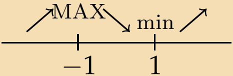
$y'' > 0$

Určete graficky kořeny rovnice $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

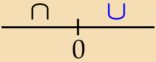
$y' = 3x^2 - 3 = 0$; stacionární body: $x = \pm 1$

$S_1[-1, 3],\ S_2[1, -1]$

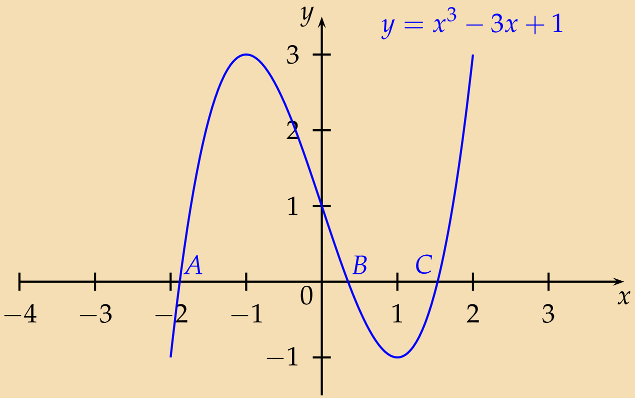


$y'' = 6x = 0$; kritický bod: $x = 0$

$K[0, 1]$

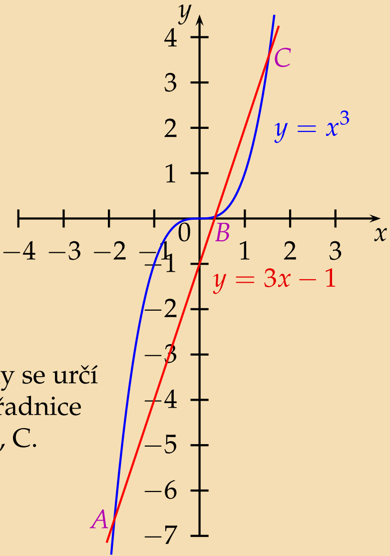


K je inflexní bod.



Hledané kořeny se určí jako délky úseček $x_1 = |0A|$, $x_2 = |0B|$ a $x_3 = |0C|$.

$x^3 = 3x - 1$



Hledané kořeny se určí jako první souřadnice průsečíků A, B, C.

Konec