Absolutní extrémy funkcí dvou proměnných

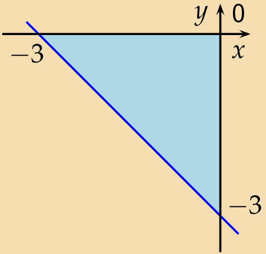
Lenka Přibylová

7. února 2007

Obsah

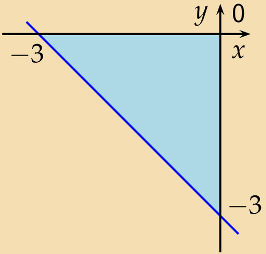
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



Nakreslíme přímky ohraničující množinu.

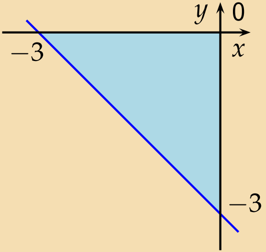
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$f'_x = 2x - y + 1$ $\qquad$ $f'_y = 2y - x + 1$

Spočteme první derivace funkce podle obou proměnných.

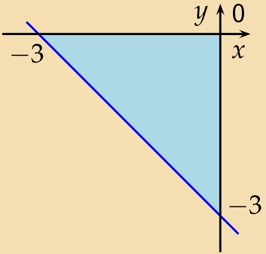
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0$$

Stacionární bod splňuje podmínky $f'_x = 0$ a $f'_y = 0$.

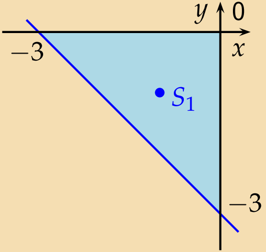
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

Vyřešíme soustavu 2 rovnic o 2 neznámých. Z první rovnice $y = 2x + 1$ dosadíme do druhé: $4x + 2 - x + 1 = 0$, tj. $x = -1$ a $y = -1$.

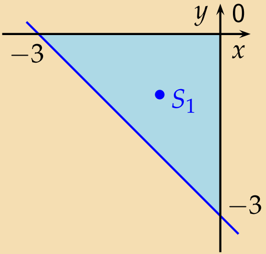
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

Tento bod leží ve zkoumané množině. Zařadíme ho tedy mezi body podezřelé z extrému.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

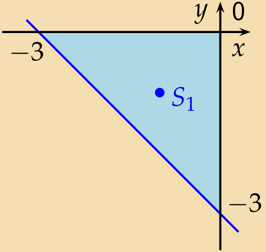


$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

$$y = 0: \; f(x,0) = x^2 + x$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x,y)$ na hranici $y = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

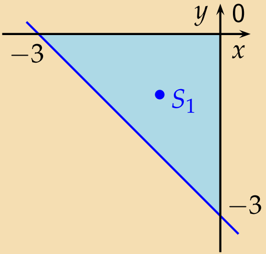


$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

$$y = 0: \; f(x,0) = x^2 + x \; \Rightarrow f' = 2x + 1 = 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

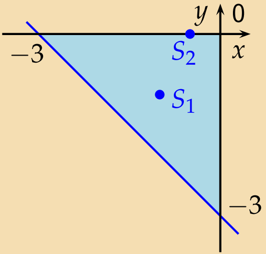


$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1,-1]$$

$$y = 0: \; f(x,0) = x^2 + x \;\Rightarrow f' = 2x + 1 = 0 \;\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \;\Rightarrow S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$$

Stacionárním bodem na hranici $y = 0$ je bod s x-ovou souřadnicí $x = -\dfrac{1}{2}$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

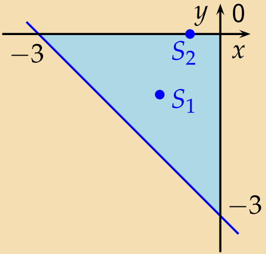


$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1,-1]$$

$$y = 0: \; f(x,0) = x^2 + x \;\Rightarrow f' = 2x + 1 = 0 \;\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \;\Rightarrow S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$$

Bod S_2 leží ve zkoumané množině. Zařadíme ho mezi body podezřelé z extrému.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



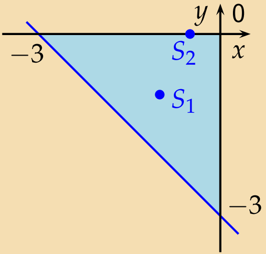
$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1,-1]$$

$$y = 0: \; f(x,0) = x^2 + x \; \Rightarrow f' = 2x + 1 = 0 \; \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \; \Rightarrow S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$$

$$x = 0: \; f(0,y) = y^2 + y$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x,y)$ na hranici $x = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



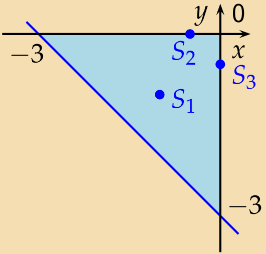
$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

$$y = 0: \ f(x,0) = x^2 + x \ \Rightarrow f' = 2x + 1 = 0 \ \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \ \Rightarrow S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$$

$$x = 0: \ f(0,y) = y^2 + y \ \Rightarrow f' = 2y + 1 = 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



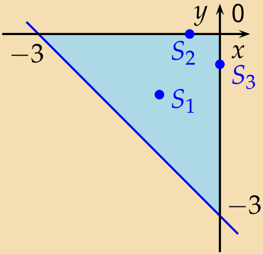
$$f'_x = 2x - y + 1 = 0, \quad f'_y = 2y - x + 1 = 0 \quad \Rightarrow S_1 = [-1, -1]$$

$$y = 0: \; f(x,0) = x^2 + x \; \Rightarrow f' = 2x + 1 = 0 \; \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \; \Rightarrow S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$$

$$x = 0: \; f(0,y) = y^2 + y \; \Rightarrow f' = 2y + 1 = 0 \; \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \; \Rightarrow S_3 = \left[0, -\frac{1}{2}\right]$$

Analogicky předchozímu případu dostáváme bod S_3.

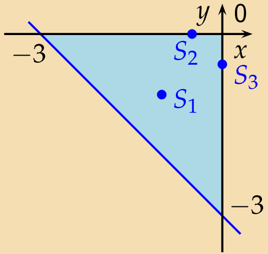
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$$y = -x - 3: \; f(x, -x-3) = x^2 + (-x-3)^2 - x(-x-3) + x - x - 3$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x,y)$ na hranici $y = -x - 3$.

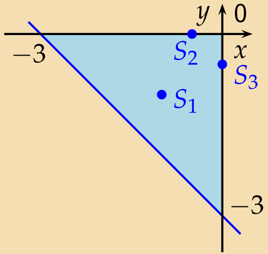
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$$y = -x-3: \; f(x,-x-3) = x^2 + (-x-3)^2 - x(-x-3) + x - x - 3 = 3x^2 + 9x + 6$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x,y)$ na hranici $y = -x-3$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

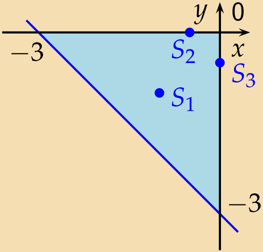


$$y = -x - 3: \; f(x, -x-3) = x^2 + (-x-3)^2 - x(-x-3) + x - x - 3 = 3x^2 + 9x + 6$$

$$\Rightarrow f' = 6x + 9 = 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

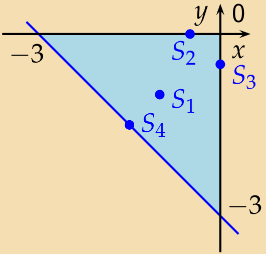


$$y = -x - 3: \; f(x, -x-3) = x^2 + (-x-3)^2 - x(-x-3) + x - x - 3 = 3x^2 + 9x + 6$$

$$\Rightarrow f' = 6x + 9 = 0 \; \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

Stacionárním bodem na hranici $y = -x - 3$ je bod s x-ovou souřadnicí $x = -\dfrac{3}{2}$

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.

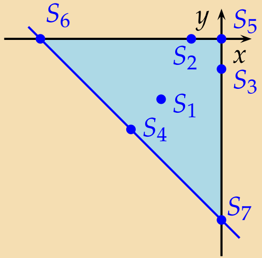


$$y = -x - 3: \; f(x, -x-3) = x^2 + (-x-3)^2 - x(-x-3) + x - x - 3 = 3x^2 + 9x + 6$$

$$\Rightarrow f' = 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow S_4 = \left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right]$$

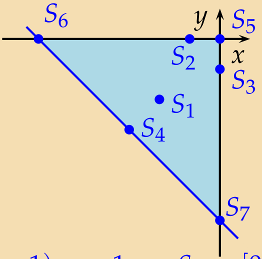
y-ovou souřadnici dostaneme dosazením do hranice $y = -x - 3 = \frac{3}{2} - 3 = -\frac{3}{2}$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



Posledními možnými body, kde může nastat absolutní extrém, jsou vrcholy trojúhelníku.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$S_1 = [-1, -1]: \quad f(-1, -1) = -1$

$S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right]: \quad f(-\frac{1}{2}, 0) = -\frac{1}{4}$

$S_3 = \left[0, -\frac{1}{2}\right]: \quad f(0, -\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4}$

$S_4 = \left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right]: \quad f(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}) = -\frac{3}{4}$

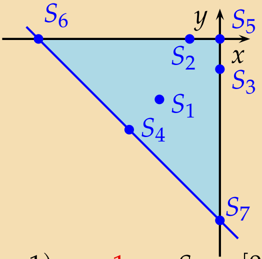
$S_5 = [0, 0]: \quad f(0, 0) = 0$

$S_6 = [-3, 0]: \quad f(-3, 0) = 6$

$S_7 = [0, -3]: \quad f(0, -3) = 6$

Najdeme všechny funkční hodnoty v podezřelých bodech a vybereme maximální a minimální hodnotu.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ na množině ohraničené přímkami $x = 0$, $y = 0$ a $x + y + 3 = 0$.



$S_1 = [-1,-1]: \quad f(-1,-1) = -1$

$S_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right]: \quad f(-\frac{1}{2}, 0) = -\frac{1}{4}$

$S_3 = \left[0, -\frac{1}{2}\right]: \quad f(0, -\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4}$

$S_4 = \left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right]: \quad f(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}) = -\frac{3}{4}$

$S_5 = [0,0]: \quad f(0,0) = 0$

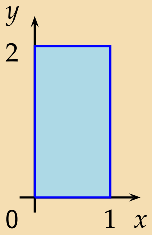
$S_6 = [-3,0]: \quad f(-3,0) = 6$

$S_7 = [0,-3]: \quad f(0,-3) = 6$

Funkce $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ má tedy dvě absolutní maxima v bodech S_6 a S_7 a absolutní minimum v bodě S_1.

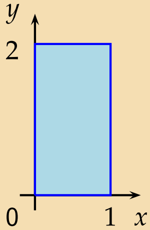
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \ 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 2$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \ 0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 2$.



Nakreslíme množinu M. Je to obdélník.

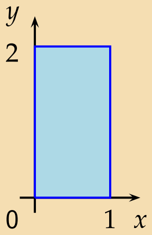
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M:\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2$.



$$f'_x = 2x + 2y - 4 \qquad f'_y = 2x + 8$$

Spočteme první derivace funkce podle obou proměnných.

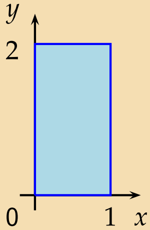
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \; 0 \leq x \leq 1, \, 0 \leq y \leq 2$.



$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0$$

Stacionární bod splňuje podmínky $f'_x = 0$ a $f'_y = 0$.

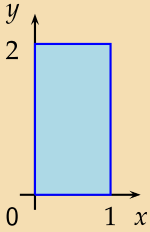
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M:\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2$.



$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6]$$

Vyřešíme soustavu 2 rovnic o 2 neznámých. Z druhé rovnice $2x + 8 = 0$ dostváme $x = -4$, odtud z první: $-8 + 2y - 4 = 0$, tj. $y = 6$.

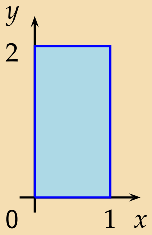
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \ 0 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq 2$.



$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

Tento bod ale **neleží ve zkoumané množině**. Nezařadíme ho tedy mezi body podezřelé z extrému.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \ 0 \le x \le 1, \, 0 \le y \le 2$.

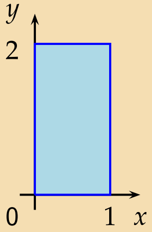


$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$y = 0: \ f(x,0) = x^2 - 4x$

Spočteme hodnoty funkce $f(x,y)$ na hranici $y = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \ 0 \le x \le 1, \ 0 \le y \le 2$.

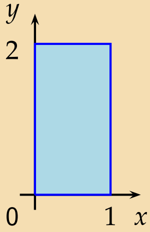


$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$$y = 0: \ f(x,0) = x^2 - 4x \ \Rightarrow f' = 2x - 4 = 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \ 0 \le x \le 1, \ 0 \le y \le 2$.

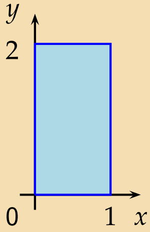


$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$$y = 0: \ f(x,0) = x^2 - 4x \ \Rightarrow f' = 2x - 4 = 0 \ \Rightarrow x = 2 \ \Rightarrow S = [2,0]$$

Stacionárním bodem na hranici $y = 0$ je bod s x-ovou souřadnicí $x = 2$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M:\ 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 2$.

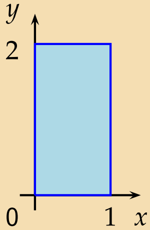


$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$$y = 0:\ f(x,0) = x^2 - 4x \ \Rightarrow f' = 2x - 4 = 0 \ \Rightarrow x = 2 \ \Rightarrow S = [2, 0] \notin M$$

Tento bod také **neleží ve zkoumané množině**, a proto jej nezařadíme mezi body podezřelé z extrému.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \ 0 \leq x \leq 1, \, 0 \leq y \leq 2$.



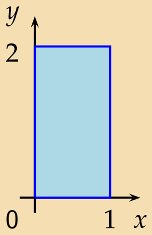
$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$$y = 0: \ f(x,0) = x^2 - 4x \ \Rightarrow f' = 2x - 4 = 0 \ \Rightarrow x = 2 \ \Rightarrow S = [2,0] \notin M$$

$$x = 0: \ f(0,y) = 8y$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x,y)$ na hranici $x = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \ 0 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq 2.$



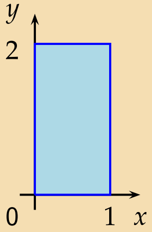
$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

$$y = 0: \ f(x, 0) = x^2 - 4x \ \Rightarrow f' = 2x - 4 = 0 \ \Rightarrow x = 2 \ \Rightarrow S = [2, 0] \notin M$$

$$x = 0: \ f(0, y) = 8y \ \Rightarrow f' = 8 \neq 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M:\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2$.



$$f'_x = 2x + 2y - 4 = 0, \quad f'_y = 2x + 8 = 0 \quad \Rightarrow S = [-4, 6] \notin M$$

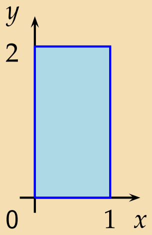
$$y = 0:\ f(x,0) = x^2 - 4x \ \Rightarrow f' = 2x - 4 = 0 \ \Rightarrow x = 2 \ \Rightarrow S = [2,0] \notin M$$

$$x = 0:\ f(0,y) = 8y \ \Rightarrow f' = 8 \neq 0$$

zde nejsou žádné stacionární body

Žádný takový bod neexistuje.

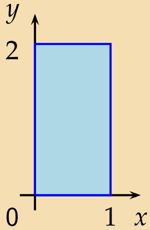
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M:\ 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 2$.



$$y = 2:\ \ f(x,2) = x^2 + 4x - 4x + 16$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x,y)$ na hranici $y = 2$.

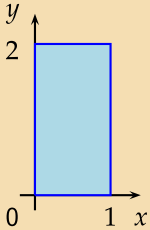
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \; 0 \leq x \leq 1, \, 0 \leq y \leq 2$.



$$y = 2: \; f(x,2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x,y)$ na hranici $y = 2$.

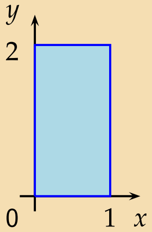
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \ 0 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq 2$.



$$y = 2: \ f(x,2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$
$$\Rightarrow f' = 2x = 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M:\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2$.

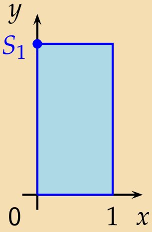


$$y = 2:\ \ f(x,2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$

$$\Rightarrow f' = 2x = 0 \ \Rightarrow x = 0$$

Stacionárním bodem na hranici $y = 2$ je bod s x-ovou souřadnicí $x = 0$

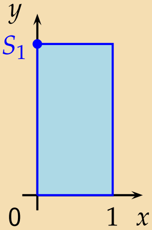
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M:\ 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 2$.



$$y = 2:\ \ f(x,2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$
$$\Rightarrow f' = 2x = 0 \ \Rightarrow x = 0 \ \Rightarrow S_1 = [0,2] \in M$$

Bod S_1 leí v množině M, je to vrchol obdélníku. Zařadíme ho mezi body podezřelé z extrému.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \ 0 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq 2$.

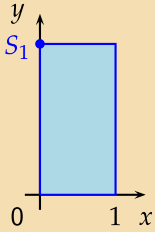


$$y = 2: \ f(x,2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$
$$\Rightarrow f' = 2x = 0 \ \Rightarrow x = 0 \ \Rightarrow S_1 = [0,2] \in M$$

$$x = 1: \ f(1,y) = 1 + 2y - 4 + 8y = 10y - 3$$

Spočteme hodnoty funkce $f(x,y)$ na hranici $x = 1$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \ 0 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq 2$.

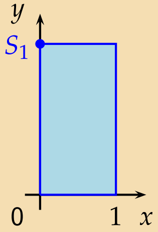


$$y = 2: \ f(x,2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$
$$\Rightarrow f' = 2x = 0 \ \Rightarrow x = 0 \ \Rightarrow S_1 = [0,2] \in M$$

$$x = 1: \ f(1,y) = 1 + 2y - 4 + 8y = 10y - 3$$
$$\Rightarrow f' = 10 \neq 0$$

Získanou funkci jedné proměnné derivujeme, stacionární bod splňuje podmínku $f' = 0$.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M: \; 0 \leq x \leq 1, \, 0 \leq y \leq 2$.

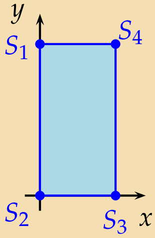


$$y = 2: \;\; f(x,2) = x^2 + 4x - 4x + 16 = x^2 + 16$$
$$\Rightarrow f' = 2x = 0 \;\Rightarrow x = 0 \;\Rightarrow S_1 = [0,2] \in M$$

$$x = 1: \;\; f(1,y) = 1 + 2y - 4 + 8y = 10y - 3$$
$$\Rightarrow f' = 10 \neq 0$$ zde nejsou stacionární body

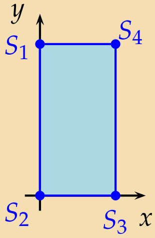
Žádný takový bod neexistuje.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M:\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2$.



Posledními možnými body, kde může nastat absolutní extrém, jsou vrcholy obdélníku.

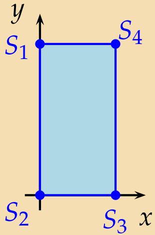
Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M:\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2$.



$$
\begin{aligned}
S_1 &= [0,2]: & f(0,2) &= 16\\
S_2 &= [0,0]: & f(0,0) &= 0\\
S_3 &= [1,0]: & f(1,0) &= -3\\
S_4 &= [1,2]: & f(1,2) &= 17
\end{aligned}
$$

Najdeme všechny funkční hodnoty v podezřelých bodech a vybereme maximální a minimální hodnotu.

Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině $M:\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2$.



$$
\begin{aligned}
S_1 &= [0,2]: \quad f(0,2) = 16\\
S_2 &= [0,0]: \quad f(0,0) = 0\\
S_3 &= [1,0]: \quad f(1,0) = -3\\
S_4 &= [1,2]: \quad f(1,2) = 17
\end{aligned}
$$

Funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ má tedy absolutní maximum v bodě S_4 a absolutní minimum v bodě S_3.

Konec