Užití vektorů.

Lenka Přibylová

17. listopadu 2010

Najděte velikost vektoru $(2, -3, 1)$.

$$|(2, -3, 1)| = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2} = \sqrt{14}$$

Najděte vektor kolmý k vektoru $(3, 7)$.

Hledáme vektor $u = (u_1, u_2)$ kolmý k vektoru $(3, 7)$, tj.

$$(u_1, u_2) \cdot (3, 7) = 0$$

odtud

$$3u_1 + 7u_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad u = (7, -3).$$

Najděte vektor kolmý k vektoru $(2, 3, -4)$.

Hledáme vektor $u = (u_1, u_2, u_3)$ kolmý k vektoru $(2, 3, -4)$, tj.

$$(u_1, u_2, u_3) \cdot (2, 3, -4) = 0$$

odtud

$$2u_1 + 3u_2 - 4u_3 = 0.$$

Toto je obecný tvar roviny procházející počátkem s normálovým vektorem $(2, 3, -4)$. Všechny vektory, které v této rovině leží jsou kolmé na vektor $(2, 3, -4)$. Můžeme volit například vektor $u = (2, 0, 1)$.

Najděte vektor kolmý k rovině dané vektory $(1, 3, 0)$ a $(1, 1, -2)$.

Hledáme vektor $u = (u_1, u_2, u_3)$ kolmý k oběma vektorům $(1, 3, 0)$ a $(1, 1, -2)$, tj.

$$(u_1, u_2, u_3) \cdot (1, 3, 0) = 0 \quad \text{a} \quad (u_1, u_2, u_3) \cdot (1, 1, -2) = 0$$

odtud

$$u_1 + 3u_2 = 0 \quad \text{a} \quad u_1 + u_2 - 2u_3 = 0.$$

$$u_1 = -3u_2 \quad \Rightarrow -3u_2 + u_2 - 2u_3 = 0,$$

tj.

$$u_3 = -u_2, \quad \Rightarrow \quad u = (-3, 1, -1).$$

Řešení samozřejmě není jednoznačné. Všechny vektory kolmé k rovině ϱ jsou násobky vektoru u.

$\boxed{\text{Jaký úhel svírají vektory } (-3,1,7) \text{ a } (5,1,-2)?}$

$$\varphi = \arccos \frac{(-3,1,7)\cdot(5,1,-2)}{|(-3,1,7)|\cdot|(5,1,-2)|}$$

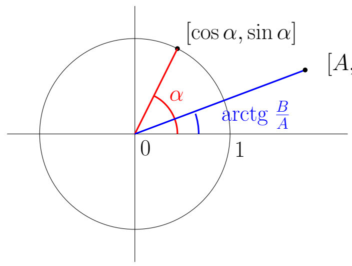
$$= \arccos \frac{-15+1-14}{\sqrt{9+1+49}\sqrt{25+1+4}}$$

$$= \arccos \frac{-28}{\sqrt{59}\sqrt{30}} \doteq \arccos(-0.66) \doteq 131,7^\circ$$

$\boxed{\text{Dokažte, že platí } A\cos\alpha + B\sin\alpha = \sqrt{A^2+B^2}\cos(\alpha - \operatorname{arctg}\frac{B}{A}).}$

Výraz můžeme zapsat jako skalární součin.

$A\cos\alpha + B\sin\alpha = (A,B)\cdot(\cos\alpha,\sin\alpha) = |(A,B)|\cdot|(\cos\alpha,\sin\alpha)|\cos\varphi = \sqrt{A^2+B^2}\cos\varphi$



$\boxed{\text{Najděte kolmý průmět vektoru } (2,-2,1) \text{ na vektor } (1,0,0).}$

$$\vec{c} = \frac{(2,-2,1)\cdot(1,0,0)}{(1,0,0)\cdot(1,0,0)}(1,0,0) = \frac{2}{1}(1,0,0) = (2,0,0).$$

$\boxed{\text{Najděte kolmý průmět vektoru } (1,2) \text{ na vektor } (3,-4).}$

$$\vec{c} = \frac{(1,2)\cdot(3,-4)}{(3,-4)\cdot(3,-4)}(3,-4) = \frac{-5}{25}(3,-4) = (-\frac{3}{5},\frac{4}{5}).$$

$\boxed{\text{Najděte kolmý průmět vektoru } (3,1,1) \text{ na vektor } (2,2,5).}$

$$\vec{c} = \frac{(3,1,1)\cdot(2,2,5)}{(2,2,5)\cdot(2,2,5)}(2,2,5) = \frac{13}{33}(2,2,5).$$