

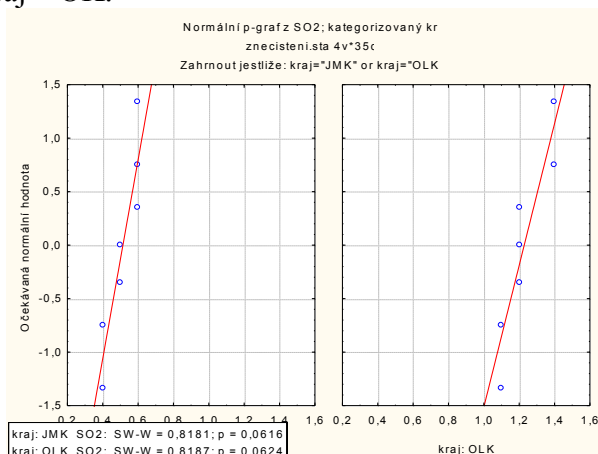
Cvičení 8.: Úlohy o dvou a více nezávislých náhodných výběrech z normálních rozložení

Úkol 1. (Dvouvýběrový t-test): Hejtman Jihomoravského kraje chtěl porovnat situaci svého kraje s ostatními moravskými kraji vzhledem ke znečištění ovzduší oxidem siřičitým, oxidy dusíku a oxidem uhelnatým. Požádal proto Stranu zelených, aby na základě údajů ze Statistické ročenky ČSÚ za léta 2000 až 2006 její experti provedli příslušnou analýzu. Roční měrné emise jsou uvedeny v tunách na km². Data jsou uložena v souboru znečisteni.sta. Vaším úkolem bude provést srovnání středních hodnot znečištění oxidem siřičitým v Jihomoravském kraji a Olomouckém kraji. Na hladině významnosti 0,05 ověřte normalitu dat, homogenitu rozptylů a proveďte test shody středních hodnot. Výpočty doplňte krabicovými grafy a rovněž vypočtete Cohenův koeficient věcného účinku.

Řešení pomocí systému STATISTICA:

Nejprve pomocí N-P grafů a S-W testem ověříme, zda hodnoty proměnné SO₂ pro JMK a OLK pocházejí z normálních rozložení.

Grafy – 2D Grafy – Normální pravděpodobnostní grafy – zapneme filtr – zaškrtneme některé, vybrané pomocí výrazu kraj="JMK" or kraj="OLK" – OK- zaškrtneme Shapirov – Wilksův test - Proměnné SO₂ – OK – na záložce Kategorizovaný zaškrtneme Kategorie X zapnuto – změnit proměnnou – kraj – OK.



Na hladině významnosti 0,05 nelze zamítnout hypotézu o normalitě pro proměnnou SO₂ ani v JMK ani v OLK. Rovněž vzhled N-P grafů podporuje hypotézu o normalitě.

Dále provedeme dvouvýběrový t-test současně s testem o shodě rozptylů:

Statistika – Základní statistiky a tabulky – t-test, nezávislé, dle skupin. – OK, Proměnné – Závislé proměnné SO₂, Grupovací proměnná kraj – OK – Výpočet.

Dostaneme tabulku:

t-testy; grupováno: kraj (znečisteni.sta)											
Skup. 1: JMK: Jihomoravsky kraj											
Skup. 2: OLK: Olomoucky kraj											
Zhrnout podmínku: kraj="JMK" or kraj="OLK"											
Proměnná	Průměr JMK	Průměr OLK	t	sv	p	Poč.plat JMK	Poč.plat OLK	Sm.odch. JMK	Sm.odch. OLK	F-poměr Rozptyly	p Rozptyly
SO ₂	0,514286	1,228571	-12,2474	12	0,000000	7	7	0,089974	0,125357	1,941176	0,439702

Vidíme, že průměrné znečištění oxidem siřičitým v Jihomoravském kraji v letech 2000 – 2006 je 0,51, v Olomouckém 1,23. Testová statistika pro test shody rozptylů se realizuje hodnotou 1,94117, odpovídající p-hodnota je 0,4397, tedy na hladině významnosti 0,05 nezamítáme hypotézu o shodě rozptylů.

(Upozornění: v případě zamítnutí hypotézy o shodě rozptýlů je zapotřebí v tabulce t-testu pro nezávislé vzorky dle skupin na záložce Možnosti zaškrtnout volbu Test se samostatnými odhady rozptýlu.)

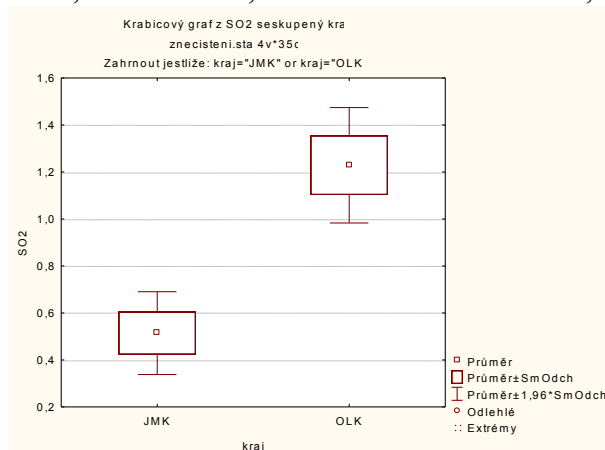
Dále z tabulky plyne, že testová statistika pro test shody středních hodnot se realizuje hodnotou -12,247, počet stupňů volnosti je 12, odpovídající p-hodnota je velmi blízká 0, tedy hypotézu o shodě středních hodnot zamítáme na hladině významnosti 0,05. Znamená to, že s rizikem omylu nejvýše 5% se prokázal rozdíl ve středních hodnotách znečištění oxidem siřičitým v Jihomoravském a Olomouckém kraji.

Tabulku ještě doplníme krabicovými diagramy.

Grafy – 2D Grafy – Krabicové grafy – zvolíme Vícenásobný – Proměnné – Závislé prom.

SO₂, Grupovací prom. kraj – OK - na záložce Detaily vybereme Střední bod Průměr,

Krabicový – Hodn. SmOdch, Koeficient 1, Svorka – Hodn. SmOdch, Koeficient 1,96 – OK.



Z grafu je vidět, že průměrná úroveň znečištění v Jihomoravském kraji je podstatně nižší než v Olomouckém kraji a má poněkud menší variabilitu. Extrémní ani odlehlé hodnoty se zde nevyskytují.

Výpočet Cohena koeficientu věcného účinku (použití makra Cohen.svb.)

	1	2	3	4	5	6	7
	n_1	n_2	m_1	m_2	s_1	s_2	d
1	7	7	0,5143	1,2286	0,09	0,1254	6,544519

Cohenův koeficient nabyl hodnoty 6,55, vliv kraje na velikost znečištění oxidem siřičitým je tedy velký.

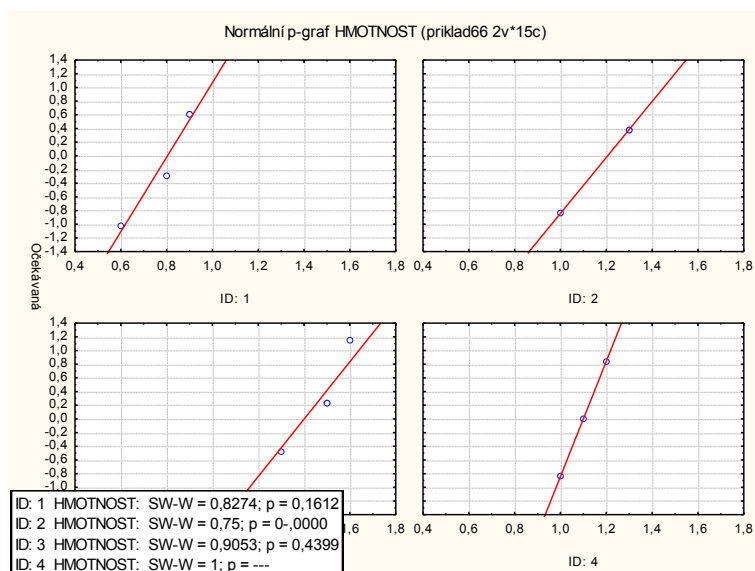
Úkol 2.: (ANOVA) U čtyř odrůd brambor (označených symboly A, B, C, D) se zjišťovala celková hmotnost brambor vyrostlých vždy z jednoho trsu. Výsledky (v kg):

odrůda	hmotnost
A	0,9 0,8 0,6 0,9
B	1,3 1,0 1,3
C	1,3 1,5 1,6 1,1 1,5
D	1,1 1,2 1,0

Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že střední hodnota hmotnosti trsu brambor nezávisí na odrůdě. Zamítnete-li nulovou hypotézu, zjistěte, které dvojice odrůd se liší na hladině významnosti 0,05.

Řešení pomocí systému STATISTICA:

Otevřeme datový soubor brambory.sta o dvou proměnných a 15 případech. Proměnná HMOTNOST obsahuje zjištěné hmotnosti, proměnná ID identifikuje odrůdu A až D. Pomocí NP-grafu a S-W testu ověříme normalitu dat v daných čtyřech skupinách. Grafy – 2D Grafy – Normální pravděpodobnostní grafy – zaškrtneme S-W test, Proměnné HMOTNOST, OK, Kategorizovaný – Kategorie X, zaškrtneme Zapnuto, Změnit proměnnou – ID, OK. Dostaneme graf



Vidíme, že ve všech čtyřech případech jsou odchylky teček od přímky jenom malé a data tedy lze považovat za realizace náhodných výběrů z normálních rozložení.

Nejprve vypočteme průměry a směrodatné odchylky daných čtyř výběrů:

Statistika – Základní statistiky a tabulky – Rozklad & jednofakt. ANOVA – OK, Proměnné – Závislé proměnné HMOTNOST, Grupovací proměnná ID – OK – Výpočet: Tabulka statistik

ID	X průměr	X N	X Sm.odch.
A	0,800000	4	0,141421
B	1,200000	3	0,173205
C	1,400000	5	0,200000
D	1,100000	3	0,100000
Vš.skup.	1,140000	15	0,282337

Vidíme, že nejnižší průměrnou hmotnost má odrůda A, nejnižší variabilitu hmotnosti vykazuje odrůda D.

Nyní budeme na hladině významnosti 0,05 testovat hypotézu o shodě rozptylů:

Na záložce ANOVA & testy vybereme Leveneovy testy. Ve výstupu dostaneme tabulku

Proměnná	Leveneův test homogenity rozptylů (příklad66)							p
	SČ efekt	SV efekt	PČ efekt	SČ chyba	SV chyba	PČ chyba	F	
HMOTNOST	0,018667	3	0,006222	0,065333	11	0,005939	1,047619	0,410027

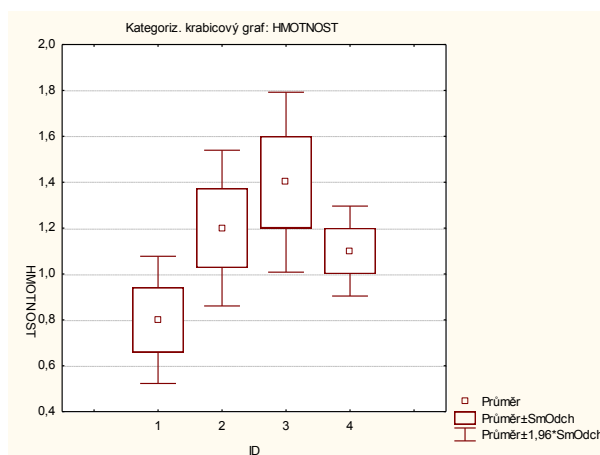
Testová statistika Levenova testu se realizuje hodnotou 1,047619, počet stupňů volnosti čitatele je 3, jmenovatele 11, odpovídající p-hodnota je 0,410027, tedy na hladině významnosti 0,05 nezamítáme hypotézu o shodě rozptylů.

Dále budeme na hladině významnosti 0,05 testovat hypotézu o shodě středních hodnot. Na záložce ANOVA & testy vybereme Analýza rozptylu. Ve výstupu dostaneme tabulku

Analýza rozptylu (příklad66)								
Označ. efekty jsou význ. na hlad. $p < ,05000$								
Proměnná	SČ efekt	SV efekt	PČ efekt	SČ chyba	SV chyba	PČ chyba	F	p
HMOTNOST	0,816000	3	0,272000	0,300000	11	0,027273	9,973333	0,001805

Testová statistika F_A se realizuje hodnotou 9,97333, počet stupňů volnosti čitatele je 3, jmenovatele 11, odpovídající p-hodnota je 0,001805, tedy na hladině významnosti 0,05 zamítáme hypotézu o shodě středních hodnot.

Sestrojíme krabicové diagramy tak, že na záložce Popisné statistiky zvolíme Kategoriz. krabicový graf. Vybereme typ Průměr/SmOdch/1.96SmOdch.



Abychom zjistili, které dvojice odrůd se liší na hladině významnosti 0,05, na záložce Post-hoc vybereme Schefféův test.

Scheffeho test; proměn.:HMOTNOST (příklad66)				
Označ. rozdíly jsou významné na hlad. $p < ,05000$				
ID	{1}	{2}	{3}	{4}
	M=,80000	M=1,2000	M=1,4000	M=1,1000
1 {1}		0,059165	0,001950	0,190463
2 {2}	0,059165		0,464537	0,905502
3 {3}	0,001950	0,464537		0,163499
4 {4}	0,190463	0,905502	0,163499	

V tabulce jsou uvedeny p-hodnoty pro testování hypotéz o shodě dvojic středních hodnot. Pouze jediná z těchto p-hodnot je menší nebo rovna 0,05, tedy na hladině významnosti 0,05 se liší odrůdy A a C.

Příklad k samostatnému řešení

Studenti byli vyučováni předmětu za využití pěti pedagogických metod: tradiční způsob, programová výuka, audiotechnika, audiovizuální technika a vizuální technika. Z každé skupiny byl vybrán náhodný vzorek studentů a všichni byli podrobeni témuž písemnému testu. Výsledky testu:

metoda	počet bodů							
tradiční	76,2	48,3	85,1	63,7	91,6	87,2		
programová	85,2	74,3	76,5	80,3	67,4	67,9	72,1	60,4
audio	67,3	60,1	55,4	72,3	40			
audiovizuální	75,8	81,6	90,3	78	67,8	57,6		
vizuální	50,5	70,2	88,8	67,1	77,7	73,9		

Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že znalosti všech studentů jsou stejné a nezávisí na použité pedagogické metodě. V případě zamítnutí hypotézy zjistěte, které výběry se liší na hladině významnosti 0,05.

Řešení:

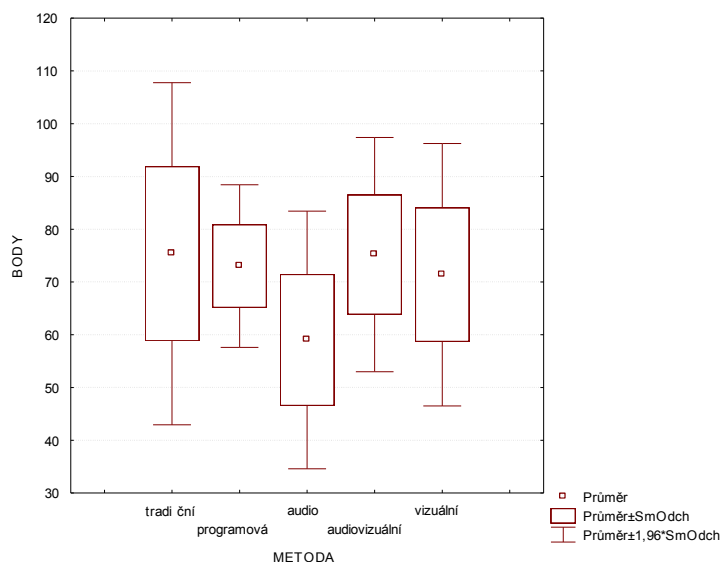
Načteme datový soubor `pet_metod.sta`. Proměnná `BODY` obsahuje dosažené počty bodů a proměnná `METODA` označení příslušné pedagogické metody.

Nejprve vypočteme průměry, směrodatné odchylky a rozsahy všech tří výběrů:

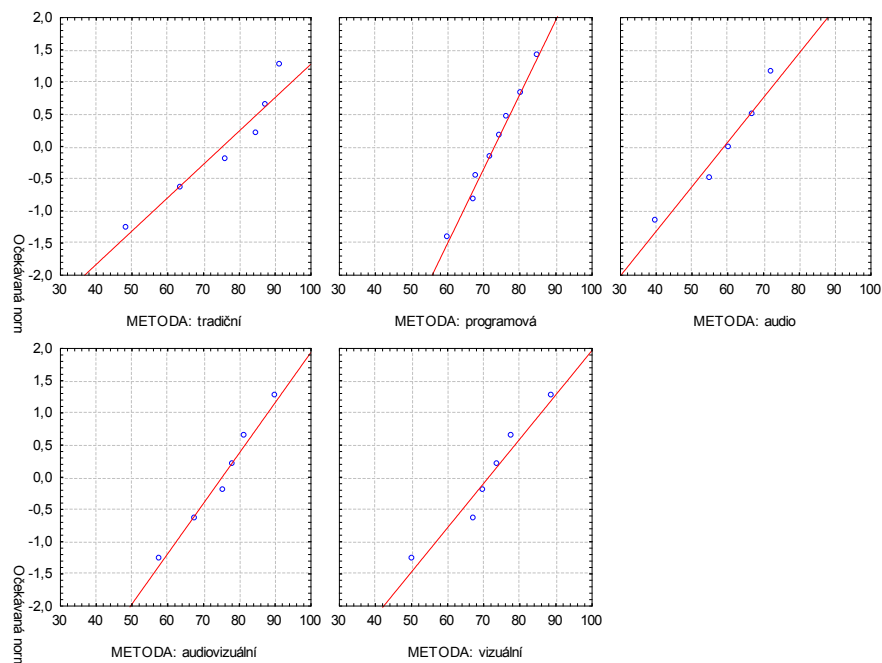
Rozkladová tabulka popisných statistik (pet_metod.sta)			
N=31 (V seznamu záv. prom. nejsou ChD)			
METODA	BODY průměr	BODY N	BODY Sm.odch.
tradiční	75,35000	6	16,53901
programová	73,01250	8	7,86501
audio	59,02000	5	12,45941
audiovizuální	75,18333	6	11,32862
vizuální	71,36667	6	12,69199
Vš. skup.	71,30968	31	12,69534

Komentář: Nejlepších výsledků dosahují studenti vyučovaní tradiční metodou, podávají však nejméně vyrovnané výkony (počty bodů v této skupině mají největší směrodatnou odchylku). Naopak nejhoršího výsledku dosáhli studenti vyučovaní audio metodou. Nejvyrovnanější výkony pozorujeme u studentů vyučovaných programovou metodou.

Vytvoříme krabicové diagramy:



Pomocí N-P grafů vizuálně posoudíme normalitu všech pěti výběrů:



Komentář: Ze vzhledu N-P grafů je patrné, že předpoklad normality je ve všech pěti případech oprávněný.

Provedeme Levenův test (testování homogenity rozptylů všech pěti výběrů)

Leveneův test homogenity rozptylů (pet_metod.sta)								
Označ. efekty jsou význ. na hlad. $p < ,05000$								
Proměnná	SČ efekt	SV efekt	PČ efekt	SČ chyba	SV chyba	PČ chyba	F	p
BODY	162,4883	4	40,62208	1289,544	26	49,59783	0,819029	0,524791

Komentář: Testová statistika F se realizuje hodnotou 0,819, počet stupňů volnosti čitatele = 4, jmenovatele = 26, odpovídající p-hodnota = 0,5248, na hladině významnosti 0,05 tedy nezamítáme hypotézu o shodě rozptylů.

Budeme testovat hypotézu o shodě středních hodnot všech pěti výběrů:

Analýza rozptylu (pet_metod.sta)								
Označ. efekty jsou význ. na hlad. $p < ,05000$								
Proměnná	SČ efekt	SV efekt	PČ efekt	SČ chyba	SV chyba	PČ chyba	F	p
BODY	966,3737	4	241,5934	3868,773	26	148,7990	1,623623	0,198252

Komentář: Testová statistika F se realizuje hodnotou 1,6236, počet stupňů volnosti čitatele = 4, jmenovatele = 26, odpovídající p-hodnota = 0,1983, na hladině významnosti 0,05 tedy nezamítáme hypotézu o shodě středních hodnot. Znamená to, že s rizikem omylu nejvýše 5% se neprokázal rozdíl v účinnosti jednotlivých pedagogických metod.